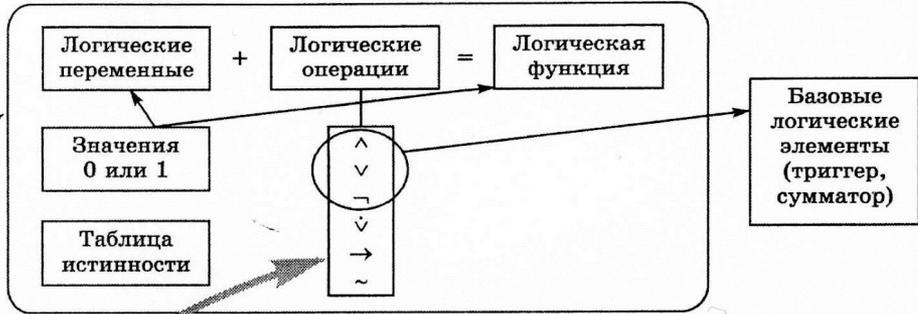


Тема 4. Логические основы ЭВМ

1. Основные определения.
2. Этапы развития логики.
3. Логические операции.
4. Логические формулы.
5. Таблицы истинности.
6. Законы алгебры логики.
7. Основные логические устройства ЭВМ.



Примеры:

1. **Высказывание:** Луна — спутник Земли. **Не высказывание:** Кто не хочет быть счастливым?

2. **Высказывание:** простое: Идет дождь. сложное: Сегодня (a) или завтра (b) или через три дня (c) он позвонит.
 $F(a, b, c) = a \vee b \vee c$

3. $(A \rightarrow B) = (\bar{A} \vee B)$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	\bar{A}	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

4. Полусумматор двоичных чисел:

A (0,0,1,1) P (0,0,0,1)

B (0,1,0,1)

0,0,0,1 0,0,0,1 &

0,1,1,1

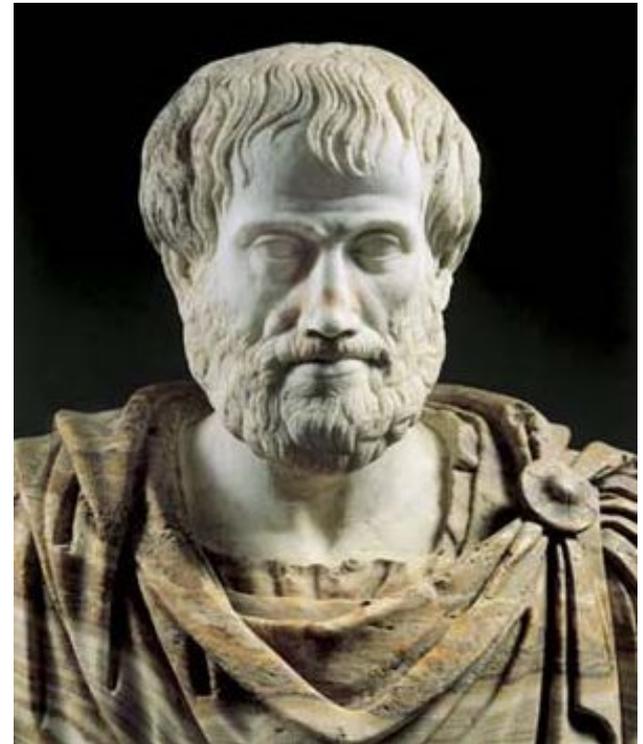
1. Понятие об алгебре логики

Основные формы мышления: понятие, суждение (высказывание), умозаключение.

- 1. Понятие** выделяет существенные признаки объекта, которые отличают его от других объектов.
- 2. Высказывание** – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать истинно оно или ложно.
- 3. Умозаключения** позволяют на основе известных фактов, выраженных в форме суждений, получить заключение, т.е. вывести новое знание.

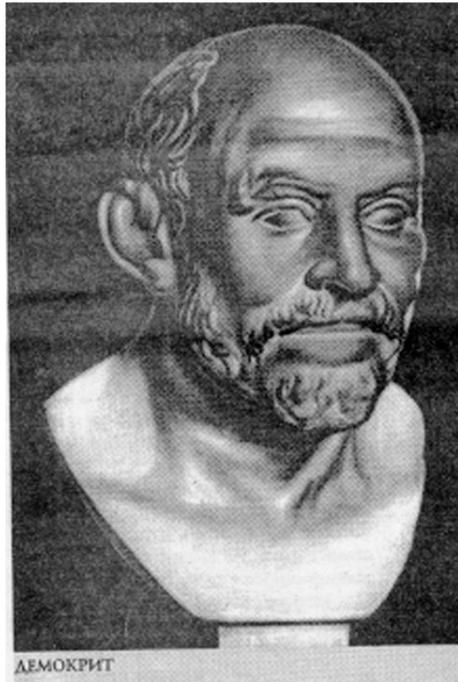
2. Этапы развития логики

Основоположник логики как науки - древнегреческий философ и ученый Аристотель (384-322 гг. до н. э.) . Он разработал теорию дедукции, то есть теорию логического вывода.

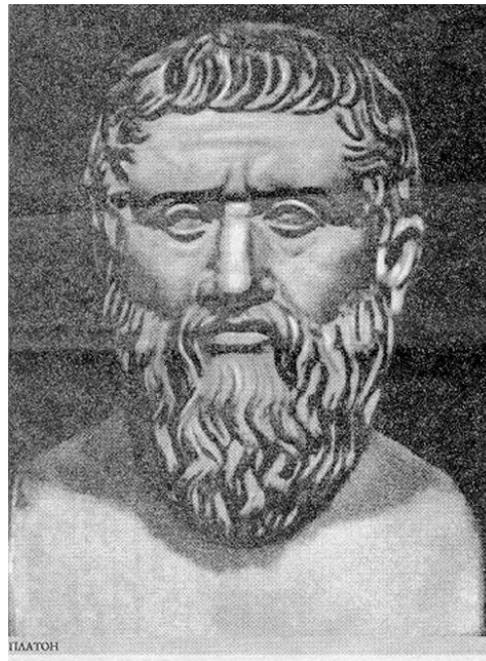


Первый этап – **формальная логика** (работы древнегреческих ученых: Аристотель, Платон, Демокрит).

1. Изучение законов мышления,
2. Высказывания на естественном языке.



Демокрит



Платон



Евклид

Второй этап – **математическая** или **символьная логика**.

Основоположник - немецкий ученый Готфрид Лейбниц.

1. Введение логической символики.

2. Применение математических методов.

Джордж Буль – английский математик, создатель алгебры логики.



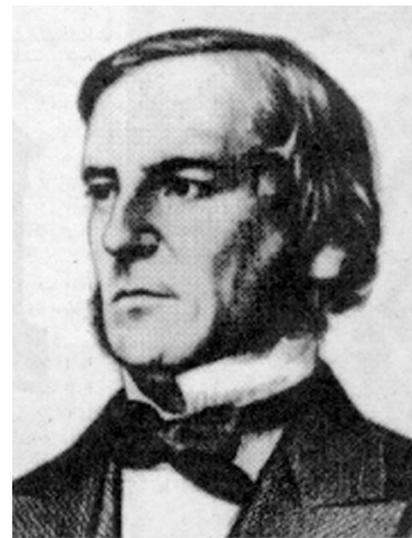
РЕНЕ ДЕКАРТ

Рене Декарт



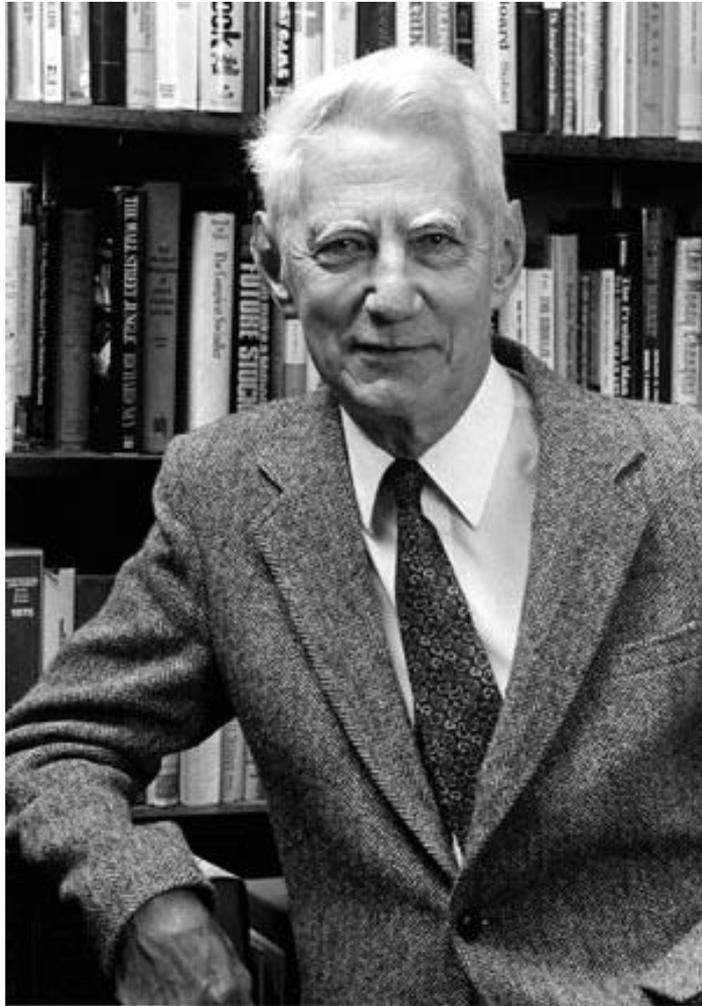
ГОТФРИД В. ЛЕЙБНИЦ

Готфрид А. Лейбниц



ДЖОРДЖ БУЛЬ

Джордж Буль



Американский математик и инженер.
Применил булеву алгебру к теории электрических цепей
«Отец» современной теории информации и связи.

Клод Элвуд Шеннон

3. Логические операции

Операция, выражаемая словом «не», называется отрицанием и обозначается чертой над высказыванием (или знаком \neg).

Высказывание $\neg A$ истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.

**Операция, выражаемая связкой «или» называется дизъюнкцией или логическим сложением и обозначается знаком \vee или $+$.
Высказывание $A + B$ ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.**

**Операция, выражаемая связкой «и» называется конъюнкцией или логическим умножением и обозначается знаком \wedge или \cdot .
Высказывание $A B$ истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B истинны.**

Операция, выражаемая связками «если..., то», «из...следует», «влечет...», называется импликацией и обозначается знаком \rightarrow . Высказывание $A \rightarrow B$ ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Операция, выражаемая связками «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «...равносильно...», называется эквиваленцией или двойной импликацией и обозначается знаком \sim или \leftrightarrow .

Высказывание $A \leftrightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают. Например, истинны высказывания: «24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3», «23 делится на 6 тогда и только тогда, когда 23 делится на 3».

Очень важными для вычислительной техники являются операции исключающее ИЛИ (неравнозначность, сложение по модулю два) и штрих Шеффера.

Сложение по модулю два обозначается символом \oplus ,

штрих Шеффера символом \setminus .

Основные логические операции отрицание, конъюнкция, дизъюнкция.

Таблица выражения операций через основные

Название	Запись	Выражение через основные операции
Импликация	$A \rightarrow B$	$\neg A \vee B$
Эквиваленция	$A \leftrightarrow B$	$AB \vee \neg A \neg B$
Исключающее ИЛИ	$A \oplus B$	$\neg AB \vee A \neg B$
Штрих Шеффера	$A \setminus B$	$\neg A \vee \neg B$

4. Логические формулы

Определение логической формулы.

1. Всякая логическая переменная и символы истина и ложь – формулы.

2. Если A и B – формулы, то $\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ – формулы.

3. Никаких других формул в алгебре логики нет

В пункте 1 определены элементарные формулы, в пункте 2 даны правила образования из любых данных формул новых формул.

Формула, которая при одних сочетаниях входящих в нее переменных является истинной, а при других – ложной, называется **выполнимой**.

Формула, которая имеет значение истина при любых значениях истинности входящих в нее переменных, называется **тождественно-истинной** формулой или **тавтологией**.

Например, формула $A \vee \neg A$.

Формула, которая ложна при любых значениях истинности входящих в нее переменных, называется **тождественно-ложной** или **противоречивой**.

Например, формула $A \wedge \neg A$ всегда ложна

Формулы A и B имеющие одни и те же значения истинности при одинаковых наборах значений входящих в них переменных, называются **равносильными**.

Равносильность двух формул алгебры логики обозначается символом $=$ или символом \equiv .

5. Таблицы истинности

A	B	AB	$A+B$	$\neg A$	$A \leftrightarrow B$	$A \rightarrow B$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

6. Аксиомы и законы алгебры логики

Система аксиом алгебры логики

$x=0$, если $x \neq 1$. $x=1$, если $x \neq 0$.

$$1 \vee 1 = 1$$

$$1 \wedge 1 = 1$$

$$0 \vee 0 = 0$$

$$0 \wedge 0 = 0$$

$$0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1$$

$$0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$$

$$\square 0 = 1$$

$$\square 1 = 0$$

Тождества алгебры логики

$$\square x \vee x = 1$$

$$0 \vee x = x$$

$$1 \vee x = 1$$

$$x \vee x = x$$

$$\square x \wedge x = 0$$

$$1 \wedge x = x$$

$$0 \wedge x = 0$$

$$x \wedge x = x$$

1. Закон исключения третьего.

Был известен уже в древности.

Содержательная трактовка: «Во время своих странствований Платон *был* в Египте **ИЛИ** *не был* Платон в Египте».

В такой трактовке это и любое другое выражение будут правильны (тогда говорили: *истинно*). Ничего другого быть не может: Платон либо был, либо не был в Египте – третьего не дано.

2. Закон непротиворечивости.

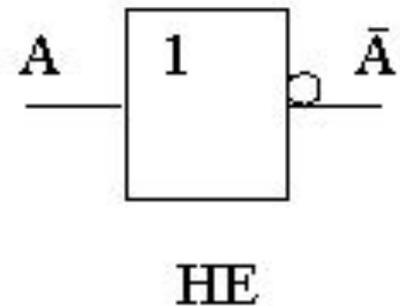
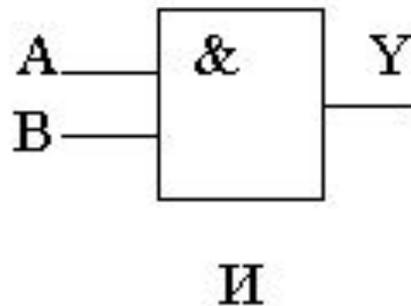
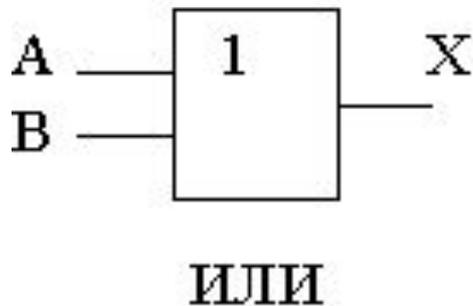
Если сказать: «Во время своих странствий Платон **был** в Египте **И не был** Платон в Египте, то очевидно, что любое высказывание, имеющее такую форму, всегда будет ложно.

3. Закон отрицания:

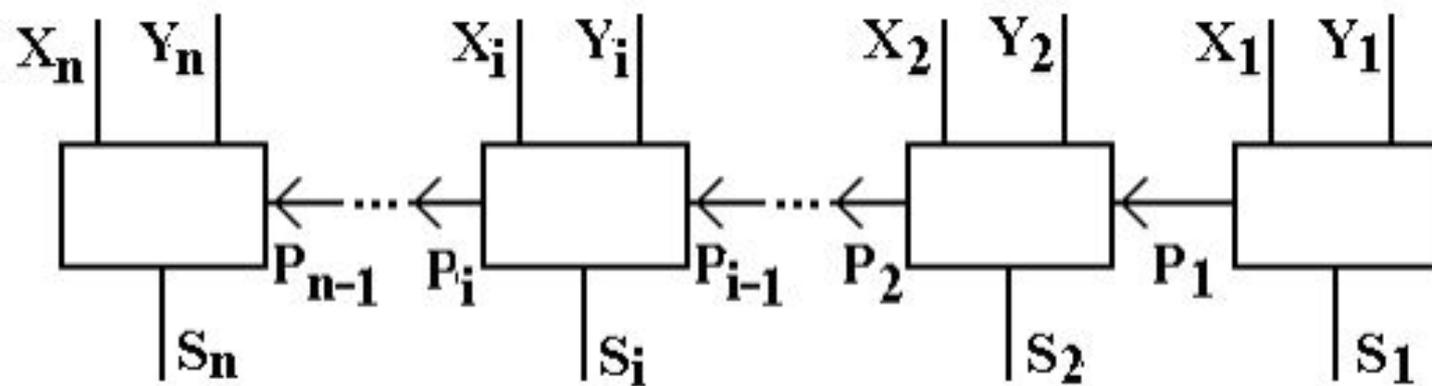
«Если **НЕ** верно, что Платон **Не БЫЛ** в Египте, то значит, Платон **БЫЛ** в Египте».

7. Основные логические устройства ЭВМ

На принципиальных электрических схемах логические элементы изображаются прямоугольниками с обозначением входов и выходов.

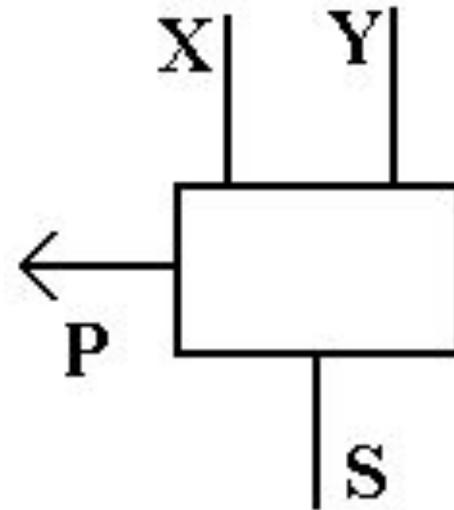


Сумматор

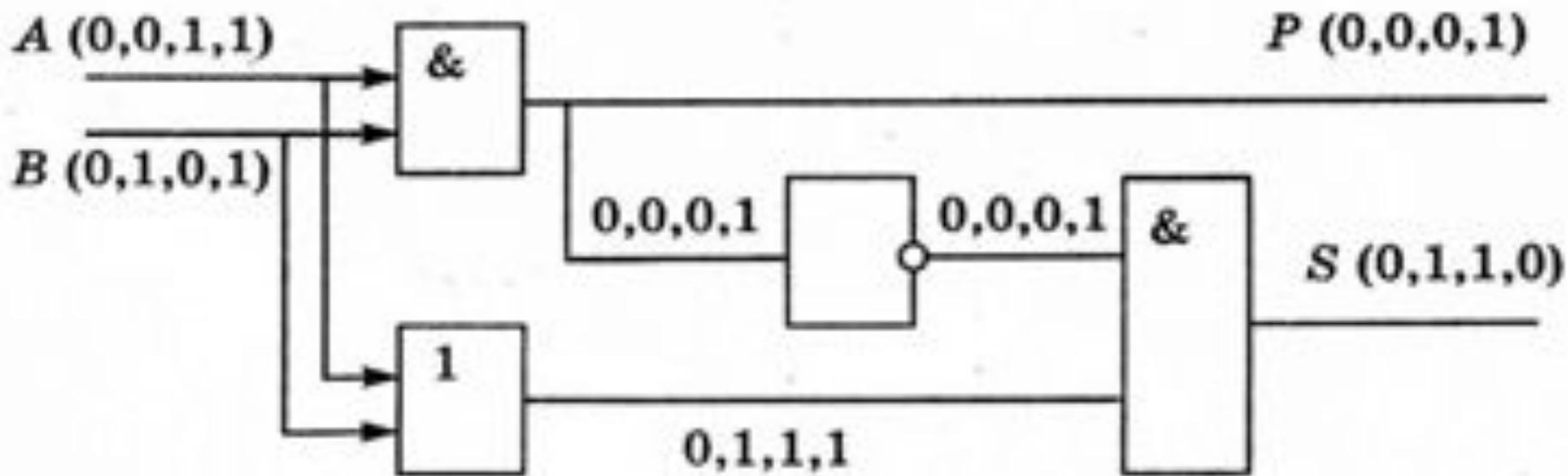


Одноразрядный сумматор

X	Y	Перенос P	Сумма S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



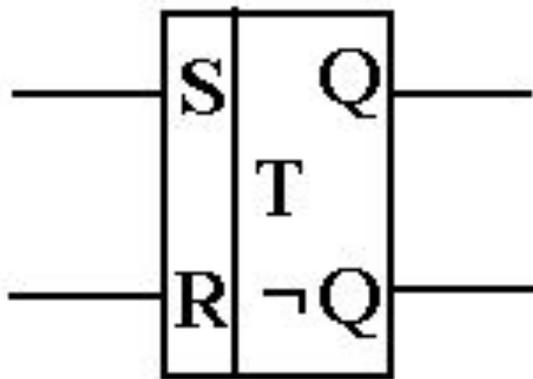
Полусумматор двоичных чисел



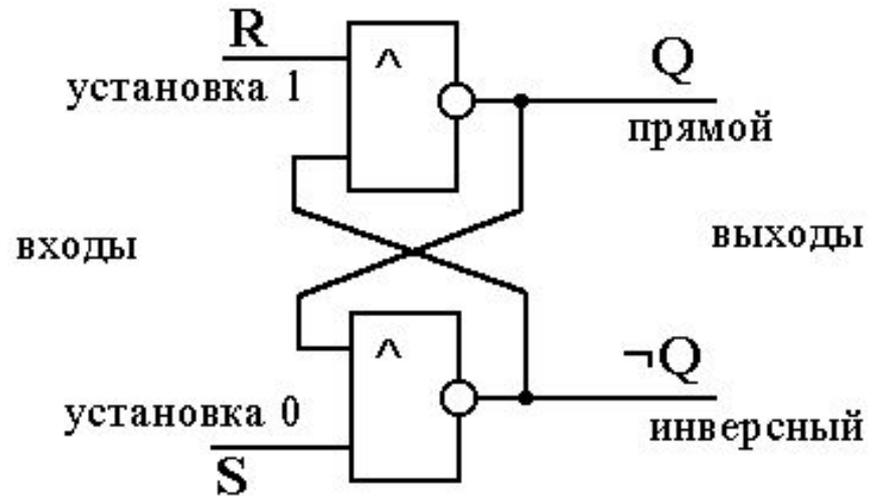
$$\begin{array}{r} 0011 \\ + 0101 \\ \hline \mathbf{1}0110 \end{array}$$

Перенос в
старший разряд

RS- триггер



Условное обозначение



Схема

Иллюстрация принципа работы триггера

Режим работы	Входы		Выходы		
	S	R	Q	\bar{Q}	Влияние на выход Q
Запрещённое состояние	0	0	1	1	Запрещено – не используется
Установка 1	0	1	1	0	Для установки Q в 1
Установка 0	1	0	0	1	Для установки Q в 0
Хранение	1	1	Q	\bar{Q}	Зависит от предыдущего состояния