Казахского Национального Исследовательского Технического Университета имени К.И. Сатпаева.

ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

Силы, действующие в жидкости, деляться на **внутренние** и **внешние**. К внутренним относятся: взаимное давление частиц друг на друга, молекулярные силы притяжения и отталкивания, силы сцепления и т. п.

Внешние силы делятся на **поверхностные** и **объемные**. Поверхностные силы действуют на поверхность жидкости. К ним относятся: атмосферное давление, давление сжатого воздуха,(пара или газа), давление поршня, реакции стенок и др. Массовыми силами называются силы, величина которых пропорциональна массе или объему жидкости. К ним относятся сила тяжести, сила энерции, центробежная сила, сила упругости и др.

Гидростаическим давлением называется напряжение, возникающее в жидкости под действием сжимающих сил

S(1.12)

$$P_A = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

где: P_A- гидростатическое давление в точке А;

ΔS- элементарная площадка, содержащая точку А;

ΔP- сжимающая сила, действующая на площадку ΔS .

Гидростатическое давление всегда направлено по *внутренней нормали* к площадке и не зависит от ориентации этой площадки.

Еденицей давления в системе СИ является паскаль (Па). Более удобными для практического использования являются килопаскаль ($кПа = 10^3\ Па$ и мегапаскаль ($МПа = 10^6\ Па$).

В технике для измерения давления используют еще техническую и физическую атмосферы.

При решении большинства задач этой главы используется основное уравнение гидростатики

$$Z + \frac{P}{\gamma} = const \qquad (1.13)$$

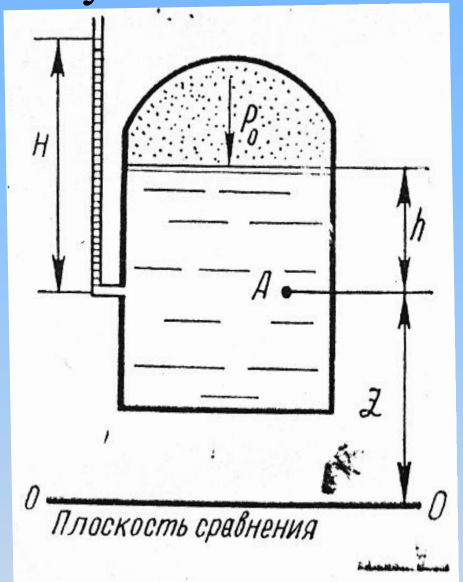

Рис. 1.3.

где: Z - геометрическая высота, т.е. расстояние от произвольной точки А до тплоскости сравнения 0=0 (произвольная плоскость);

P - полное гидростатическое давление в этой точке;

γ - объемный вес жидкости.

Полное гидростатическое давление в точке определяется по формуле:

$$\rho = \rho_0 + \gamma \cdot h \qquad (1.14)$$

где: ρ_0 – полное давление на свободной поверхности;

h – глубина погружения точки.

Для открытых сосудов давления ρ_0 равно атмосферному ρ_a.

Величина превышения полного гидростатического давления ρ над атмосферным (ρ_a) называется *избыточным* или манометрическим давлением:

$$\rho_a = \rho - \rho_a = \rho_0 + \gamma h - \rho_a \qquad (1.15)$$

Недостаток полного гидросатического давления до атмосферного называют *вакуумметрическим* давлением или вакуумом:

$$\rho_в = \rho_a - \rho \qquad (1.16)$$

Величина атмосферного давления существенно зависит от высоты над уровнем моря.

Отношение манометрического давления к объемному весу называется пьезометрической высотой, а вакуума к объемному весу – *вакууметрической высотой*: $h_M = \frac{P_È}{\gamma}$; $h_B = \frac{P_B}{\gamma}$.

Задача 1. Определить высоту столба на пьезометре (рис. 1.3.), если вода в закрытом сосуде находится под полным давлением P_0 = 0,12 МПа, h = 0.5 м.

Решение: Составим уравнения равновесия для общей точки А: давление в точке А справа $P_{спр} = P_0 = \gamma \cdot h$; давление в точке А слева $P_{СЛ} = P_a \gamma + \cdot H$.

Приравнивая правые части, получим $H = \frac{P_0 - P_a}{\gamma} + h = \frac{(0{,}12 - 0{,}1) \cdot 10^6}{9810} + 0{,}5 = 2{,}54 м$

Значения объемного веса γ = 9810 Н/м3 находим по таблице 1.3

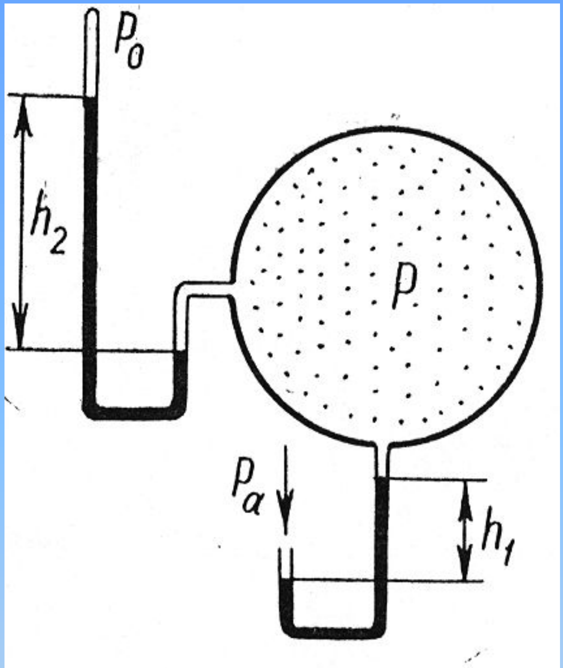

Рис. 1.4.

Задача 2. К закрытому баллону подведены две трубки с ртутью. Определить высоту столба ртути в закрытом сверху трубки h2, если в открытой трубке высота h_1= 0,3 м. Атмосферное давление принять равным ρ_a = 0,1 МПа, а атносительный вес ртути δ = 13,6.

Решение: Давление на поверхности ртути в открытой трубке ρ_a уравновешивается давлением столба ртути высотой h1 и давлением воздуха в резервуаре Р, следовательно по формуле (1.16) имеем:

$$\rho = \rho_a - \gamma_{сын} \cdot h_1$$

С другой стороны, давление воздуха в резервуаре уравновешивается давлением столба ртути высотой h_2: $\rho = \gamma_{сын} \cdot h_2$

Приравнивая правые части, получим $h_2 = \dfrac{\rho_a}{\gamma_{рт}} - .h_1$

Из формулы (1.7), определяем объемный вес ртути $\gamma_{рт} = \delta_{рт}\,\gamma$

Подставляя γ в предыдущую формулу, получим:

$$h_2 = \frac{\rho_a}{\delta_{сын} \cdot \gamma} - h_1 = \frac{0{,}1 \cdot 10^6}{13{,}6 \cdot 9810} - 0{,}3 = 0{,}45м$$

Задача 3. Определить избуточное давление воздуха в напорном баке по показаниям ртутного батарейного манометра. Верхние уровние в баке и ртути в трубах удалены от горизонтальной плоскости отсчета на: h_0 = 2,5 м; h_1=0,9 м; h_2=2 м; h_3=0,7 м; h_4=1,8м.

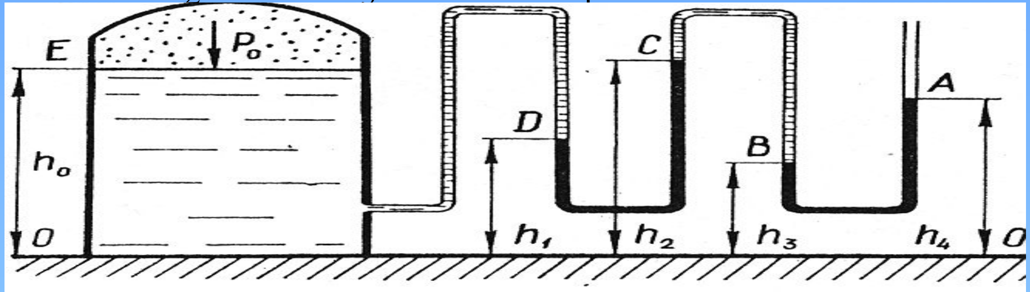

Рис. 1.5.

Решение: Переходя последовательно от плоскости А к плоскости В и т. д., прибавляя к атмосферному давлению давление столбиков ртути и вычитая давление соответствующих столбиков воды, получим :

$$\rho_0 = \rho_a + \gamma_{pm} \cdot (h_4 - h_3) - \gamma_в \cdot (h_2 - h_3) + \gamma pm \cdot (h_2 - h_1) - \gamma_в \cdot (h_0 - h_1) =$$
$$= \rho_a - \gamma_{pm} \cdot [(h_4 - h_3) + (h_2 - h_1)] - \gamma_в \cdot [(h_3 - h_2) + (h_0 - h_1)].$$

Откуда избыточное давление $\rho_{a(и)}$ согласно формуле (1.15) будет:

$$\rho_{a(u)} = \rho_0 - \rho_a = \gamma_{pm} \cdot [(h_4 - h_3) + (h_2 - h_1)] - \gamma_в \cdot [(h_2 - h_3) + (h_0 - h_1)]$$

Из формулы следует, что при любом числе U-образных трубок избыточное давление определяется суммой всех “*ртутных перепадов*” за вычетом всех “*водяных перепадов*”.

Значения объемных весов ртути $\gamma_{рт}$ = 132 886 Н/м^3 и воды $\gamma_{рт}$ = 9 810 Н/м^3. находим по таблице 1.3.

$$\rho_{0(и)} = 132886\,[(1{,}8 - 0{,}7) + (2 - 0{,}9)] - 9810 \cdot [(2 - 0{,}7) + (2{,}5 - 0{,}9)] = 321779 Н/м^2 (Па) = 0{,}322 МПа$$

Задача 4. Определить при помощи дифференциального манометра разность давлений в точках А и В двух трубопроводов, заполненных водой. Высота столба ртути h = 0.2 м, а ее относительный вес $\delta_{рт} = 13{,}6$.

Решение: Составим уравнения равновесия относительно плоскости 0-0: давление справа $\rho_{пр} = \rho_A - \gamma \cdot h_2$; давление слева $\rho_{лев} = \rho_B - \gamma \cdot h_1 + \gamma_{рт} \cdot h$

Приравнивая правые части, получим: $\rho_B - \gamma \cdot h_2 = \rho_A - \gamma \cdot h_1 + \gamma_{рт} \cdot h$ откуда разность давлений:

- $\Delta\rho = \rho_B - \rho_A = -\gamma\,(h_1 - h_2) = h\,(\gamma_{рт} - \gamma)$.

Объемный вес ртути находим из формулы (1.7)

$$\gamma_{рт} = \delta_{рт} \cdot \gamma$$

- Подставляя $\gamma_{рт}$ в предыдущую формулу, получим $\Delta\rho = \gamma \cdot h(\delta_{рт} - 1) = 9810 \,.\, 0.2\,(13.6-1) = 24{,}7$ КПа $\cong$ 0,25 атм.

Значение объемного веса воды $\gamma = 9\,810$ Н/м^3 находим по табл. 1.3.

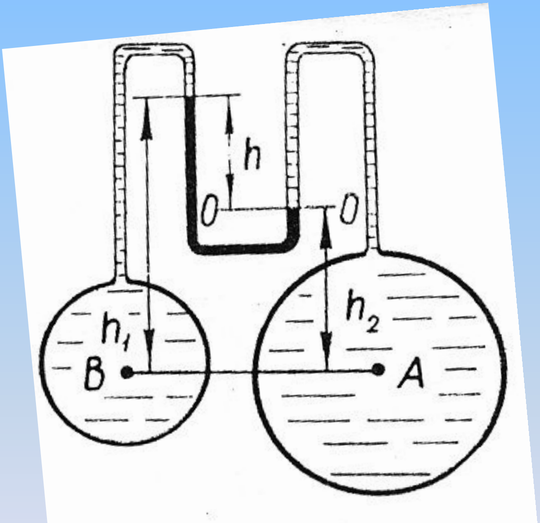

Рис. 1.6.

Задача 5. Указатель уровня топливного бака выполнена в виде U-образной трубки с ртутным затвором. Найти зависимость между понижением в баке h_1 и понижением в уровня h_2 в открытой ветви прибора от начальных положений.

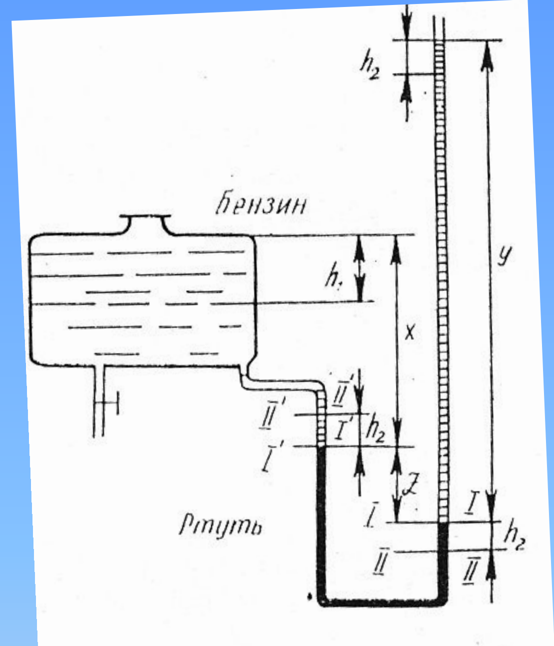

Рис. 1.7.

Решение: Введем дополнительные обозначения:

X – расстояние от начального уровня в баке до начального уровня ртути в левом колене;

Y – расстояние от начального положения уровня открытой трубки до начального уровня ртути правом колене,

Z – начальная разность уровней ртути.

Составим уровнения равновесия избыточных давлений относительно поверхности раздела жидкостей в правом колене (плоскость I-I): Давление справа $\rho_{сп} = \gamma_{\delta} \cdot Y$; Давление слева $\rho_{СЛ} = \gamma_{\delta} \cdot X + \gamma_{рт} \cdot Z$

Приравнивая правые части, получим $\gamma_{\delta} \cdot Y = \gamma_{\delta} \cdot X + \gamma_{рт} \cdot Z$ (а)

Давление, создаваемое топливным столбом в правом колене, постоянно, поэтому понижение уровня в баке вызывает изменеие высоты ртутного столба, определяемое расстоянием между сечениями II-II`.

Запишем уравнения относительно плоскости II-II правого колена

$\gamma_\delta \cdot Y = \gamma_\delta \cdot (X - h_1 - h_2) + \gamma_{pm} \cdot (Z + 2h_2)$. (б)

Приравниванивая правые части уравнений (а-б) и раскрывая скобки, получим после сокращений

$$h_2 = \frac{\gamma_\delta}{2\gamma_{сын} - \gamma_\delta} \cdot h_1$$

З**адача 5.** Трубка диаметром d = 0,08 м опущена одним концом в воду, закрытым тонкой стеклянной пластинкой. Определить вес керосина $G_К$, который может быть удержан давления воды на пластинку, и высоту столба керосина hк, если глубина погружения h = 0,2 м, вес пластинки $G_{ПЛ}$ = 0,49 Н, относительный вес керосина $\delta_К$ = 0,9.

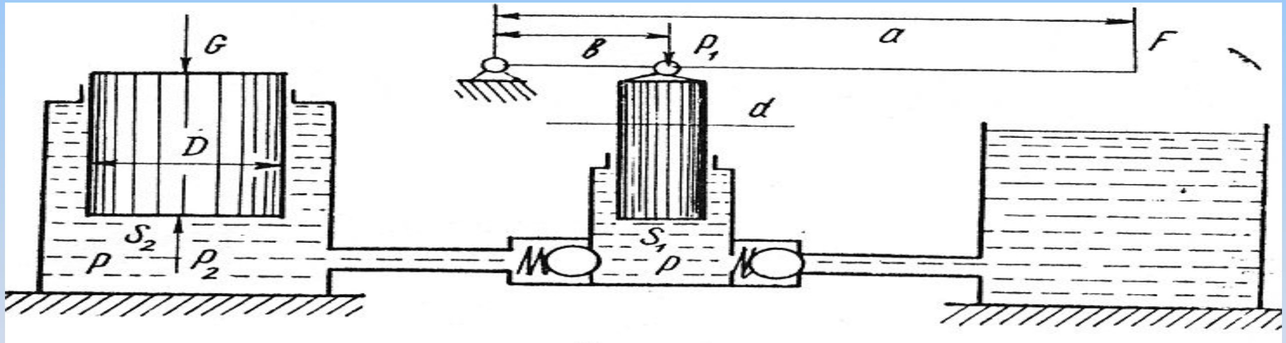

Рис. 1.8.

Решение: Составим уравнение равновесия $\Sigma F_Z = P - G_К - G_{ПЛ} = 0$.

Сила, действующая на пластинку снизу, равна произведению площади на избыточное давление:

$$\rho = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho u; \qquad \rho u = \gamma_b \cdot h$$

Вес керосина определится:

$$G_k = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \gamma_b \cdot h - G_{пл} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}08^2}{4} \cdot 9810 \cdot 0{,}2 - 0{,}49 = 9{,}4H.$$

Высота столба керосина будет равна:

$$h_k = \frac{4G_k}{\delta_k \cdot \gamma_b \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 9{,}4}{0{,}9 \cdot 9810 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}08^2} = 0{,}212 м.$$

Задача 6. В гидравлическом домкрате диаметр малого порня d=0,016 м, диаметра большого поршня D=0,32 м, плечо рычага а =0.8 м, в = 0,2 м. Какую силу может развить домкрат на большом поршне, если сила, приложенная к рычагу, F=98 Н, вес порня $G_П$=1471,5Н, коэффициент полезного действия домкрата η = 0,8.

Решение: Силу, развиваемую домкратом, определяем $P = (P_2 - G_П)$.

Гидростатическое давление р, создаваемое под малым поршенем, по закону Паскаля передается на большой поршень, следовательно :

$$P = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_2}{S_2} = \frac{4P_1}{\pi \cdot d^2} = \frac{4P_2}{\pi \cdot D^2}$$; откуда $$P_2 = \left(\frac{D^2}{d^2}\right) \cdot P_1$$

Сила P_1, действующая на малый поршень, определится и равенства:

$$P_1 \cdot b = F \cdot a$$, откуда $$P_1 = \frac{a}{b} \cdot F$$.

Подставляя в исходную формулу Р1 и Р2, получим:

$$P = \left[F \cdot \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2 - G\right] \cdot \eta = \left[98 \cdot \frac{0{,}8}{0{,}2} \cdot \left(\frac{0{,}32}{0{,}016}\right)^2 - 1471{,}5\right] \cdot 0{,}8 = 123{,}5 kH$$

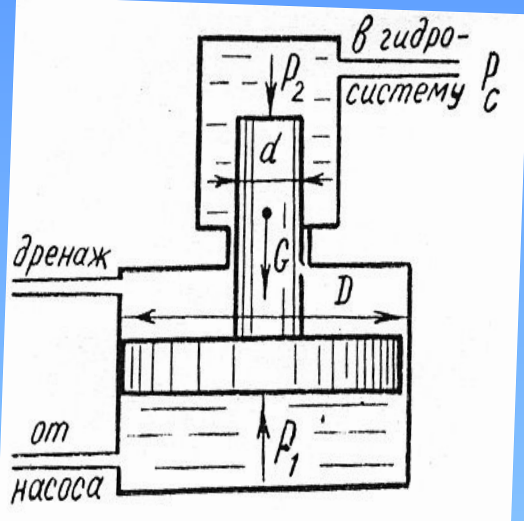

Рис. 1.10.

Задача 7. Определить необходимый вес груза гидравлического аккумулятора, если рабочее давление масла Рн =0,687 МПа, вес поршня Gп=14715Н, а диаметр D=0,2 м. Какое давление необходимо для зарядки аккумулятора, если ширина уплотняющей манжеты в=0.034 м, а коэффициент трения кожи о поршень f=0.1?

Решение: Уравнение равновесия поршня при движении вниз в момент разрядки .$P + T_p - G_{гр} - G_u = 0$ Сила давления масла:

$$P = P_u \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

Сила трения в момент разрядки $T_p = f \cdot N = f \cdot P_u \cdot \pi D_b$

Подставляя Р и T_p в исходную формулу, получим:

$$G_{гр} = \pi \cdot D \cdot P_u \cdot \left(\frac{D}{4} + f_b\right) - G_n = 3{,}14 \cdot 0{,}25 \cdot 687 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{0{,}25}{4} + 0{,}1 \cdot 0{,}034\right) - 14715 = 20878 H.$$

Уравнение равновесия поршня при движении вверх в момент зарядки:

$$P - T_з - G_{гр} - G_n = 0.$$

Силы давления масла и трения: $P = P_з \cdot \dfrac{\pi \cdot D^2}{4}$, $T_з = f \cdot P_з \cdot \pi \cdot D \cdot b$

Подставляя Р и Т, получим:

$$P_з = \frac{G_{гр} + G_n}{\pi \cdot D \cdot \left(\frac{D}{4} - f \cdot b\right)} = \frac{20878 + 14715}{3{,}14 \cdot 0{,}25 \cdot \left(\frac{0{,}25}{4} - 0{,}1 \cdot 0{,}034\right)} = 0{,}767 МПа.$$

Задача 8. Гидравлический мультипликатор служит для повышения давленияв гидросистеме. Определить давление рс в мультипликаторе с размерами D = 0,125 м, d = 0,05 м, весом подвижных частей G = 2943 Н, если давление, создаваемое насосом, P_H = 10МПа, а коэффициент полезного действия мультипликатора η =0,85.

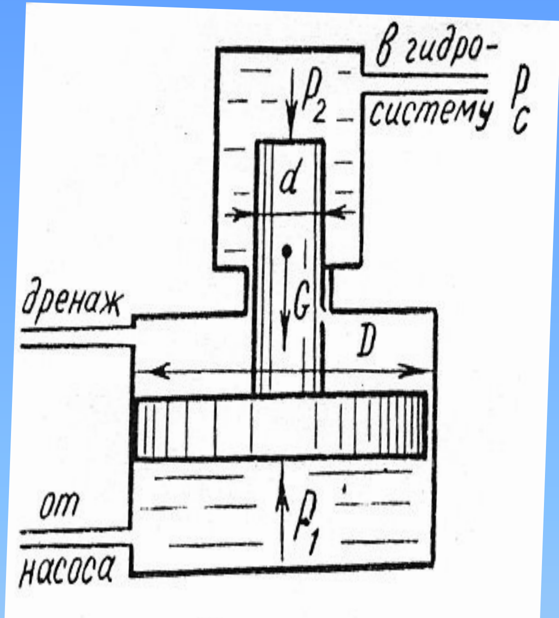

Рис. 1.10.

Решение: Составим уравнение равновесия поршня со штоком: $P_1 - G - P_2 = 0$ Сила давления на поршень снизу: $P_1 = P_и \cdot \frac{\pi D^2}{4}$.

Сила давления на шток сверху: $P_2 = P_c \cdot \frac{\pi d^2}{4}$

.

Подставляя P_1 и P_2, получим: $P_н = \frac{\pi D^2}{4} - P_c \frac{\pi d^2}{4} - G = 0$

.

Откуда давление в гидросистеме p_c с учетом η:

$$P_c = \left[\rho н \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2 - \frac{4G}{\pi \cdot d^2}\right] \cdot \eta = \left[10^7 \cdot \left(\frac{0{,}125}{0{,}05}\right)^2 - \frac{4 \cdot 2943}{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}\right] \cdot 0{,}85 = 51{,}85 МПа$$

Задача 9. Силовой гидроцилиндр, служащий для привода рабочего органа, имеет нагрузку на штоке F=9810 Н. Сила трения поршня и штока составляет 10% от сил полного давления на поршень. Давление слива P_c=0,3 МПа.

Определить давление, создаваемое насосом производительностью Q_H=0,001 $м^3/с$, и время совершения рабочей операции, если гидроцилинд имеет размеры: D=0.1 м,: диаметр штока d=0,06; ход поршня S=0,6 м.

Решение: Составим уравнение равновесия поршня P1-P2-T-F=0: Принимая во внимание, что $T=0.1(P_1-P_2)$, получим

$$0.9*P_1-0.9*P_2-F=0 \qquad (a)$$

Сила давления на поршень слева : $P_1 = P_н \dfrac{\pi D^2}{4}$

Сила давления на поршень справа : $P_2 = P_c \dfrac{\pi}{4} \cdot \left(D^2 - d^2\right)$

Подставляя в формулу (а), получим: $0{,}9 \cdot P_и \cdot \dfrac{\pi D^2}{4} - 0{,}9 \cdot P_c\left(D^2 - d^2\right) - F = 0,$

откуда: $P_H = \dfrac{D^2 - d^2}{D^2} \cdot P_c + \dfrac{4F}{0{,}9\pi D^2} = \dfrac{0{,}1^2 - 0{,}06^2}{0{,}1^2} \cdot 0{,}3 + \dfrac{4 \cdot 9810}{0{,}9 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2} = 1{,}58\, МПа$

Время совершения рабочей операции находим из формулы равномерного движения $T = \dfrac{S}{V_n}$. Скорость поршня со штоком: $V_n = \dfrac{4Q_H}{\pi \cdot D^2}$

Подставляя в следующую формулу V_n, получим:

.

$$T = \frac{\pi D^2 \cdot S}{4Q_H} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}6}{4 \cdot 0{,}001} = 4{,}7\, c$$

Задача 10. Тарелка всасывающего клапана насоса диаметром d_2=0,125 м закрывает отверстия для прохода воды диметром d_1=0,1м. Какоеразряжение необходимо создать в момент пуска насоса во всасывающей трубке, чтобы всасывающий клапан открылся, если уровни воды h_1=1 м, h_2=2 м? Атмосферное давление принять равным p_a=98 КПа.

Решение: Разряжение во всасывающей трубе определяем по формуле (1.16): $$P_B = P_A - P_X$$

Полное давление в трубопроводе определяем из условия равенства сил, действующих на клапан, P_1 и сверху P_2:

$$P_1 = \left(P_a + \gamma \cdot h_1\right) \cdot \frac{\pi d_1^2}{4}, \qquad P_2 = \left[P_x + \gamma \cdot \left(h_1 + h_2\right)\right] \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4}$$

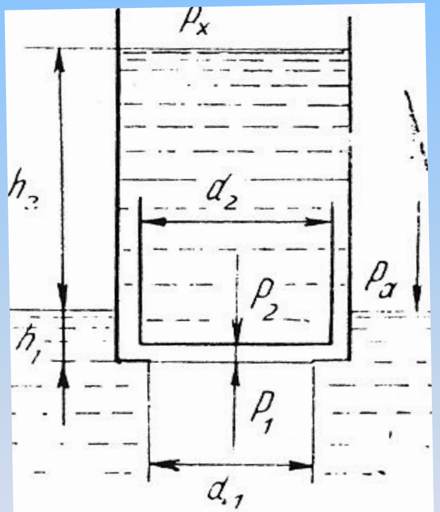

Рис. 1.11.

Приравнивая правые части, получим:

$$\left(P_a + \gamma \cdot h_1\right) \cdot d_1^2 = \left[P_x + \gamma\left(h_1 + h_2\right)\right] \cdot d_2^2$$

откуда:

$$P_x = P_a \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 - \gamma \cdot \left[h_2 - h_1 \cdot \left(\frac{d_2^2 - d_1^2}{d_2^2}\right)\right]$$

Подставляя P_x в исходную формулу, имеем:

$$P_B = P_a\left[1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right] + \gamma\left[h_2 - h_1 \cdot \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_2^2}\right] = 98000 \cdot \left[1 - \left(\frac{0{,}1}{0{,}125}\right)^2\right] + 9810\left[2 - \frac{\left(0{,}125^2 - 0{,}1^2\right)}{0{,}125^2}\right] =$$

$$= 35688\,Па$$

Задача 11. Определить направление (вверх или вниз) и величину силы S, которую необходимо приложить к штоку для удержания его на месте. Под поршнем вода, над поршнем воздух. Избыточное давление воздуха $P_М$=0,12 МПа. Собственным весом поршня со штоком, а также трением пренебречь. Исходные данные: D=0,1м; d=0,05м; a =0,1м; =0,05м; l=2м.

Решение: Составляем уравнение равновесия поршня: $S - P_2 + P_1 = 0$

откуда: $S = P_2 - P_1$

Сила избыточного давления сверху: $P_2 = P_м \cdot \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$

Сила давления снизу: $P_1 = P_b \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

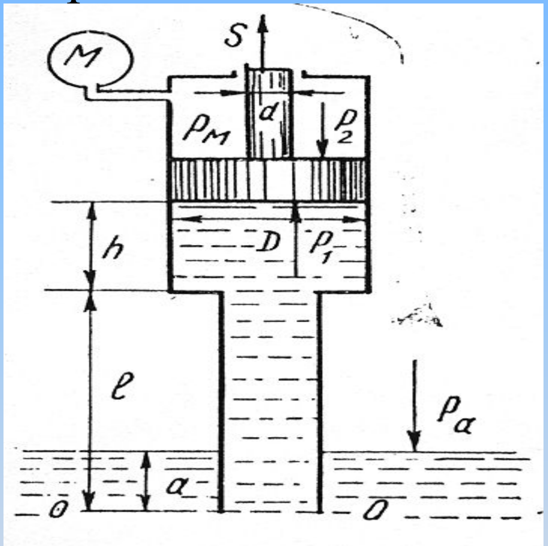

Рис. 1.12.

Полное давление над поршнем находим из условия равенства давлений относительно 0-0:

$$P_a + \gamma \cdot a = P + \gamma\left(h + l\right),$$

откуда:

$$P = P_a - \gamma \cdot \left(h + l - a\right)$$

Величину вакуума под поршнем определяем по формуле (1.16):

$$P_в = P_a - P = \gamma\left(h + l - a\right)$$

Подставляя Рв, P_1 и P_2 в исходную формулу, получим:

$$S = \frac{\pi}{4}\cdot\left[P_M \cdot \left(D^2 - d^2\right) - \gamma\left(h + l - a\right)\cdot D^2\right] =$$

$$= \frac{3{,}14}{4}\cdot\left[120000\cdot\left(0{,}1^2 - 0{,}05^2\right) - 9810\left(0{,}1 + 2 - 0{,}05\right)\cdot 0{,}1^2\right] = 431\,H$$

Задача 12. Определить показание манометра h, при котором система из двух поршней, имеющих общий шток, будет находиться в равновесии, если D=0,2м большого поршня, d=0,1м малого поршня. Избыточное давление, показываемое пружинным манометром p_M=0,02МПа.

Решение: Из условия равенства сил, действующих на поршни, определяем показание манометра.

Сила давлений на большой поршень .

$$P_1 = P_M \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

Сила давления на малый поршень: .

$$P_2 = \gamma_{сын} \cdot h \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Приравнивая правые части, получим: $P_M \cdot D^2 = \gamma_{сын} \cdot h \cdot d^2$,

откуда $$h = \frac{P_M}{\gamma_{рт}} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \frac{20000}{132886} \cdot \left(\frac{0{,}02}{0{,}1}\right)^2 = 0{,}6\ м$$

Значение объемного веса ртути $\gamma_{рт} = 132886\ Н/м^3$ находим по табл. 1.3.

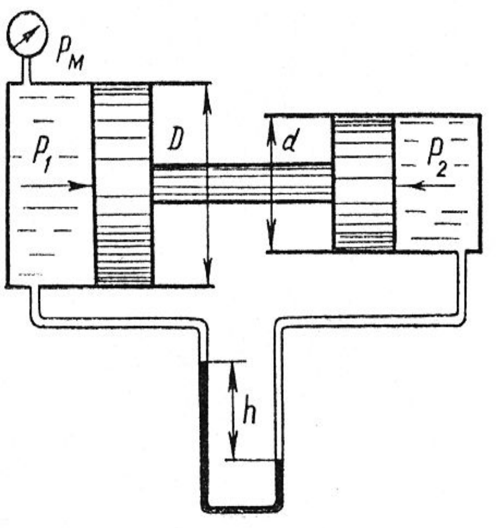

Рис. 1.13.

Задача 13. Определить предварительное поджатие пружины x, необходимое для того, чтобы клапан открывался при давлении P=3МПа. Диаметр поршней: D_1=0,22м, D_2=0,02м, а жесткость пружины C=8 Н/мм.

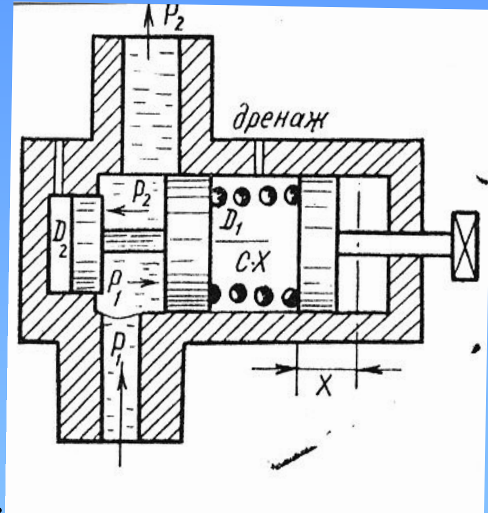

Рис. 1.14.

Решение: Система поршней находится в равновесии под действием сил: $P_1 - P_2 - C \cdot x = 0$

Сила давления на правый поршень: ,$P_1 = \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_1^2 - d^2\right) \cdot P$

где d – диаметр штока. Сила давления на левый поршень:

$$P_2 = \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_2^2 - d^2\right) \cdot P$$

Подставляя P_1 и P_2 в исходную формулу, получим:

$$x = \frac{\pi \cdot \left(D_1^2 - D_2^2\right) \cdot P}{4C} = \frac{3{,}14 \cdot \left(0{,}022^2 - 0{,}02^2\right) \cdot 3 \cdot 10^6}{4 \cdot 8 \cdot 10^3} = 0{,}025м$$

.

Задача 14. Определить диаметр D_1 гидравлического цилиндра для подъема задвижки при избыточном давлении жидкости $P_н$=1МПа, если диаметр трубопровода D_2 = 1м и вес подвижных частей устройства G=2000Н. При расчете коэффициент трения задвижки в направляющих поверхностях принять равным f=0.3. Силу трения в цилиндре считать равной 5% от веса подвижных частей. Давление за задвижкой равно атмосферному.

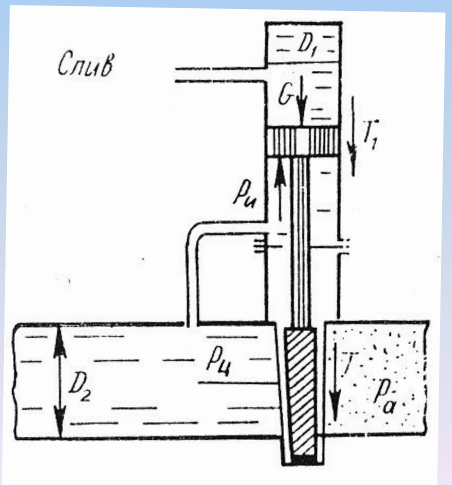

Рис. 1.15.

Решение: Составим уравнение равновесия устройства .

$$P_и \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} - G - T_1 - T_2 = 0$$

Силу трения в направляющих поверхностях задвижки определяем по формуле:

$$T_2 = f \cdot N = f \cdot P_и \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}$$

.

Подставляя T_1 и T_2 в исходную формулу и принимая во внимание, что T_1=0,05G , получим:

$$P_и \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} - 1{,}05 \cdot G - f \cdot P_и \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = 0,$$

откуда:

$$D_1 = \sqrt{\frac{4{,}2 \cdot G}{\pi \cdot P_и} + f \cdot D_2^2} = \sqrt{\frac{4{,}2 \cdot 2000}{3{,}14 \cdot 10^6} + 0{,}3 \cdot 1^2} = 0{,}55 м.$$