Элементы комбинаторики

Комбинации: размещения, перестановки, сочетания (без повторений).

Презентация подготовлена учителем математики
ГБОУ СОШ № 1367 г. Москвы
МИТИНОЙ ЛЮДМИЛОЙ НИКОЛАЕВНОЙ

Комбинации

Определение.

Различные группы, составленные из каких- либо элементов (предметов) и отличающиеся одна от другой либо числом элементов, либо самими элементами, либо их порядком, называют комбинациями

Общие правила комбинаторики

Правило суммы

Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать либо A, либо B можно $m+n$ способами.

Пример 1

В качестве призов для участников школьного вернисажа решено было купить акварельные краски и наборы фломастеров, чтобы наградить каждого участника либо набором акварельных красок, либо набором фломастеров. В магазине в продаже оказалось 7 различных наборов красок и 12 различных наборов фломастеров. Сколько различных подарков можно сделать при имеющемся ассортименте?

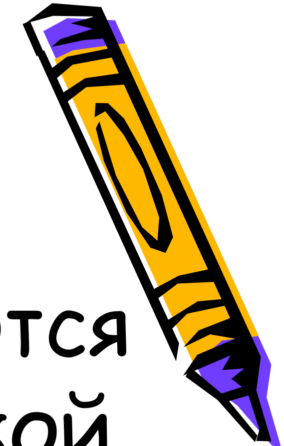
Решение

Число выборов набора красок m=7, число выборов набора фломастеров n=12, тогда число выборов либо набора красок, либо набора фломастеров равно $m+n=7+12=19$.

Ответ: 19.

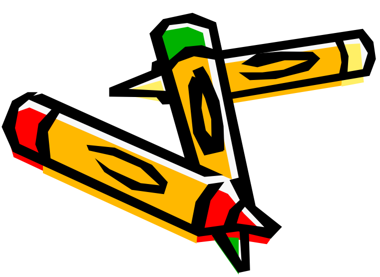
При использовании правила суммы

в приведенной формулировке нужно следить, чтобы ни один из способов выбора объекта А не совпадал со способом выбора объекта В. Если такие совпадения есть, то число способов выбора либо А, либо В составляет m+n-k, где k- число совпадений



Пример 2

Все ученики класса занимаются двумя видами спорта- легкой атлетикой и волейболом. Волейболом занимаются 12 учеников, а легкой атлетикой- 19, причем 5 учеников, занимающихся легкой атлетикой, занимаются также и волейболом. Сколько учеников в классе?



Решение:

Число учеников, занимающихся волейболом $m=12$, число учеников, занимающихся легкой атлетикой $n=19$, число учеников, занимающихся обоими видами спорта $k=5$, значит число учеников класса равно $m+n-k=12+19-5=26$

Ответ: 26.

Правило произведения

Если объект A можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то пара объектов (A, B) в указанном порядке может быть выбрана mn способами

Пример 3

В качестве призов для участников школьного вернисажа решено было купить акварельные краски и наборы фломастеров, чтобы наградить каждого участника одним набором акварельных красок и одним набором фломастеров. В магазине в продаже оказалось 7 различных наборов красок и 12 различных наборов фломастеров. Сколько различных подарков можно сделать при имеющемся ассортименте?

Решение

Число выборов набора красок $m=7$, число выборов набора фломастеров $n=12$, тогда число выборов одного набора красок и одного набора фломастеров равно $m \cdot n = 7 \cdot 12 = 84$.

Ответ: 84.

Задача 4

Имеется 6 пар перчаток различных цветов. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на левую руку, а одну на правую руку так, чтобы перчатки были разных цветов?

Задача 5

Сколькими способами можно выбрать одну гласную и одну согласную буквы из слова «тропа»?

Размещения

– это комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой и отличающиеся одна от другой либо составом элементов, либо порядком следования элементов.

Пример 4

Сколько различных комбинаций можно создать из букв A, B и C по 2 буквы в каждой?

Решение:

AB, AC, BA, BC, CA,CB

Ответ: 6.

Формула числа размещений

$$\mathrm{A}_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} =$$

$$n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)$$

Пример 5

В классе 10 учебных предметов и 5 разных уроков в день. Сколькими способами могут быть распределены уроки в день?

Пример 6

Научное общество состоит из 25 человек. Надо выбрать президента общества, вице-президента, ученого секретаря и казначея. Сколькими способами может быть сделан этот выбор, если каждый член общества может занимать лишь один пост?

Перестановки

- это комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.

Пример 7

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?

Решение:

123, 132, 213, 231, 312,321

Ответ: 6.

Формула числа перестановок

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)\ldots\cdot 2\cdot 1$$

Пример 8

Сколько девятизначных чисел можно написать девятью разными цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Пример 9

Сколькими способами можно разместить 12 лиц за столом, на котором поставлено 12 приборов?

Сочетания

- это комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой и отличающиеся одна от другой хотя бы одним элементом

Пример 10

Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика содержащего 5 деталей?

Решение:

Пусть детали пронумерованы:

1, 2, 3, 4, 5. Тогда возможны следующие исходы

12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45.

Ответ: 10.

Формула числа сочетаний

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

Пример 11

Из 10 кандидатов на одну и ту же должность должны быть выбраны трое. Сколько может быть вариантов такого выбора?

Пример 12
Решить уравнение:

$$11 \cdot C_x^3 = 24 \cdot C_{x+1}^2$$

Пример 13
Решить уравнение:

$$\frac{\mathrm{P}_{\mathrm{x}+2}}{\mathrm{A}_{\mathrm{x}}^{n} \cdot \mathrm{P}_{\mathrm{x}-n}} = 132$$

Пример 14
Решить уравнение:

$$(A_x^{10} + A_x^{9})/A_x^{8} = 9$$