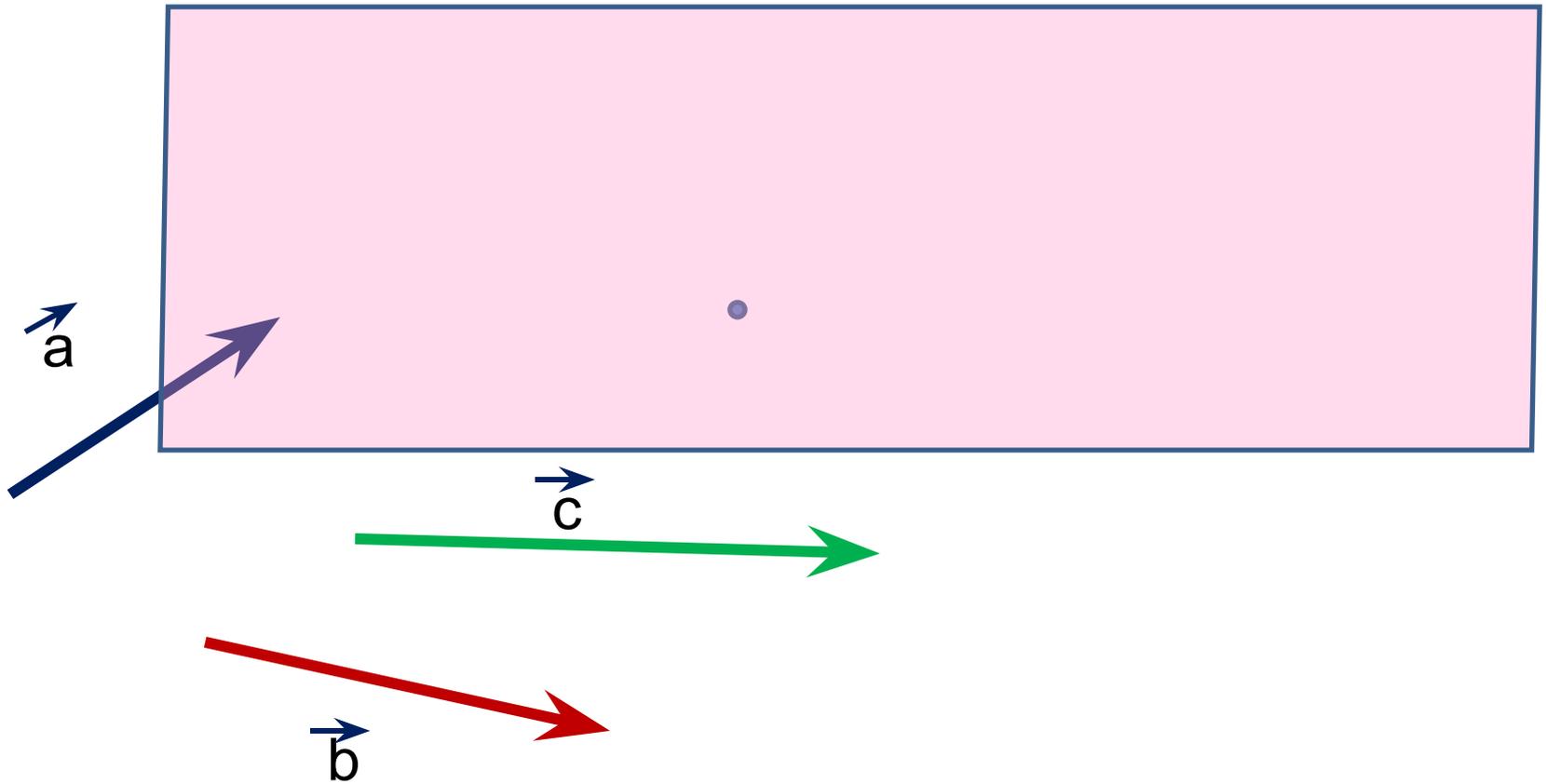


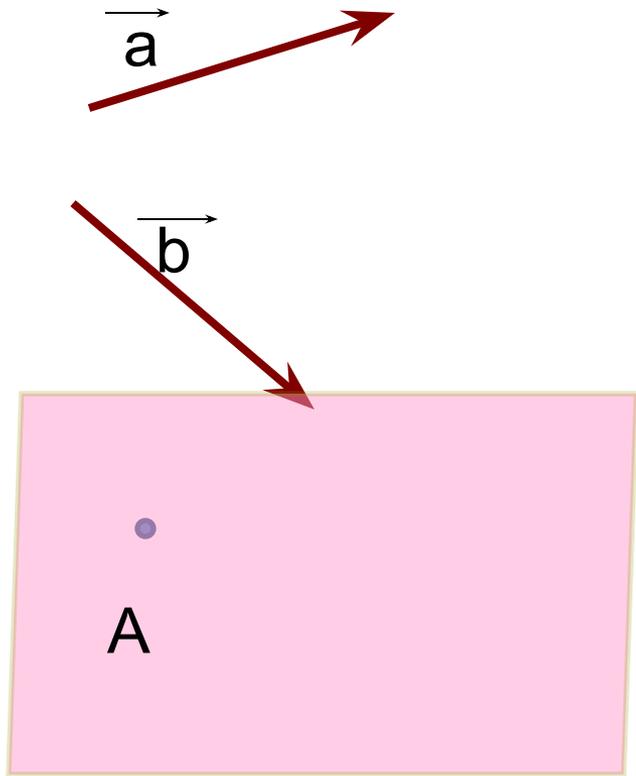
КОМПЛАНАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

Компланарные векторы

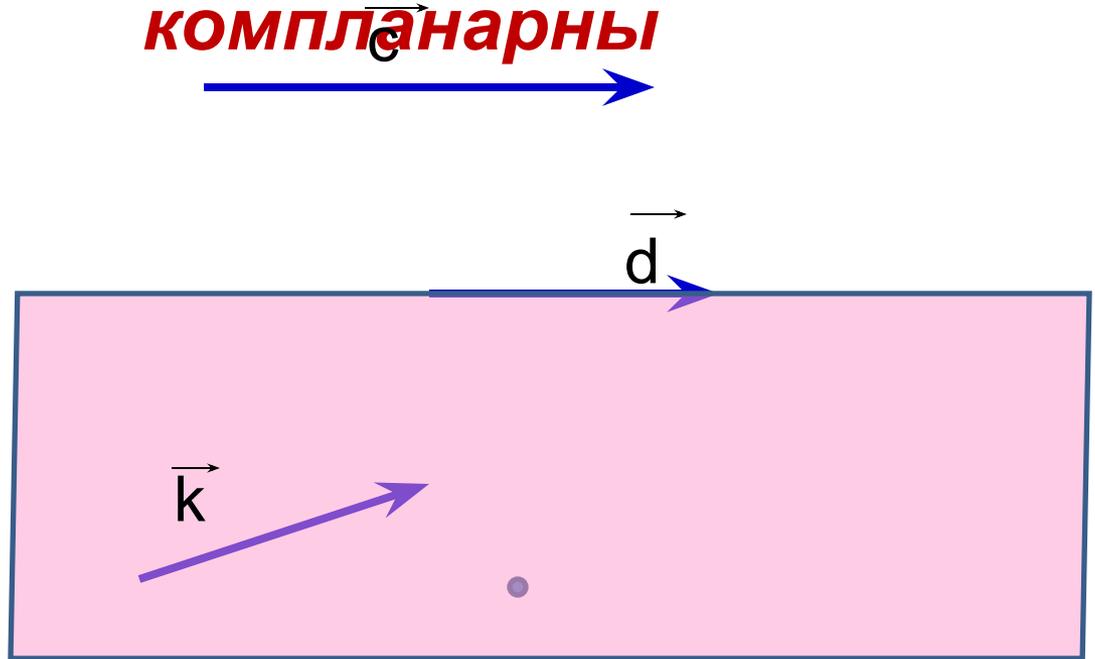
**(от лат. com — совместно и
planum — плоскость)**



**Любые два
вектора
компланарны**

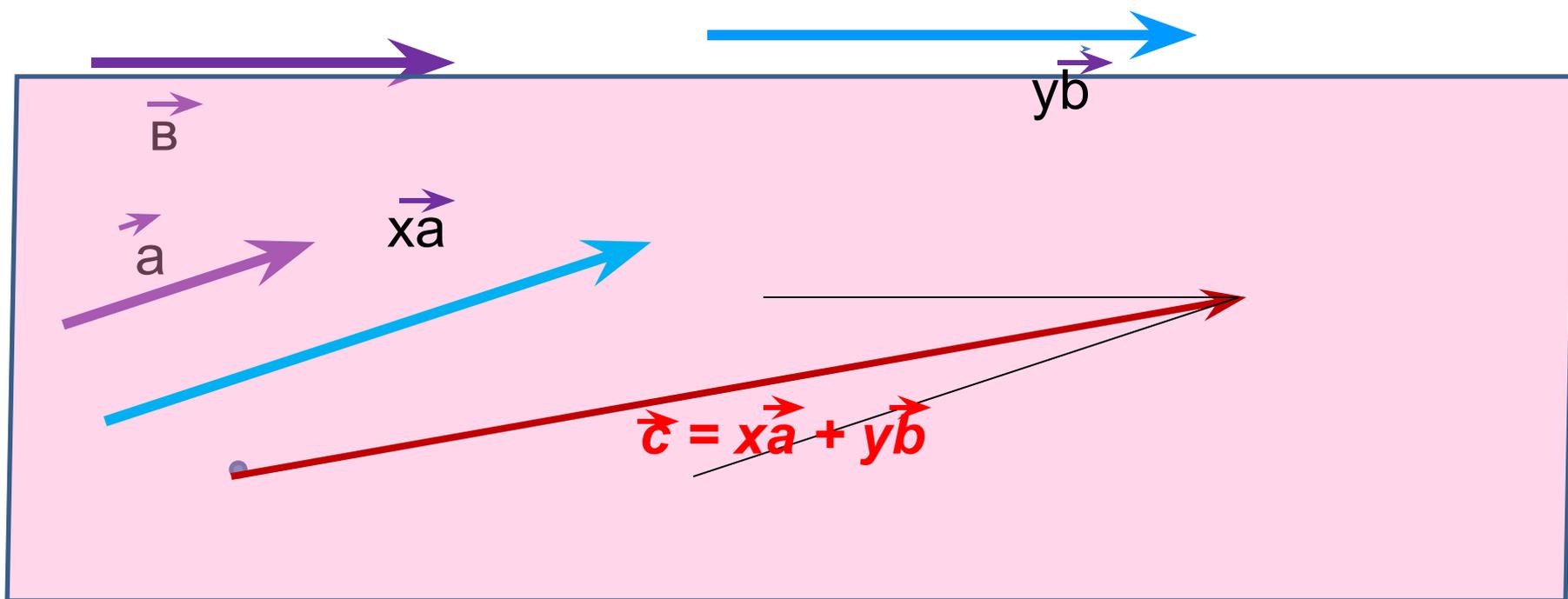


**Любые три вектора, два
из которых
коллинеарные,
компланарны**



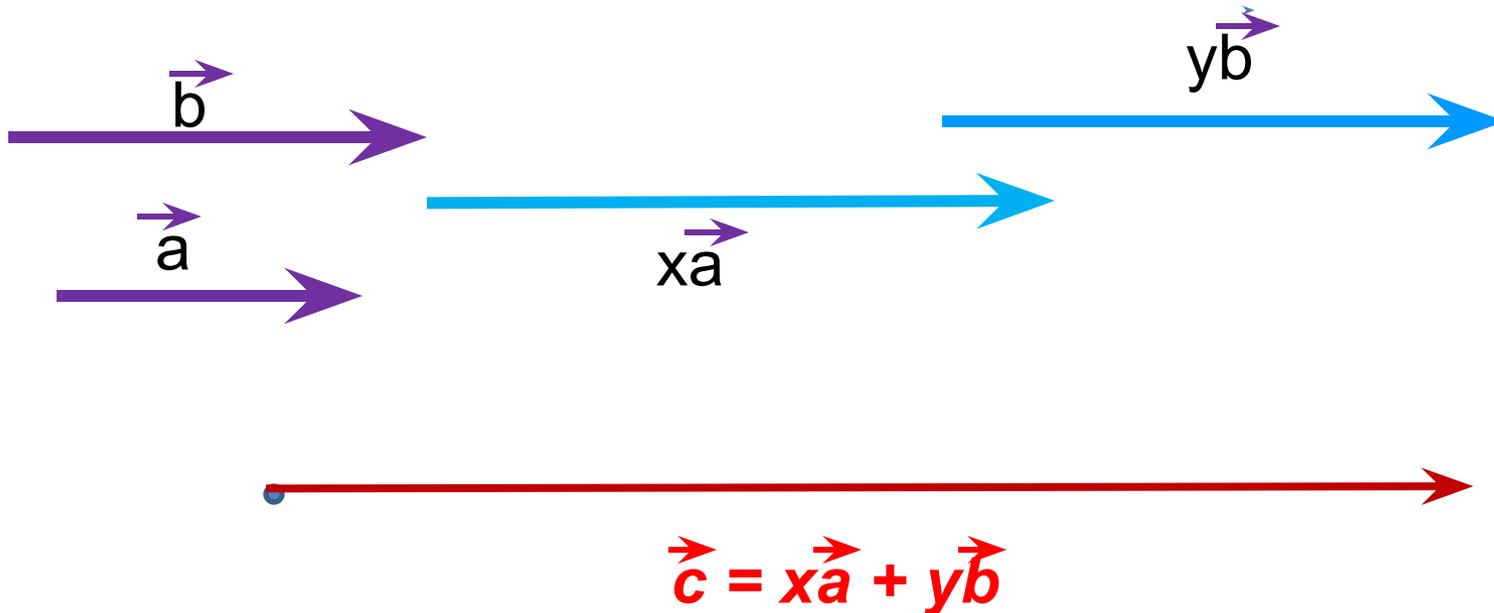
Признак компланарности векторов

Если $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа, то \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} компланарны



Признак компланарности векторов

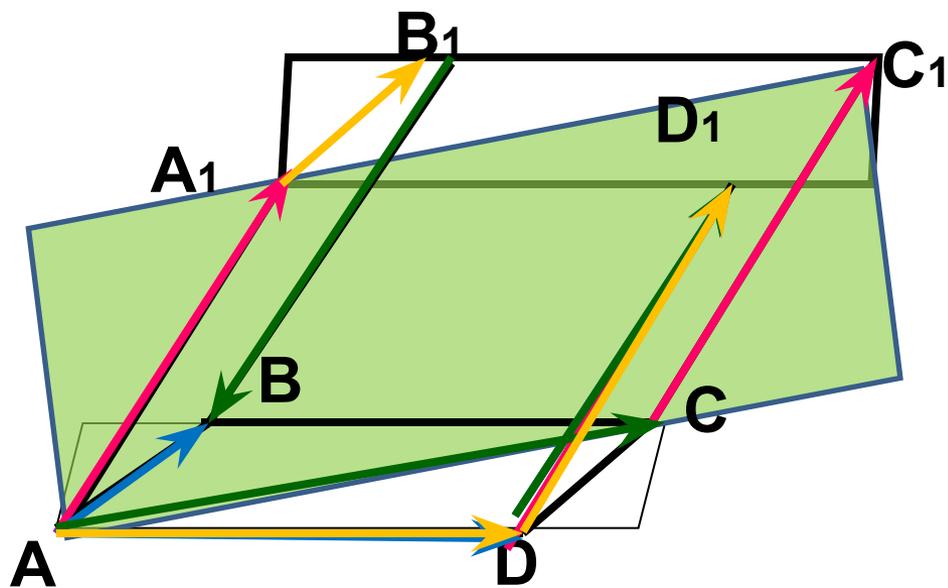
Если $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа, то \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} компланарны



Верно и обратное утверждение

Если векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} компланарны, то вектор c можно разложить по векторам \vec{a} и \vec{b} , т.е.
 $c = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – числа

**Дан параллелепипед.
Какие из следующих трех векторов компланарны?**



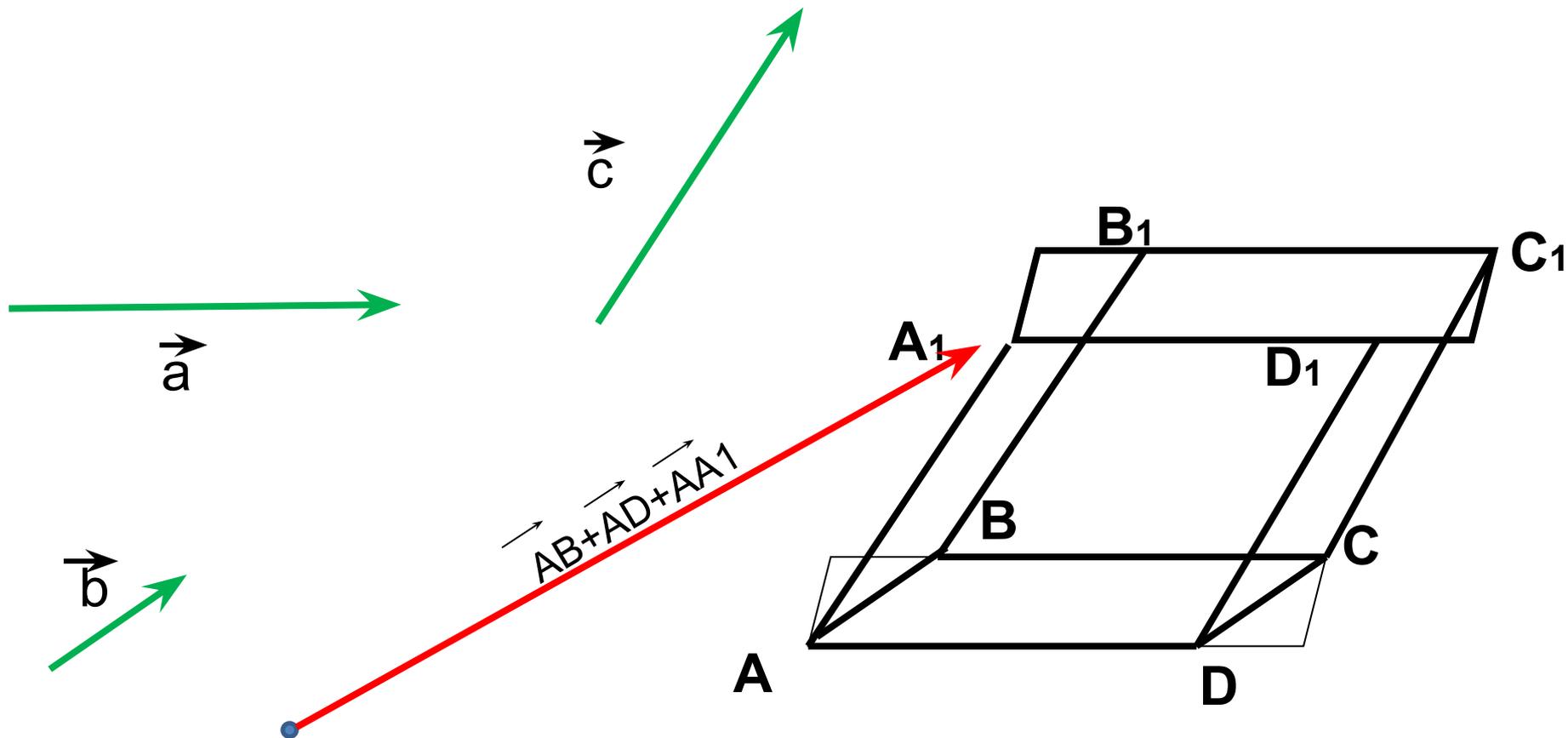
а) $\vec{AA_1}, \vec{CC_1}, \vec{DD_1}$

б) $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{DD_1}$

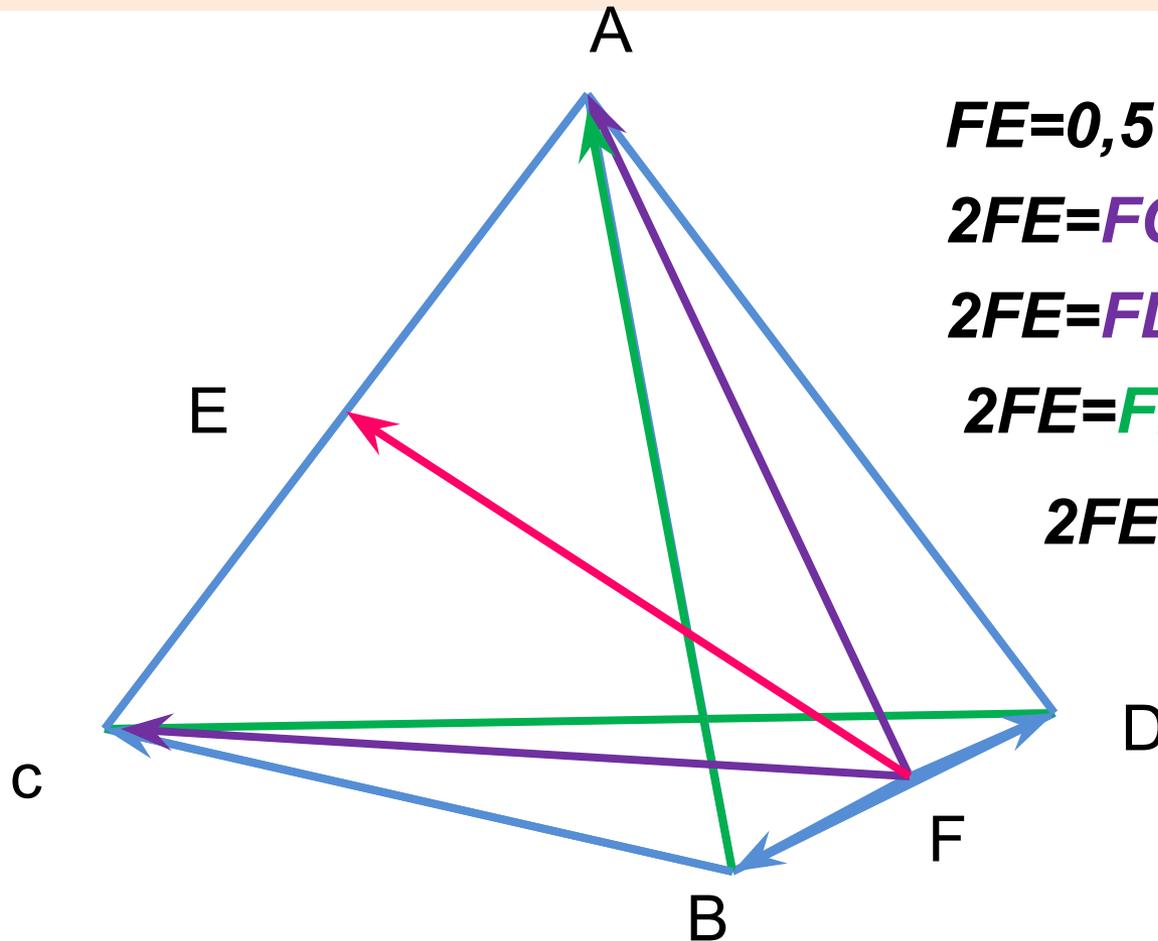
в) $\vec{B_1B}, \vec{AC}, \vec{DD_1}$

г) $\vec{AD}, \vec{DD_1}, \vec{A_1B_1}$

Правило параллелепипеда



Точки E и F – середины ребер AC и BD тетраэдра $ABCD$.
Доказать, что $\vec{2FE} = \vec{DC} + \vec{BA}$



$$FE = 0,5 \cdot (FC + FA)$$

$$2FE = FC + FA$$

$$2FE = FD + DC + FB + BA$$

$$2FE = FD + DC + FB + BA$$

$$2FE = DC + BA$$

Компланарны ли векторы \vec{FE} , \vec{BA} и \vec{DC}

Разложение вектора по трем некопланарным векторам

Если вектор \vec{r} представлен в виде

$$\vec{r} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c},$$

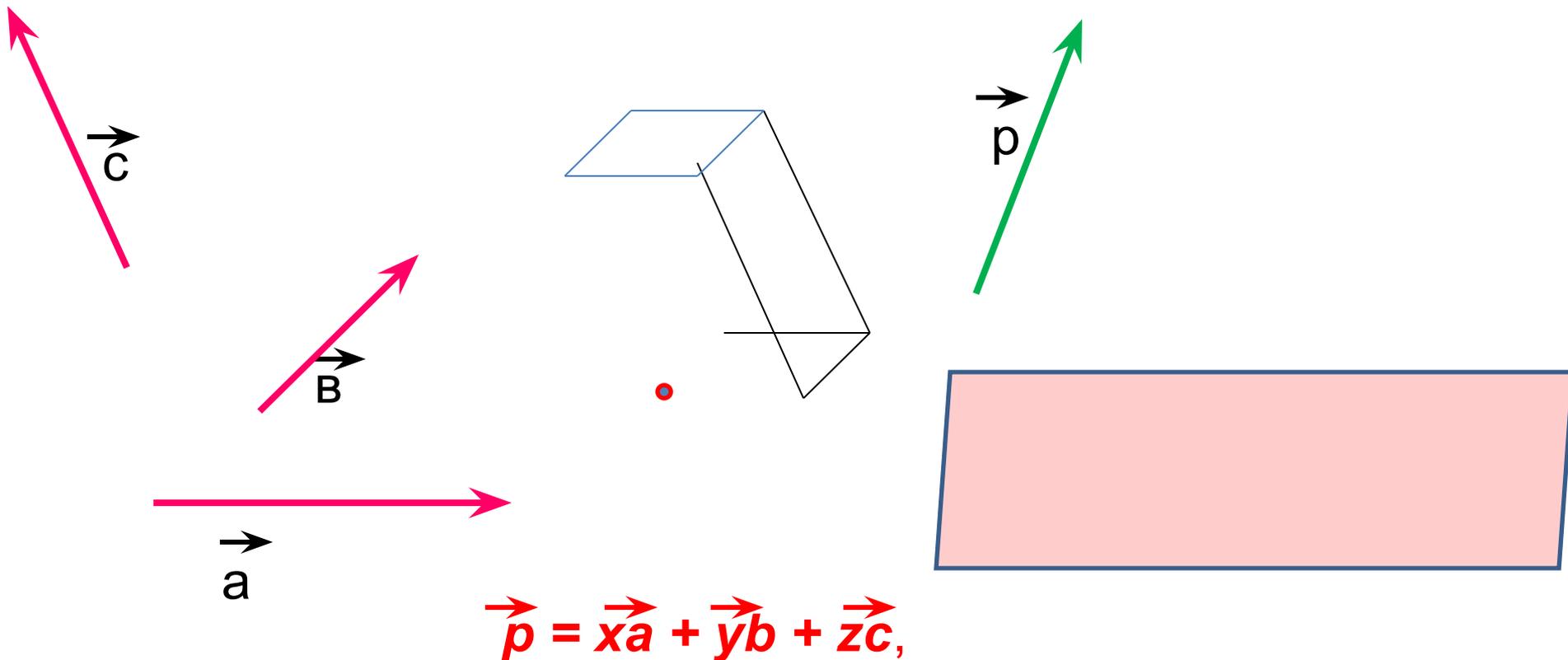
где x , y и z – некоторые числа, то говорят, что \vec{r} разложен по векторам \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

Любой вектор можно разложить по трем некопланарным векторам.

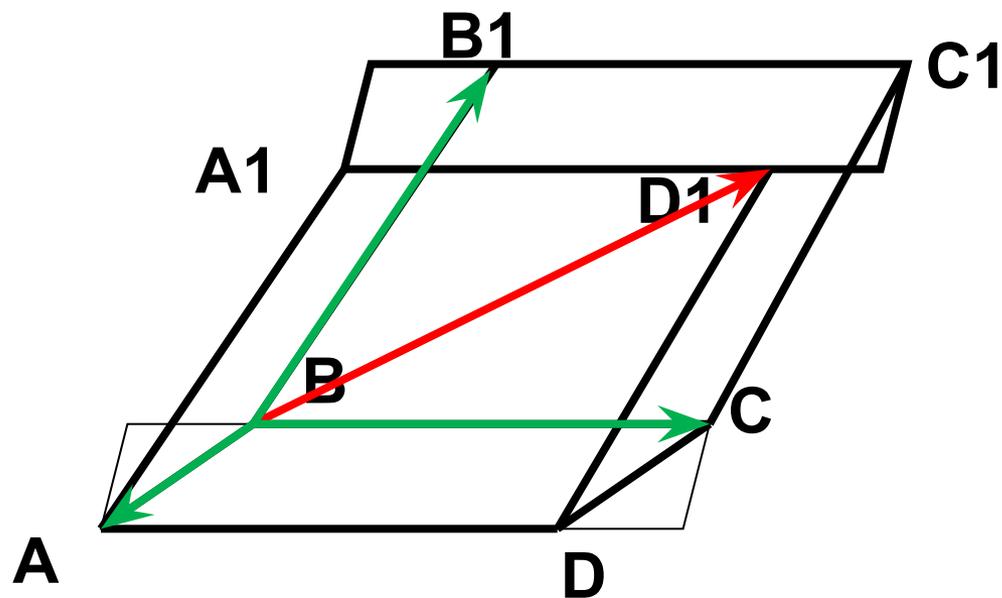
Причем коэффициенты разложения определяются единственным образом

Разложение вектора по трем некопланарным векторам

Докажем, что $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$, где x, y и z – некоторые числа, а \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} некопланарны

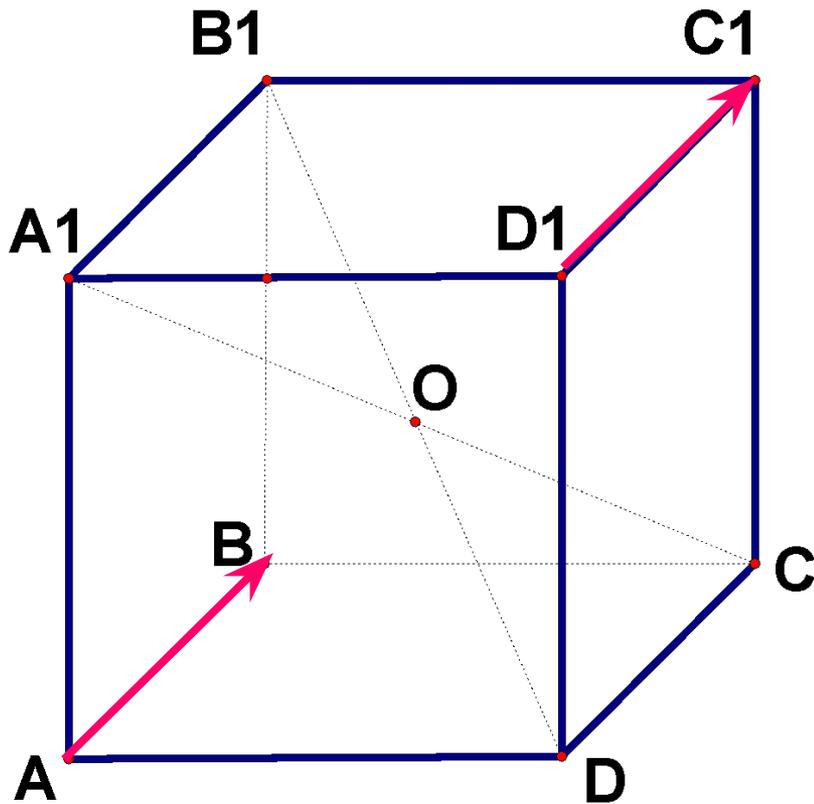


Дан параллелепипед.
Разложите вектор $\overrightarrow{BD_1}$ по векторам \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{BC} , $\overrightarrow{BB_1}$

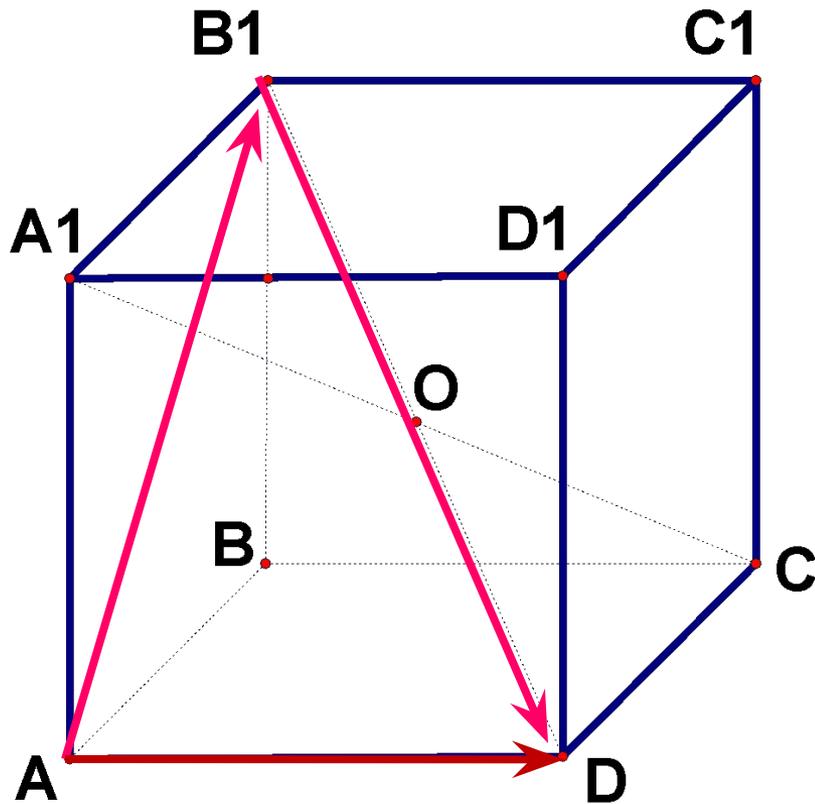


1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) назовите вектор с началом в точке D_1 , равный вектору \overrightarrow{AB}



1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
б) назовите вектор, равный $\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1D}$

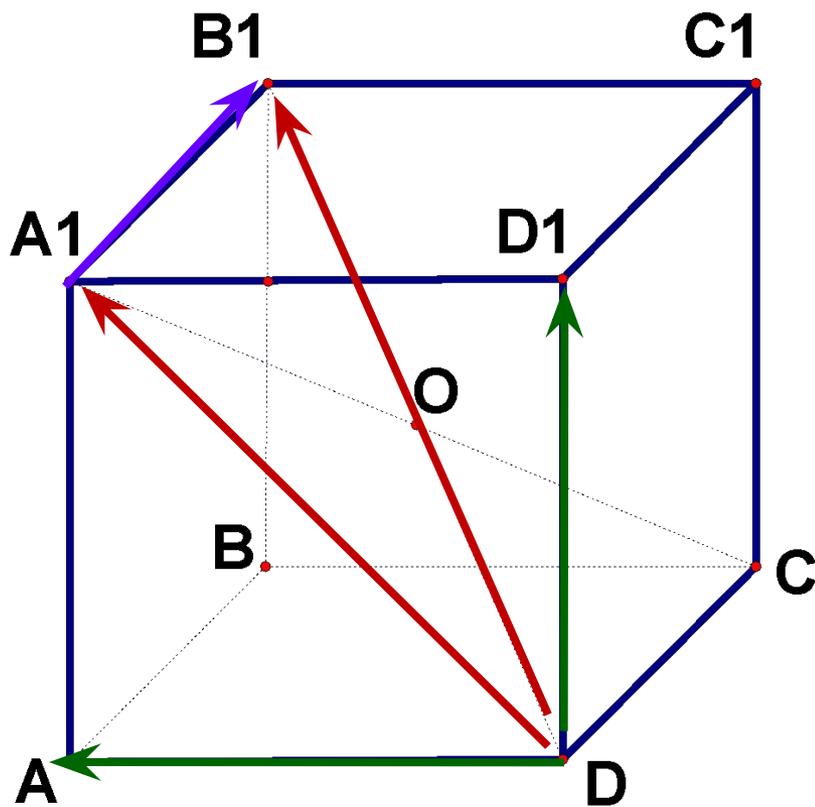


$$\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1D} = \overrightarrow{AD}$$

или

$$\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{B_1D} = \overrightarrow{AD}$$

1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
в) назовите вектор \vec{x} , удовлетворяющий равенству
 $\vec{DA} + \vec{x} + \vec{DD_1} = \vec{DB_1}$

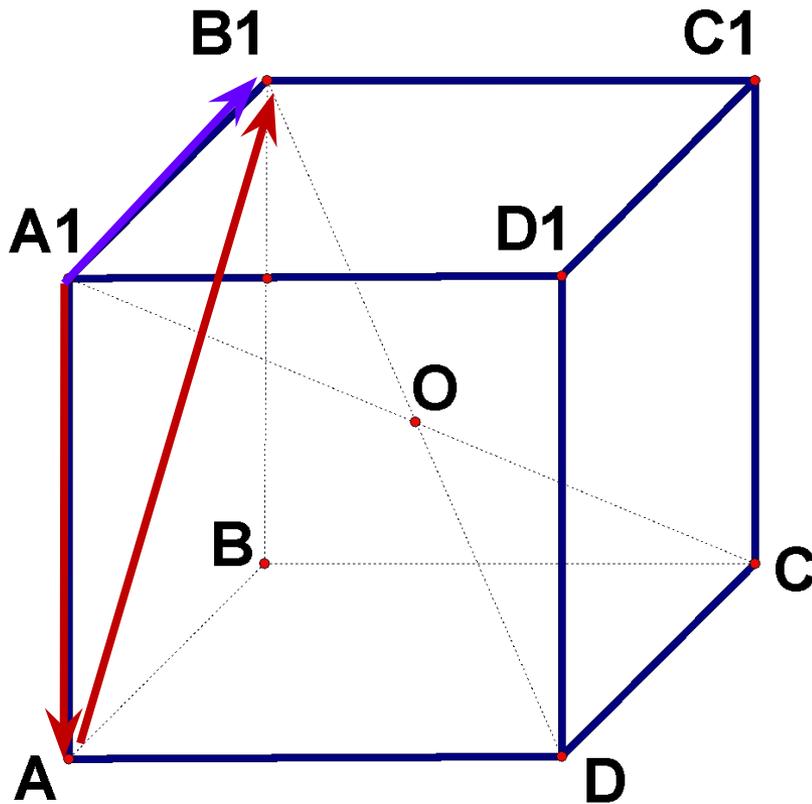


$$\vec{DA} + \vec{x} + \vec{DD_1} = \vec{DB_1}$$

1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

в) назовите вектор x , удовлетворяющий равенству

$$\overrightarrow{DA} + x + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB_1}$$

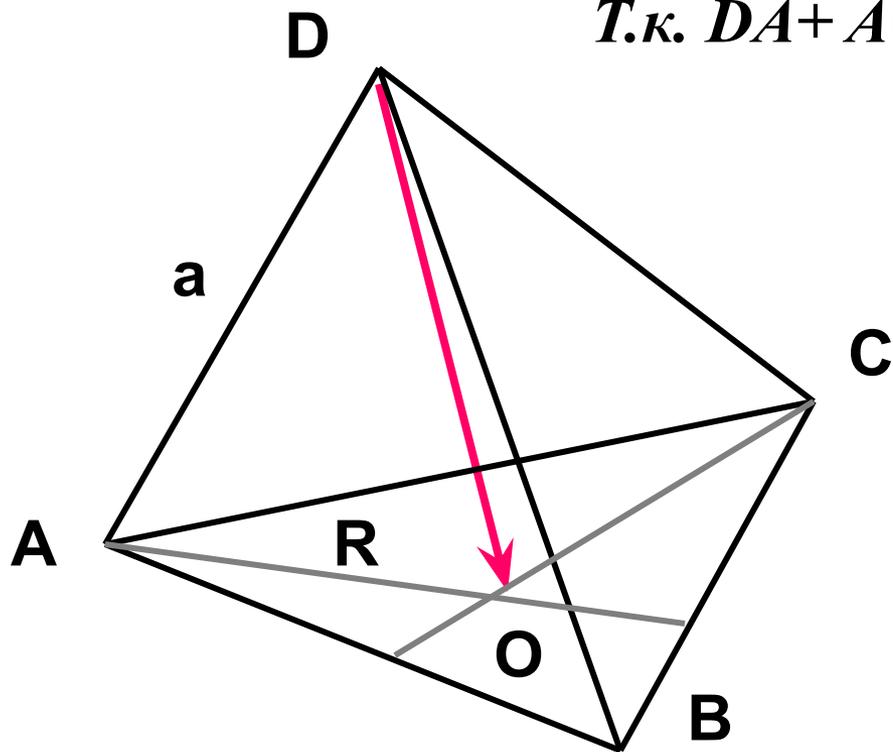


если $\overrightarrow{DA} + x + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DB_1}$, то

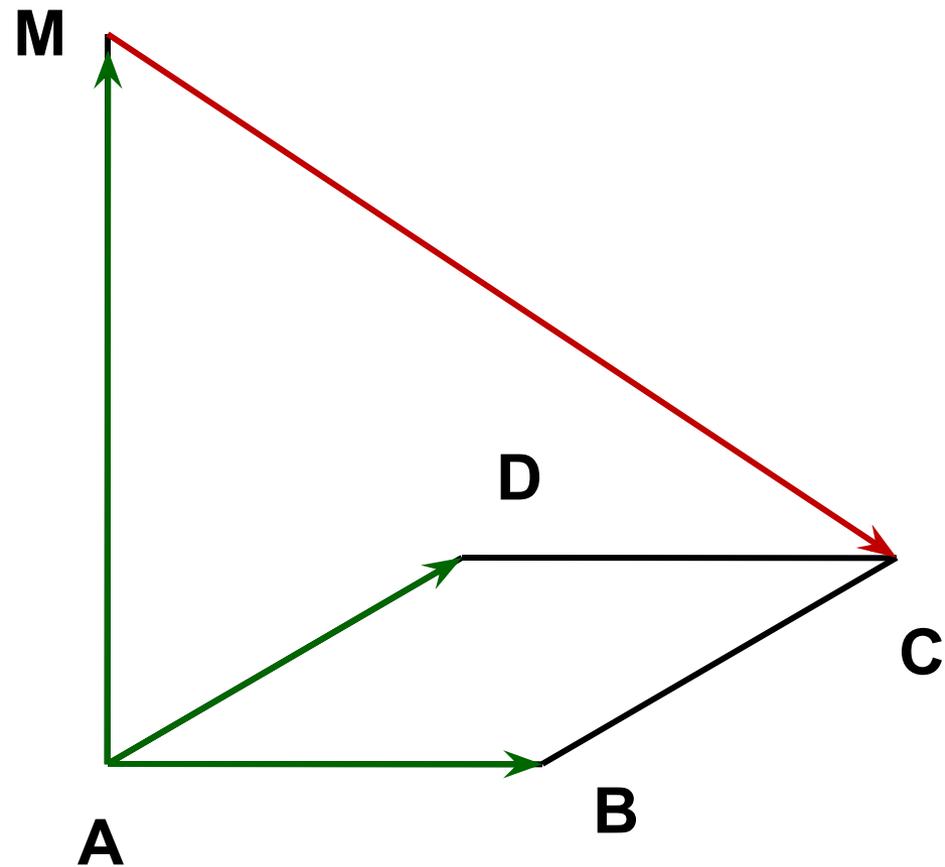
$$\begin{aligned} \overrightarrow{x} &= \overrightarrow{DB_1} - \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DD_1} = \\ &= \overrightarrow{DB_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1D} = \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB_1} + \overrightarrow{D_1D} = \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{D_1D} = \\ &= \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{A_1A} = \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{A_1B_1} \end{aligned}$$

2) В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC , найдите $|\vec{DA} + \vec{AC} - \vec{OC}|$

Т.к. $\vec{DA} + \vec{AC} - \vec{OC} = \vec{DA} + \vec{AC} + \vec{CO} = \vec{DO}$,



3) Отрезок MA – перпендикулярен к плоскости ромба $ABCD$.
Разложите вектор MC по векторам AB , AD и AM .



Контрольная работа по теме «Векторы в пространстве»

1. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Назовите вектор с концом в точке C_1 , равный вектору \overrightarrow{AD} .

б) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{C_1D}$.

в) Назовите вектор, равный $\overrightarrow{A_1C} - \overrightarrow{A_1C_1}$.

г) Назовите вектор x , удовлетворяющий равенству $\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} + x = \overrightarrow{B_1D}$

2. В правильном тетраэдре $DABC$ с ребром a точка O – центр треугольника ABC .

а) Постройте вектор $0,5\overrightarrow{DC} - 0,5\overrightarrow{DB}$ и найдите его длину.

б) Найдите $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}|$.

3. Отрезок MB – перпендикулярен к плоскости треугольника ABC .

Разложите вектор \overrightarrow{MC} по векторам \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{MB} .

4. Векторы a и b неколлинеарны. Найдите значения k , при которых векторы

$\overrightarrow{c} = k\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{d} = 3\overrightarrow{a} + k\overrightarrow{b}$ коллинеарны.