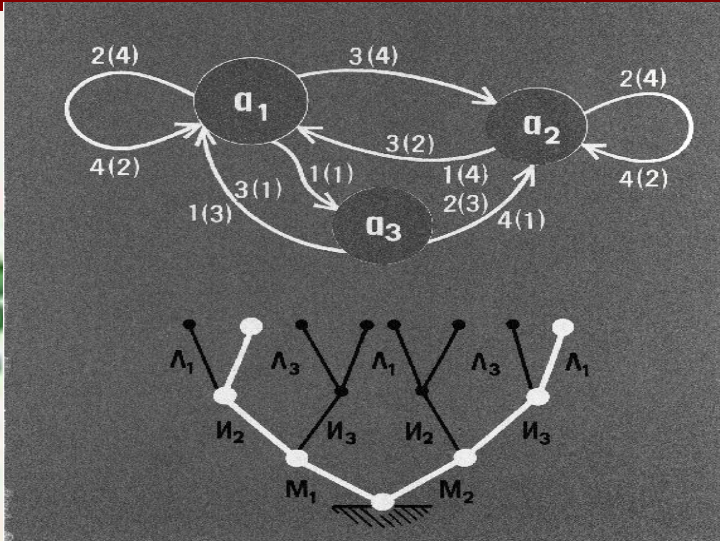


# АЛГЕБРА ЛОГИКИ. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ.



# ЛОГИКА – ЭТО НАУКА О ФОРМАХ И СПОСОБАХ МЫШЛЕНИЯ.

logos (греч.)- слово, понятие, рассуждение,  
разум

**Основными формами мышления являются:**

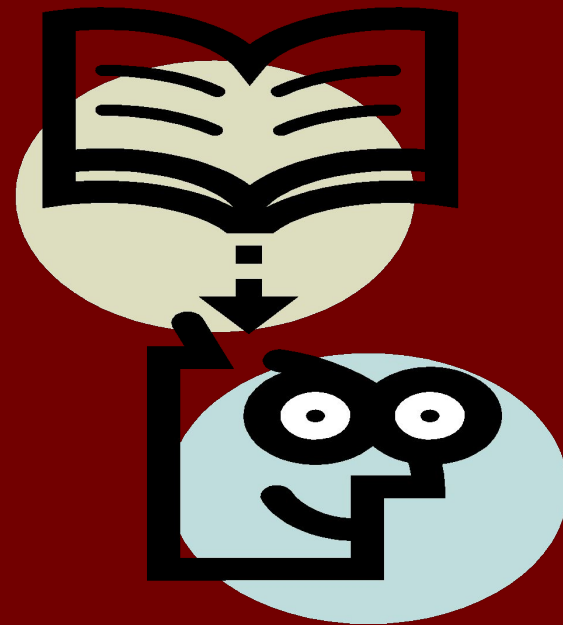
- **понятия**
- **суждения**
- **умозаключения**

**ПОНЯТИЕ** - ФОРМА МЫШЛЕНИЯ, В КОТОРОЙ ОТРАЖАЮТСЯ СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ОТДЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА ИЛИ КЛАССА ОДНОРОДНЫХ ПРЕДМЕТОВ. (*ТРАПЕЦИЯ, ДОМ*)

**СУЖДЕНИЕ** - МЫСЛЬ, В КОТОРОЙ ЧТО-ЛИБО УТВЕРЖДАЕТСЯ ИЛИ ОТРИЦАЕТСЯ О ПРЕДМЕТАХ (*ВЕСНА НАСТУПИЛА, И ГРАЧИ ПРИЛЕТЕЛИ*).

**УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ** - ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ, ПОСРЕДСТВОМ КОТОРОГО ИЗ ИСХОДНОГО ЗНАНИЯ ПОЛУЧАЕТСЯ НОВОЕ ЗНАНИЕ. (*ВСЕ МЕТАЛЛЫ - ПРОСТЫЕ ВЕЩЕСТВА*)

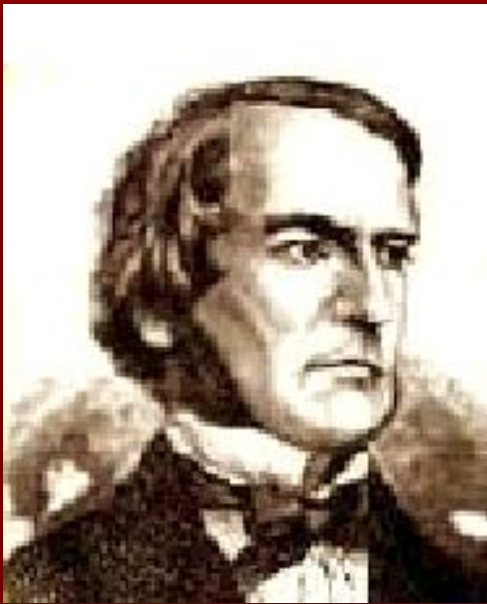
- **Алгебра  
высказываний**
- **Простые и  
сложные  
высказывания**



# АЛГЕБРА ЛОГИКИ (ВЫСКАЗЫВАНИЙ) -

РАЗДЕЛ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ЛОГИКИ, ИЗУЧАЮЩИЙ  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ И  
ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ  
НАД НИМИ.

# Джордж Буль (1815-1864, англ.) - ОСНОВОПОЛОЖНИК МАТ. ЛОГИКИ.



**1847 г.** – Джордж Буль в работе «Математический анализ логики» изложил основы булевой алгебры.

**РАЗРАБОТАЛ АЛФАВИТ,  
ОРФОГРАФИЮ И ГРАММАТИКУ.**

**1815 – 1864 гг.** благодаря трудам математика Дж. Буля появился раздел математической логики, получивший название *алгебры логики* или *булевой алгебры*.

**ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ЭТО  
ПОВЕСТВОВАТЕЛЬНОЕ  
ПРЕДЛОЖЕНИЕ, О КОТОРОМ  
МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО ОНО  
ИСТИННО ИЛИ ЛОЖНО.**

- 1) Земля - планета Солнечной системы.
- 2)  $2+8<5$
- 3)  $5 \cdot 5=25$
- 4) Всякий квадрат есть параллелограмм
- 5) Каждый параллелограмм есть квадрат
- 6)  $2 \cdot 2 =5$

# ВЫСКАЗЫВАНИЕМ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ:

1) ВОСКЛИЦАТЕЛЬНЫЕ И  
ВОПРОСИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ.

2) ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

3) ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТИПА:

- «ОН СЕРОГЛАЗ»
- « $X^2-4X+3=0$ »



**ВЫСКАЗЫВАНИЕ, КОТОРОЕ МОЖНО  
РАЗЛОЖИТЬ НА ЧАСТИ, БУДЕМ  
НАЗЫВАТЬ СЛОЖНЫМ, А  
НЕРАЗЛОЖИМОЕ ДАЛЕЕ  
ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ПРОСТЫМ.**

- 1) На улице идет дождь. (А)**
- 2) На улице светит солнце. (В)**
- 3) На улице светит солнце и на улице идет дождь. (А и В)**
- 4) На улице светит солнце или на улице идет дождь. (А или В)**

**ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ  
АЛГЕБРЫ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ**



Логическая операция	Обозначения	Эквивалент в русском языке
Инверсия (логическое отрицание)	НЕ, NOT, $\neg$ , $\bar{a}$	не; неверно, что ...
Конъюнкция (логическое умножение)	И, AND, $\wedge$ , $\&$ , $\bullet$ , $\cap$	И            А            НО
Дизъюнкция (логическое сложение)	ИЛИ, OR, $\vee$ , $+$ , $ $ , $\cup$	Или;            Либо..., либо ... Или..., или...
Импликация (логическое следование)	$\rightarrow$ , $\Rightarrow$ , $\supset$	если ..., то ...;            из ... следует ...; ... достаточно для ...; для ... , необходимо ...
Эквиваленция (логическое равенство)	$\leftrightarrow$ , $\Leftrightarrow$ , $\equiv$ , $\sim$	... если и только если ...;            ... тогда и только тогда, когда ...; ... в том и только в том случае, когда ...; необходимо и достаточно

## Основные операции алгебры высказываний

⊕

Логическая операция	Обозначения	Эквивалент в русском языке
Инверсия (логическое отрицание)	НЕ, NOT, $\neg$ , $\bar{a}$	не; неверно, что ...
Конъюнкция (логическое умножение)	И, AND, $\wedge$ , &, $\bullet$ , $\cap$	и; а; но
Дизъюнкция (логическое сложение)	ИЛИ, OR, $\vee$ , +,  , $\cup$	Или; Либо..., либо ... Или..., или...
Импликация (логическое следование)	$\rightarrow$ , $\Rightarrow$ , $\supset$	если ..., то ...; из ... следует ...; ... достаточно для ...; для..., необходимо ...
<u>Эквиваленция</u> (логическое равенство)	$\leftrightarrow$ , $\Leftrightarrow$ , $\equiv$ , $\sim$	... если и только если ...; ... тогда и только тогда, когда ...; ... в том и только в том случае, когда ...; необходимо и достаточно

□

ИНВЕРСИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ) -  
ПРИСОЕДИНЕНИЕ ЧАСТИЦЫ «НЕ» К  
СКАЗУЕМОМУ ДАННОГО ПРОСТОГО  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИЛИ ПРИСОЕДИНЕНИЕ  
СЛОВ «НЕВЕРНО ЧТО. . .» КО ВСЕМУ  
ВЫСКАЗЫВАНИЮ.

**ИНВЕРСИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ  
ПЕРЕМЕННОЙ ИСТИННА,  
ЕСЛИ САМА ПЕРЕМЕННАЯ  
ЛОЖНА, И, НАОБОРОТ,  
ИНВЕРСИЯ ЛОЖНА, ЕСЛИ  
ПЕРЕМЕННАЯ ИСТИННА.**

<b>A</b>	<b><math>\bar{A}</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>

# ДИЗЬЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ) -

СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «ИЛИ», УПОТРЕБЛЯЕМОГО В НЕИСКЛЮЧАЮЩЕМ ВИДЕ.

ДИЗЬЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ЛОЖНА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ЛОЖНЫ.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ) - СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «И».

КОНЪЮНКЦИЯ ДВУХ  
ЛОГИЧЕСКИХ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ  
ИСТИННА ТОГДА И  
ТОЛЬКО ТОГДА,  
КОГДА ОБА  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ  
ИСТИННЫ.

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# ИМПЛИКАЦИЯ - ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ЕСЛИ ..., ТО ...»

ИМПЛИКАЦИЯ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ  
ЛОЖНА ЛИШЬ В  
СЛУЧАЕ, КОГДА А -  
ИСТИННО, А В- ЛОЖНО.

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



# ЭКВИВАЛЕНЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ,  
СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ТОГДА И  
ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ...»

**ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ДВУХ  
ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА  
В ТОМ И ТОЛЬКО ТОМ  
СЛУЧАЕ, КОГДА ОБА ЭТИ  
ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ  
ИЛИ ЛОЖНЫ.**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# ПРИОРИТЕТ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ:

- ИНВЕРСИЯ;
- КОНЪЮНКЦИЯ;
- ДИЗЪЮНКЦИЯ;
- ИМПЛИКАЦИЯ И  
ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ.

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, т.е. заменить логической формулой.

1. Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0»)- формулы.
2. Если  $A$  и  $B$  – формулы, то «не  $A$ », « $A$  и  $B$ », « $A$  или  $B$ », «если  $A$ , то  $B$ », «тогда и только тогда  $A$ , когда  $B$ » - формулы.
3. Никаких других формул в алгебре логики нет.

Простые высказывания будем называть **логическими переменными**, а сложные **логическими функциями**.