

Задачи на арифметическую прогрессию

Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решается с помощью арифметической прогрессии по формуле:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_n = 240$$

$$a_1 + a_n = 60$$

$$240 = \frac{60}{2} n$$

$$240 = 30n$$

$$n = 240 : 30 = 8 \text{ (дней)}$$

Ответ.

8



Рабочие прокладывают туннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Решается с помощью арифметической прогрессии

$$S_n = 500$$

$$a_1 = 3,$$

$$n = 10.$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$500 = \frac{6 + 9d}{2} \cdot 10$$

$$100 - 6 = 9d$$

$$a_{10} = 3 + \frac{9d}{9} \cdot 9$$

$$500 = (6 + 9d) \cdot 5$$

$$d = \frac{94}{9}$$

$$a_{10} = 97 \text{ (м)}$$

Ответ.
97



Васе надо решить 490 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем.

Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Решается с помощью арифметической прогрессии

$$S_n = 490$$

$$a_1 = 5$$

$$n = (14 - 1)$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n$$

$$490 = \frac{10 + 13d}{2} 14 \quad 490 = (10 + 13d) 7$$

$$490 = 70 + 91d \quad 420 = 91d \quad d = \frac{420}{91} = \frac{60}{13}$$

$$a_{14} = a_1 + d(n-1) \quad a_{14} = 5 + 60 = 65$$

Ответ.
65



Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние.

Известно, что за первый день турист прошел 10 километров.

Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

Введем арифметическую прогрессию

$$a_1 = 10$$

$$n = 6$$

$$S_n = 120$$

$$a_3 = ?$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$120 = \frac{20 + 5d}{2} \cdot 6$$

$$120 = 60 + 15d$$

$$a_3 = 10 + 4 \cdot (3-1)$$

$$120 = (20 + 5d) \cdot 3$$

$$60 = 15d$$

$$a_3 = 18$$

$$d = 4$$

Ответ.
18



Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено на девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

Введем арифметическую прогрессию

$$a_1 = 2$$

$$n = 14$$

$$S_n = 210$$

$$a_9 = ?$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$210 = \frac{4 + 13d}{2} \cdot 14$$

$$210 = 28 + 91d$$

$$a_9 = 2 + 2 \cdot (9-1)$$

$$210 = (4 + 13d) \cdot 7$$

$$182 = 91d$$

$$a_9 = 18$$

$$d = 2$$

Ответ.
18



Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Пусть улитка проползает в первый день a_1 метров, во второй день a_2 метров
в последний день – a_n

метров.

$$a_1 + a_n = 10$$

За n дней улитка проползла путь:

$$S_n = 150$$

$$n - ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$150 = 5n \quad n = 30 \text{ (дней)}$$

Ответ: 30



Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

$$S_n = 640$$

$$a_1 = 10$$

$$n = 16$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$60 = 10 + 15d$$

$$d = 4$$

$$80 = 10 + 15d$$

$$80 = 20 + 15d$$

$$a_4 = 10 + 4(4-1)$$

$$a_4 = 22$$

Ответ: 22



Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал

Бубликов за 2003 год?

Воспользуемся геометрической

прогрессией

Увеличили на 300%, т.е. $100\% + 300\% = 400\%$. И так

в предыдущим
годом

За 2003 год Бубликов
заработал:

$$b_4 = b_1 \cdot q^3$$

$$b_4 = 5000 \cdot 64 = 320000$$

$$b_1 = 5000 \text{ рублей}$$

$q = 4$ раза, по
сравнению

Посмотри второй способ решения задачи:

Ответ: 320000



Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Проценты

Часть

Число 5000

увеличили на 300%, т.е. $100\% + 300\% = 400\%$

= 4

$5000 \cdot 4 = 20000$ (р.) составит прибыль в 2001г.

$20000 \cdot 4 = 80000$ (р.) составит прибыль в 2002г.

$80000 \cdot 4 = 320000$ (р.) составит прибыль в 2003г.

Ответ: 320000

Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Пусть вкладчик открыл сберегательный счет и положил на него S_0 рублей и обязуется выплатить вкладчику в конце каждого года $p\%$ от первоначальной суммы S_0 .

Если вкладчик не снимет со счета сумму начисленных процентов, то эта сумма присоединяется к основному вкладу, а в конце следующего года банк будет начислять $p\%$ уже на новую, увеличенную сумму. Это означает, что банк станет теперь начислять проценты не только на основной вклад, S_0 , но и на проценты, которые на него полагаются.

$$S_n = S_0 \left(1 + \frac{p\%}{100\%} \right)^n$$



Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

«Альфа»

Значит капитал каждый год составлял $100\% + 200\% = 300\%$ от капитала

В конце 2006 года на счете компании «Альфа» было

сумма

$$S = 5000 \left(1 + \frac{200\%}{100\%} \right)^{2006-2001} = 5000 \cdot 3^5 = 1215000$$

«Бета»

Значит капитал каждый год составлял $100\% + 400\% = 500\%$ от капитала

В конце 2006 года на счете компании «Бета» было сумма

$$10000 \left(1 + \frac{400\%}{100\%} \right)^{2006-2003} = 10000 \cdot 5^3 = 1250000$$

Капитал компании «Бета» больше капитала «Альфа»

на $1250000 - 1215000 = 35000$ долларо

Ответ: 35000

