

## **Лекция 2.**

**Кодирование информации.  
Сообщения и сигналы.  
Системы счисления.**

# Кодирование информации.

## Сообщения и сигналы.

Под информацией понимают совокупность сведений о каких-либо событиях, процессах, явлениях.

Информация может быть передана во времени и в пространстве.

**Сообщением** называют информацию, представленную в определенной форме и предназначенную для передачи от источника к адресату. Примерами сообщений служат тексты телеграмм, речь, музыка, телевизионное изображение, данные на выходе компьютера, команды в системе автоматического управления объектами и т.п.

Сообщения передают с помощью сигналов, которые являются носителями информации. Основным видом сигналов являются электрические сигналы. Все большее распространение получают оптические сигналы, в волоконно-оптических линиях передачи информации.

Качество передачи тем выше, чем меньше искажения информации на приемной стороне. С увеличением скорости передачи информации требуется принимать специальные меры, препятствующие потерям и снижению качества передачи информации.

## Виды и характеристики носителей и сигналов.

Информация всегда связана с материальным носителем.

**Носителем** информации может быть любой материальный предмет (бумага, камень, стена, поверхность дискеты), волны различной природы (акустическая – звук, электромагнитная – свет, радиоволна, гравитационная – давление), особые состояния вещества (концентрация молекул в жидком растворе, температура и давление газа, расположение молекул в кристалле процессора и др.).

**Информационный сигнал** – физический процесс, имеющий для человека или технического устройства информационное значение. Он может быть **непрерывным** (аналоговым) или **дискретным**.

**Аналоговый** – сигнал, непрерывно изменяющийся по амплитуде и во времени.

Сигнал называется **дискретным**, если он может принимать лишь конечное число значений в определенный период времени.

В реальной жизни мы чаще всего воспринимаем непрерывные сигналы. Даже речь человека по сути представляет собой непрерывный сигнал.

**Аналоговые сигналы** могут быть представлены в **дискретном** виде, например, в виде последовательности чисел. Такой процесс представления величины называют **дискретизацией**.

Вычислительная техника может работать как с аналоговыми, так и с дискретными (цифровыми) сигналами. Соответственно, существуют аналоговые вычислительные машины (**АВМ**) и цифровые вычислительные машины (**ЦВМ**), причем последние получили значительно большее распространение.

*Достоинством дискретной формы представления информации является преобразование без потери информации, высокая помехоустойчивость, простота и надежность устройств по обработке информации; универсальность устройств.*

**Операция кодирования** - преобразование полученных измерений сигнала в соответствующие значения некоторого цифрового кода или кодовой комбинации, которые затем передаются по каналам связи.

Информационный процесс кодирования информации встречается часто и в нашей жизни.

Любое общение между людьми происходит благодаря тому, что они научились выражать свои образы, чувства и эмоции с помощью специально предназначенных для этого знаков – звуков, жестов, букв и пр.

В процессе развития человеческого общества люди выработали большое число языков кодирования, к которым относятся:

- **разговорные языки** (русский, английский, хинди и другие, всего около 5000);
- **язык мимики и жестов;**
- **язык рисунков и чертежей;**
- **языки науки** (язык математики, химии и т.д.);
- **язык искусства** (музыки, живописи, скульптуры);
- **специальные языки** (эсперанто, морской семафор, азбука Морзе, азбука Брайля и т.д.)

В группе специальных языков особо выделим **языки программирования**.

**Программирование** – кодирование информации на языке, "понятном" компьютеру.

**Кодированием** называется процесс преобразования одного набора знаков в другой набор.

**Кодом** называется правило для преобразования этого набора.

**Знак** – это элемент множества отличных друг от друга элементов, с помощью которых кодируется сообщение.

**Набор знаков**, в котором определен порядок их следования, называется **алфавитом**. Алфавит, состоящий из двух знаков, называется **двоичным алфавитом**.

## Кодирование целых и действительных чисел

- Для автоматизации работы с данными необходимо унифицировать их форму представления. Для этого используется прием кодирования, т.е. выражение данных одного типа через данные другого типа. Естественные языки общения людей есть системы кодирования понятий для выражения мыслей посредством речи. К языкам близко примыкают символы азбуки – системы кодирования компонентов языка (мыслей) с помощью графических символов.
- В вычислительной технике в настоящее время широко используется двоичное кодирование с алфавитом  $\{0,1\}$ . Наиболее распространенными кодами являются **ASCII** (American standart code for information interchange – американский стандартный код для обмена информацией), **ДКОИ-8** (двоичный код обмена информации), **Win1251** или CP1251 (code page), **Unicode**.
- Длиной кода** называется то количество знаков кодирующего алфавита, которое используется при кодировании одного знака кодируемого сообщения.
- Своя система существует и в вычислительной технике – она называется **двоичным кодированием** и в ней используются всего два знака: **0** и **1**. Эти знаки называют двоичными цифрами, по-английски – binary digit или сокращенно bit (бит). Одним битом могут быть выражены два понятия: 0 или 1 (да или нет, черное или белое, истина или ложь и т.п.). Если количество битов увеличить до двух, то уже можно выразить четыре различных понятия. Тремя битами можно закодировать восемь различных значений.
- Целые числа** кодируются двоичным кодом достаточно просто - необходимо взять целое число и делить его пополам до тех пор, пока частное не будет равно единице. Совокупность остатков от каждого деления, записанная справа налево вместе с последним частным, и образует двоичный аналог десятичного числа.
- Для кодирования целых чисел от **0** до **255** достаточно иметь **8** разрядов двоичного кода (8 бит). **16 бит** позволяют закодировать целые числа от **0** до **65535**, а **24** – уже более **16,5** миллионов различных значений.

## Кодирование текстовой информации.

С помощью **одного байта** можно закодировать **256** различных значений. Всему населению мира необходимо договориться о том, каким кодом (от 0 до 255) должен кодироваться каждый символ. Всеобщая договоренность об одинаковом использовании чего-либо называется **стандартом**.

**Стандарт** устанавливает **таблицу кодов**, в которой записано, каким кодом должен кодироваться каждый символ. Но символы, которые хороши для одной страны, не подходят для другой. Поэтому было принято решение **таблицу кодов разделить пополам**. Первые 128 кодов (с 0 до 127) должны быть стандартными и обязательными для всех стран и всех компьютеров, а во второй половине таблицы (с кода 128 до кода 255) каждая страна создает в этой половине свой стандарт - **национальный**.

Первую (**международную**) половину таблицы называют таблицей **ASCII** – ее ввел американский институт стандартизации **ANSI**. В этой таблице размещаются прописные и строчные буквы английского алфавита, символы чисел от 0 до 9, все знаки препинания, символы арифметических операций и некоторые другие специальные коды.

Рассмотрим первую половину **кодовой** таблицы.

Коды от **0 до 32** - **управляющие коды**, которые используются не для представления информации, а применяются для управления компьютером. Они отданы на усмотрение производителей компьютерных сетей.

Специальные символы и знаки препинания имеют коды с **33 по 47**.

Далее идут 10 цифр (коды с **48 - 57**).

Коды **58-64** используют некоторые **математические символы и знаки препинания**.

Коды с **65 по 90** обозначают **прописные английские буквы от A до Z**.

Коды **91-96** используются для **специальных символов**.

Коды **97-122** - строчные буквы **латинского алфавита**.

Коды **123-127** - **специальные символы**

## Кодирование графической информации

Графическая информация представляется вычислительных устройствах двумя способами:

- растровым;
- векторным.

**Растровое изображение** – совокупность точек, используемых для его изображения на экране монитора. Для черно-белого изображения информации объем одной точки равен 1 биту, т.к. она может быть либо черной, либо белой, что можно закодировать 0 или 1.

Рассмотрим сколько потребуется бит для отображения **цветной точки**. Для 8 цветов – 3 бита, 16 цветов – 4 бита, 256 цветов – 8 бит (1 байт).

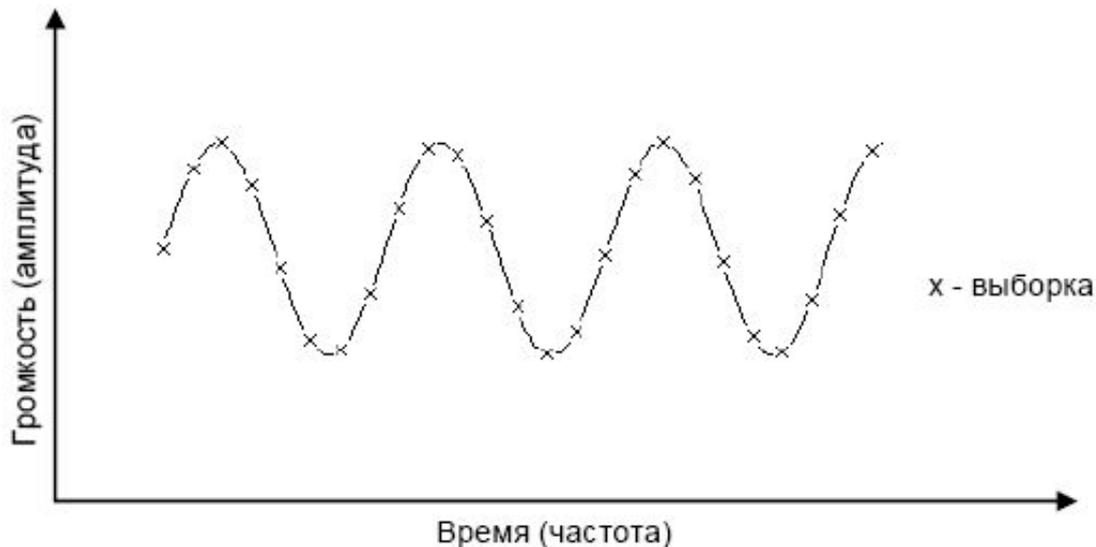
Разные цвета и их оттенки получаются за счет наличия или отсутствия 3-х основных цветов (красного, синего, зеленого) и их яркости. Каждая точка кодируется с помощью 4 бит. Например:

Цвет	Яркость	Красный	Зеленый	Синий
Черный	0	0	0	0
Синий	0	0	0	1
Коричн.	0	1	1	0
Белый	0	1	1	1
Серый	1	0	0	0
Желтый	1	1	1	0

**Векторное изображение** – графический объект состоит из отрезков и дуг. Положение этих объектов определяется координатами точки и длиной радиуса. Для каждой линии указывается ее **тип** (сплошная, пунктирная, штрих-пунктирная), **толщина**, **цвет**. Информация о векторном изображении кодируется как обычная буквенно-цифровая и обрабатывается специальной программой.

## Кодирование звуковой информации

Звук можно описать в виде совокупности синусоидальных волн определенных частоты и амплитуды. **Частота** волны определяет высоту звукового тона, **амплитуда** – громкость звука. Частота измеряется в герцах (Гц [Hz]). Диапазон слышимости для человека составляет от 20 Гц до 17000 Гц (или 17 кГц).



### Дискретизация звукового сигнала

Задача цифрового представления звука, сводится к задаче описания синусоидальной кривой. Принцип такого представления изображен на рисунке.

Каждой **дискретной** выборке присваивается целое число – **значение амплитуды**. Количество выборок в секунду называется **частотой выборки**. Количество возможных значений амплитуды называется **точностью выборки**. Таким образом, звуковая волна представляется в виде ступенчатой кривой. Ширина ступеньки тем меньше, чем больше частота выборки, а высота ступеньки тем меньше, чем больше точность выборки.

# Система счисления

# Кодирование информации в компьютере

Современный компьютер может обрабатывать числовую, текстовую, графическую, звуковую и видео информацию. Все эти виды информации в компьютере представлены в двоичном коде, т. е. используется алфавит мощностью два (всего два символа 0 и 1). Связано это с тем, что удобно представлять информацию в виде последовательности электрических импульсов: импульс отсутствует (0), импульс есть (1). Такое кодирование принято называть двоичным, а сами логические последовательности нулей и единиц - машинным языком.

Чтобы закодировать один символ используют количество информации равное 1 байту, т. е.  $I = 1 \text{ байт} = 8 \text{ бит}$ . При помощи формулы, которая связывает между собой количество возможных событий  $K$  и количество информации  $I$ , можно вычислить сколько различных символов можно закодировать (считая, что символы - это возможные события):

$$K = 2^I = 2^8 = 256,$$

т. е. для представления текстовой информации можно использовать алфавит мощностью 256 символов.

Суть кодирования заключается в том, что каждому символу ставят в соответствие двоичный код от 00000000 до 11111111 или получаем десятичный код от 0 до 255. Т.е. в одном байте можно сохранять целые положительные числа от 0 до 255 включительно (всего 256 значений, что соответствует  $2^8$ ).

Для хранения чисел имеющих значение большее, чем 255, используют большее количество байтов. Так в двух байтах можно хранить число, состоящее из 16 разрядов. Можно узнать количество возможных комбинаций нулей и единиц для 16-ти разрядного числа:  $2^{16} = 65536$ . Т.е. в двух байтах можно сохранить любое число от 0 до 65535.

Для примера посчитаем, количество значений, которые можно сохранить, если использовать 4-х байтную ячейку памяти (такая ячейка имеет 32 разряда):  
 $2^{32} = 4\,294\,967\,296$ , т.е. более 4 миллиардов.

Формат числа в байтах	Диапазон	
	Запись с порядком	Обычная запись
1	$0 \dots 2^8 - 1$	0 ... 255
2	$0 \dots 2^{16} - 1$	0 ... 65535

Степень	Значение
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096
13	8192
14	16384
15	32768
16	65536

Под **системой счисления** понимается способ представления любого числа с помощью некоторого алфавита символов, называемых цифрами

Все системы счисления делятся на **позиционные и непозиционные**.

## **Непозиционные системы счисления**

Как только люди начали считать, у них появилась потребность в записи чисел. Находки археологов на стоянках первобытных людей свидетельствуют о том, что первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-либо значков (бирок): зарубок, черточек, точек. Позже, для облегчения счета, эти значки стали группировать по три или по пять. Такая система записи чисел называется **единичной (унарной)**, так как любое число в ней образуется путём повторения одного знака, символизирующего единицу. Отголоски единичной системы счисления встречаются и сегодня. Так, чтобы узнать, на каком курсе учится курсант военного училища, нужно сосчитать, какое количество полосок нашито на его рукаве. Сами того не осознавая, единичной системой счисления пользуются малыши, показывая на пальцах свой возраст, а счетные палочки используется для обучения учеников 1–го класса счету.

## Различные системы счисления

*Единичная система* – не самый удобный способ записи чисел.

Записывать таким образом большие количества утомительно, да и сами записи при этом получаются очень длинными. С течением времени возникли иные, более удобные, системы счисления.

*Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления.*

Примерно в третьем тысячелетии до нашей эры древние египтяне придумали свою числовую систему, в которой для обозначения ключевых чисел 1, 10, 100 и т.д. использовались специальные значки – иероглифы. Все остальные числа составлялись из этих ключевых при помощи операции сложения. Система счисления Древнего Египта является десятичной, но непозиционной. В непозиционных системах счисления количественный эквивалент каждой цифры не зависит от ее положения (места, позиции) в записи числа. Например, чтобы изобразить 3252 рисовали три цветка лотоса (три тысячи), два свернутых пальмовых листа (две сотни), пять дуг (пять десятков) и два шеста (две единицы). Величина числа не зависела от того, в каком порядке располагались составляющие его знаки: их можно было записывать сверху вниз, справа налево или попеременно.

*Римская система счисления.* Примером непозиционной системы, которая сохранилась до наших дней, может служить система счисления, которая применялась более двух с половиной тысяч лет назад в Древнем Риме. В основе римской системы счисления лежали знаки I (один палец) для числа 1, V (раскрытая ладонь) для числа 5, X (две сложенные ладони) для 10, а для обозначения чисел 100, 500 и 1000 стали применять первые буквы соответствующих латинских слов (Centum – сто, Demimille – половина тысячи, Mille – тысяча). Чтобы записать число, римляне разлагали его на сумму тысяч, полутысяч, сотен, полусотен, десятков, пятков, единиц.

Например, десятичное число 28 представляется следующим образом:

XXVIII=10+10+5+1+1+1 (два десятка, пяток, три единицы).

Для записи промежуточных чисел римляне использовали не только сложение, но и вычитание. При этом применялось следующее правило: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него. Например, IX – обозначает 9, XI – обозначает 11.

Десятичное число 99 имеет следующее представление:

XCIX = -10+100-1+10.

Римскими цифрами пользовались очень долго. Еще 200 лет назад в деловых бумагах числа должны были обозначаться римскими цифрами (считалось, что обычные арабские цифры легко подделать). Римская система счисления сегодня используется, в основном, для наименования знаменательных дат, томов, разделов и глав в книгах.

*Алфавитные системы счисления.* Более совершенными непозиционными системами счисления были алфавитные системы. К числу таких систем счисления относились греческая, славянская, финикийская и другие. В них числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались буквами алфавита. В алфавитной системе счисления Древней Греции числа 1, 2, ..., 9 обозначались первыми девятью буквами греческого алфавита, и т.д. Для обозначения чисел 10, 20, ..., 90 применялись следующие 9 букв а для обозначения чисел 100, 200, ..., 900 – последние 9 букв.

У славянских народов числовые значения букв установились в порядке славянского алфавита, который использовал сначала глаголицу, а затем кириллицу.

В России славянская нумерация сохранилась до конца XVII века. При Петре I возобладала так называемая арабская нумерация, которой мы пользуемся и сейчас. Славянская нумерация сохранилась только в богослужебных книгах.

**Непозиционные системы счисления имеют ряд существенных недостатков:**

- Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел.
- Невозможно представлять дробные и отрицательные числа.
- Сложно выполнять арифметические операции, так как не существует алгоритмов их выполнения.

## Позиционные системы счисления

В позиционных системах счисления – количественный эквивалент каждой цифры зависит от ее положения (позиции) в коде(записи) числа. Ныне мы привыкли пользоваться десятичной позиционной системой — числа записываются с помощью 10 цифр. Самая правая цифра обозначает единицы, левее — десятки, ещё левее — сотни и т.д.

Например: 1) шестидесятеричная (Древний Вавилон)— первая позиционная система счисления. До сих пор при измерении времени используется основание равное 60 (1мин = 60с, 1ч = 60мин); 2) двенадцатеричная система счисления (широкое распространение получила в XIX в. число 12 – “дюжина”: в сутках две дюжины часов). Счёт не по пальцам, а по суставам пальцев. На каждом пальце руки, кроме большого, по 3 сустава – всего 12; 3) в настоящее время наиболее распространёнными позиционными системами счисления являются десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная (широко используется в низкоуровневом программировании и в компьютерной документации, поскольку в современных компьютерах минимальной единицей памяти является 8-битный байт, значения которого удобно записывать двумя шестнадцатеричными цифрами).

**В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.** Например, в числе 757,7 первая семерка означает 7 сотен, вторая — 7 единиц, а третья — 7 десятых долей единицы.

Сама же запись числа 757,7 означает сокращенную запись выражения

$$700 + 50 + 7 + 0,7 = 7 * 10^2 + 5 * 10^1 + 7 * 10^0 + 7 * 10^{(-1)} = 757,7.$$

Любая позиционная система счисления характеризуется своим **основанием**

## Какие системы счисления используют специалисты для общения с компьютером?

Кроме десятичной широко используются системы с основанием, являющимся целой степенью числа 2, а именно:

- **двоичная** (используются две цифры: 0 и 1);
- **восьмеричная** (использует восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Употребляется в ЭВМ как вспомогательная для записи информации в сокращенном виде. Для представления одной цифры **восьмеричной** системы используются **три** двоичных разряда (**триада**);
- **шестнадцатеричная** (Для изображения чисел употребляются **16** цифр. Первые десять цифр этой системы обозначаются цифрами от 0 до 9, а старшие шесть цифр – латинскими буквами: 10–А, 11–В, 12–С, 13–D, 14–Е, 15–F. Шестнадцатеричная система используется для записи информации в сокращенном виде. Для представления одной цифры шестнадцатеричной системы счисления используется **четыре** двоичных разряда (**тетрада**).

## Таблица отображения десятичных чисел в различных системах счисления.

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9

10-я	2-я	8-я	16-я
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13

Из всех систем счисления особенно проста и поэтому интересна для технической реализации в компьютерах двоичная система счисления.

# Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?

Люди предпочитают десятичную систему, вероятно, потому, что с древних времен считали по пальцам, а пальцев у людей по десять на руках и ногах. Не всегда и не везде люди пользуются десятичной системой счисления. В Китае, например, долгое время пользовались пятеричной системой счисления.

А компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

- для ее реализации нужны **технические устройства с двумя устойчивыми состояниями (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.)**, а не, например, с десятью, — как в десятичной;
  - представление информации посредством только двух состояний **надежно и помехоустойчиво**;
- возможно **применение аппарата булевой алгебры для выполнения логических преобразований информации**;
- двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — **быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.**

# Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему

Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему очень прост: достаточно каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой (тройкой цифр) или тетрадой (четверкой цифр).

Например:

$537, 1_8 = 101\ 011\ 111, 001_2$  ;  $1A3, F_{16} = 1\ 1010\ 0011, 1111_2$

↓
↓
↓
↓
↓
↓
↓
↓

5
3
7
1
1
A
3
F

<i>0</i>	000	<i>4</i>	100
<i>1</i>	001	<i>5</i>	101
<i>2</i>	010	<i>6</i>	110
<i>3</i>	011	<i>7</i>	111

<i>0</i>	0000	<i>8</i>	1000
<i>1</i>	0001	<i>9</i>	1001
<i>2</i>	0010	<i>A</i>	1010
<i>3</i>	0011	<i>B</i>	1011
<i>4</i>	0100	<i>C</i>	1100
<i>5</i>	0101	<i>D</i>	1101
<i>6</i>	0110	<i>E</i>	1110
<i>7</i>	0111	<i>F</i>	1111

# Перевод двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную, его нужно разбить влево и вправо от запятой на триады (для восьмеричной) или тетрады (для шестнадцатеричной) и каждую такую группу заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

Например,

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccccc} 10 & 101 & 001, & 101 & 110_2 & = 251,56_8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 2 & 5 & 1 & 5 & 6 & \end{array}$$

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccc} 1010 & 1001, & 1011 & 1000_2 & = A9,B8_{16} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ A & 9 & B & 8 & \end{array}$$

## Перевод целого число из десятичной системы в любую другую позиционную систему счисления?

Для перевода целого десятичного числа  $N$  в систему счисления с основанием  $q$  необходимо  $N$  разделить с остатком ("нацело") на  $q$ , записанное в той же десятичной системе. Затем неполное частное, полученное от такого деления, нужно снова разделить с остатком на  $q$ , и т.д., пока последнее полученное неполное частное не станет равным нулю. Представлением числа  $N$  в новой системе счисления будет последовательность остатков деления, изображенных одной  $q$ -ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения.

**Пример:** Переведем число 75 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную:

**В ДВОИЧНУЮ**

$$\begin{array}{r|l}
 75 & 2 \\
 \hline
 1 & 37 \\
 & \hline
 & 1 \quad 18 \\
 & \quad \hline
 & \quad 0 \quad 9 \\
 & \quad \quad \hline
 & \quad \quad 1 \quad 4 \\
 & \quad \quad \quad \hline
 & \quad \quad \quad 0 \quad 2 \\
 & \quad \quad \quad \quad \hline
 & \quad \quad \quad \quad 0 \quad 1 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 & \quad \quad \quad \quad \quad 1 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

**В ВОСЬМЕРИЧНУЮ**

$$\begin{array}{r|l}
 75 & 8 \\
 \hline
 3 & 9 \\
 & \hline
 & 1 \quad 1 \\
 & \quad \hline
 & \quad 8 \\
 & \quad \quad \hline
 & \quad \quad 0
 \end{array}$$

**В ШЕСТИНАДЦАТЕРИЧНУЮ**

$$\begin{array}{r|l}
 75 & 16 \\
 \hline
 (B_{16}) \quad 11 & 4 \\
 & \hline
 & \quad 16 \\
 & \quad \quad \hline
 & \quad \quad 0
 \end{array}$$

**Напоминание:** первый остаток  $11_{10}$  в этом примере записывается шестнадцатеричной цифрой  $B_{16}$ .

**Ответ:**  $75_{10} = 1\ 001\ 011_2 = 113_8 = 4B_{16}$ .

## Перевод числа из двоичной (восьмеричной, шестнадцатеричной) системы в десятичную?

Перевод в десятичную систему числа  $x$ , записанного в  $q$ -ичной системе счисления ( $q = 2, 8$  или  $16$ ) в виде  $x_q = (a_n a_{n-1} \dots a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m})_q$  сводится к вычислению значения многочлена

$$x_{10} = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \dots + a_0 q^0 + a_{-1} q^{-1} + a_{-2} q^{-2} + \dots + a_{-m} q^{-m}$$

средствами десятичной арифметики.

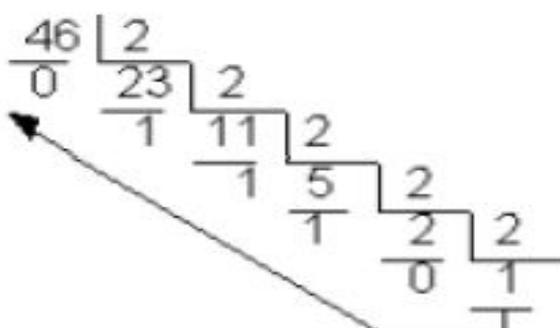
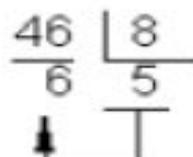
Примеры:

Разряды	3 2 1 0 -1
Число	1 0 1 1, 1 <sub>2</sub> = 1*2 <sup>3</sup> +1*2 <sup>1</sup> +1*2 <sup>0</sup> +1*2 <sup>-1</sup> = 11,5 <sub>10</sub>

Разряды	2 1 0 -1
Число	2 7 6, 5 <sub>8</sub> = 2*8 <sup>2</sup> +7*8 <sup>1</sup> +6*8 <sup>0</sup> +5*8 <sup>-1</sup> = 190,625 <sub>10</sub>

Разряды	2 1 0
Число	1 F 3 <sub>16</sub> = 1*16 <sup>2</sup> +15*16 <sup>1</sup> +3*16 <sup>0</sup> = 499 <sub>10</sub>

## Сводная таблица переводов целых чисел

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
1	$10 \rightarrow 2$  Ответ: $101110_2$	5	$2 \rightarrow 10$ $101110_2 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 46_{10}$ Ответ: $46_{10}$
		6	$2 \rightarrow 16$ $101110_2 = 10 \underbrace{1110}_2 = 2E_{16}$ Ответ: $2E_{16}$
		7	$8 \rightarrow 2$ $56_8 = \underbrace{101}_2 \underbrace{110}_2$ Ответ: $101110_2$
2	$10 \rightarrow 8$  Ответ: $56_8$	8	$8 \rightarrow 10$ $56_8 = 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 40 + 6 = 46_{10}$ Ответ: $46_{10}$
		9	$8 \rightarrow 16$ $56_8 = \underbrace{101}_2 \underbrace{110}_2 = 10 \underbrace{1110}_2 = 2E_{16}$ Ответ: $2E_{16}$

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
3	$10 \rightarrow 16$  $\begin{array}{r l} 46 & 16 \\ \hline 14 & 2 \end{array}$  Ответ: $2E_{16}$	10	$16 \rightarrow 2$ $2E_{16} = \underbrace{0010}_{2} \underbrace{1110}_E = 101110_2$  Ответ: $101110_2$
		11	$16 \rightarrow 8$ $2E_{16} = 10 \underbrace{1110}_E = 101 \underbrace{110}_E = 56_8$  Ответ: $56_8$
4	$2 \rightarrow 8$  $101110_2 = \underbrace{101}_5 \underbrace{110}_6 = 56_8$  Ответ: $56_8$	12	$16 \rightarrow 10$ $\begin{array}{l} 1 \ 0 \\ 2 \ E_{16} = 2 * 16^1 + E * 16^0 = \\ = 32 + 14 = 46_{10} \end{array}$ Ответ: $46_{10}$

# Сложение

При **сложении** двух единиц происходит переполнение разряда и **производится перенос** единицы в старший разряд, при **вычитании 0–1** производится заем из старшего разряда.

Таблицы сложения легко составить, используя Правило Счета.

Для образования целого числа, следующего за любым данным целым числом, нужно продвинуть самую правую цифру числа; если какая-либо цифра после продвижения стала нулем, то нужно продвинуть цифру, стоящую слева от неё.

Сложение в двоичной системе

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Сложение в восьмеричной системе

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

## Сложение в шестнадцатиричной системе

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.

# Примеры

**Пример 1.** Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Десятичная:  $15_{10} + 6_{10}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ \underline{6} \\ 21 \\ \hline \end{array}$$

$5+6=11=10+1$   
 $1+1=2$

Двоичная:  $1111_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 1111 \\ \underline{0110} \\ 10101 \\ \hline \end{array}$$

$1+0=1$   
 $1+1=2=2+0$   
 $1+1+1=3=2+1$   
 $1+1=2=2+0$

Восьмеричная:  $17_8 + 6_8$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 17 \\ \underline{6} \\ 25 \\ \hline \end{array}$$

$7+6=13=8+5$   
 $1+1=2$

Шестнадцатеричная:  $F_{16} + 6_{16}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + F \\ \underline{6} \\ 15 \\ \hline \end{array}$$

$15+6=21=16+5$

**Ответ:**  $15+6 = 21_{10} = 10101_2 = 25_8 = 15_{16}$ .

**Проверка.** Преобразуем полученные суммы к десятичному виду:

$$10101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 16+4+1=21,$$

$$25_8 = 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 16 + 5 = 21,$$

$$15_{16} = 1 \cdot 16_1 + 5 \cdot 16_0 = 16+5 = 21.$$

**Пример 2.** Сложим числа 15, 7 и 3.

**Десятичная:**  $15_{10} + 7_{10} + 3_{10}$  **Двоичная:**  $1111_2 + 111_2 + 11_2$  **Восьмеричная:**  $17_8 + 7_8 + 3_8$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 15 \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 25 \\
 \hline
 \end{array}$$

$5+7+3=15=10+5$   
 $1+1=2$

$$\begin{array}{r}
 11+1 \quad 1 \\
 + 1111 \\
 111 \\
 11 \\
 \hline
 11001 \\
 \hline
 \end{array}$$

$1+1+1=3=2+1$   
 $1+1+1+1=4=2^2+0$   
 $1+1=2=2+0$   
 $1+1+1=3=2+1$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 + 17 \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 31 \\
 \hline
 \end{array}$$

$7+7+3=17=2^3+1$   
 $2+1=3$

**Шестнадцатеричная:**  $F_{16} + 7_{16} + 3_{16}$

$$\begin{array}{r}
 + \quad F \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 19 \\
 \hline
 \end{array}$$

$15+7+3=25=16+9$

**Ответ:**  $5+7+3 = 25_{10} = 11001_2 = 31_8 = 19_{16}$ .

**Проверка:**

$$11001_2 = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 16+8+1=25,$$

$$31_8 = 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 24 + 1 = 25,$$

$$19_{16} = 1 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 16+9 = 25.$$

**Пример 3.** Сложим числа 141,5 и 59,75.

**Десятичная:**  $141,5_{10} + 59,75_{10}$

**Двоичная:**  $10001101,1_2 + 111011,11_2$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 141,50 \\
 \underline{59,75} \\
 201,25
 \end{array}$$

$0+5=5$   
 $5+7=12=10+2$   
 $1+9+1=11=10+1$   
 $4+5+1=10=10+0$   
 $1+1=2$

$$\begin{array}{r}
 111111 \\
 + 10001101,1 \\
 \underline{111011,11} \\
 11001001,01
 \end{array}$$

$1+0=1$   
 $1+1=2=2+0$   
 $1+1=2=2+0$   
 $1+1+1=3=2+1$   
 $1+1=2=2+0$   
 $1+1=2=2+0$   
 $1+1=2=2+0$

**Восьмеричная:**  $215,4_8 + 73,6_8$

**Шестнадцатеричная:**  $8D,8_{16} + 3B,C_{16}$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 215,4 \\
 \underline{73,6} \\
 311,2
 \end{array}$$

$4+6=10=8+2$   
 $5+3+1=9=8+1$   
 $1+7+1=9=8+1$   
 $2+1=3$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 + 8D,8 \\
 \underline{3B,C} \\
 C9,4
 \end{array}$$

$8+12=20=16+4$   
 $13+11+1=25=16+9$   
 $8+3+1=12=C_{16}$

**Ответ:**  $141,5 + 59,75 = 201,25_{10} = 11001001,01_2 = 311,2_8 = C9,4_{16}$

**Проверка.** Преобразуем полученные суммы к десятичному виду

$$11001001,01_2 = 2^7 + 2^6 + 2^3 + 2^0 + 2^{-2} = 201,25$$

$$311,2_8 = 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} = 201,25$$

$$C9,4_{16} = 12 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} = 201,25$$

# ВЫЧИТАНИЕ

**Пример 4.** Вычтем единицу из чисел  $10_2$ ,  $10_8$  и  $10_{16}$

Двоичная:  $10_2 - 1_2$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{2-1=1} \end{array}$$

Восьмеричная:  $10_8 - 1_8$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{8-1=7} \end{array}$$

Шестнадцатеричная:  $10_{16} - 1_{16}$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{Заемы} \\ - 10 \\ \hline F \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{16-1=15=F_{16}} \end{array}$$

**Пример 5.** Вычтем единицу из чисел  $100_2$ ,  $100_8$  и  $100_{16}$ .

Двоичная:  $100_2 - 1_2$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 100 \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{2-1=1} \\ \boxed{1-0=1} \end{array}$$

Восьмеричная:  $100_8 - 1_8$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 100 \\ \hline 77 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{8-1=7} \\ \boxed{7-0=7} \end{array}$$

Шестнадцатеричная:  $100_{16} - 1_{16}$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{Заемы} \\ - 100 \\ \hline FF \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{16-1=15=F_{16}} \\ \boxed{1+1=2} \end{array}$$

**Пример 6.** Вычтем число 59,75 из числа 201,25.

**Десятичная:**  $201,25_{10} - 59,75_{10}$

**Двоичная:**  $11001001,01_2 - 111011,11_2$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 - 201,25 \\
 \underline{59,75} \\
 141,50 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{5-5=0} \\
 \boxed{10+2-7=5} \\
 \boxed{10-9=1} \\
 \boxed{2-5=4} \\
 \boxed{2-1=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \quad \text{Заемы} \\
 - 11001001,01 \\
 \underline{00111011,11} \\
 10001101,10 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{1-0=1} \\
 \boxed{0-0=0} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{2-1=1} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{1-0=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

**Восьмеричная:**  $311,2_8 - 73,6_8$

**Шестнадцатеричная:**  $C9,4_{16} - 3B,C_{16}$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 - 311,2 \\
 \underline{73,6} \\
 215,4 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{8+2-6=4} \\
 \boxed{8-3=5} \\
 \boxed{8-7=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 - C9,4 \\
 \underline{3B,C} \\
 8D,8 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{16+4-12=8} \\
 \boxed{16+8-11=13=D_{16}} \\
 \boxed{12-1-3=8}
 \end{array}
 \end{array}$$

**Ответ:**  $201,25_{10} - 59,75_{10} = 141,5_{10} = 10001101,1_2 = 215,4_8 = 8D,8_{16}$ .

**Проверка.** Преобразуем полученные разности к десятичному виду:

$$10001101,1_2 = 2^7 + 2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} = 141,5;$$

$$215,4_8 = 2 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} = 141,5;$$

$$8D,8_{16} = 8 \cdot 16^1 + D \cdot 16^0 + 8 \cdot 16^{-1} = 141,5.$$

**Спасибо за внимание**