

# Анализ устойчивости динамических систем при имитационном моделировании

Лекция по моделированию  
Проф. Григорьев В.А.

# Содержание

## Введение

1. Понятие об устойчивости. Построение областей устойчивой работы (ОУР) системы при параметрических возмущениях
2. Этапы в исследовании системы посредством моделирования
3. Построение областей работы с заданным качеством управления по принятым параметрам
4. Построение функций чувствительности критериев к параметрическим возмущениям

# ВВЕДЕНИЕ

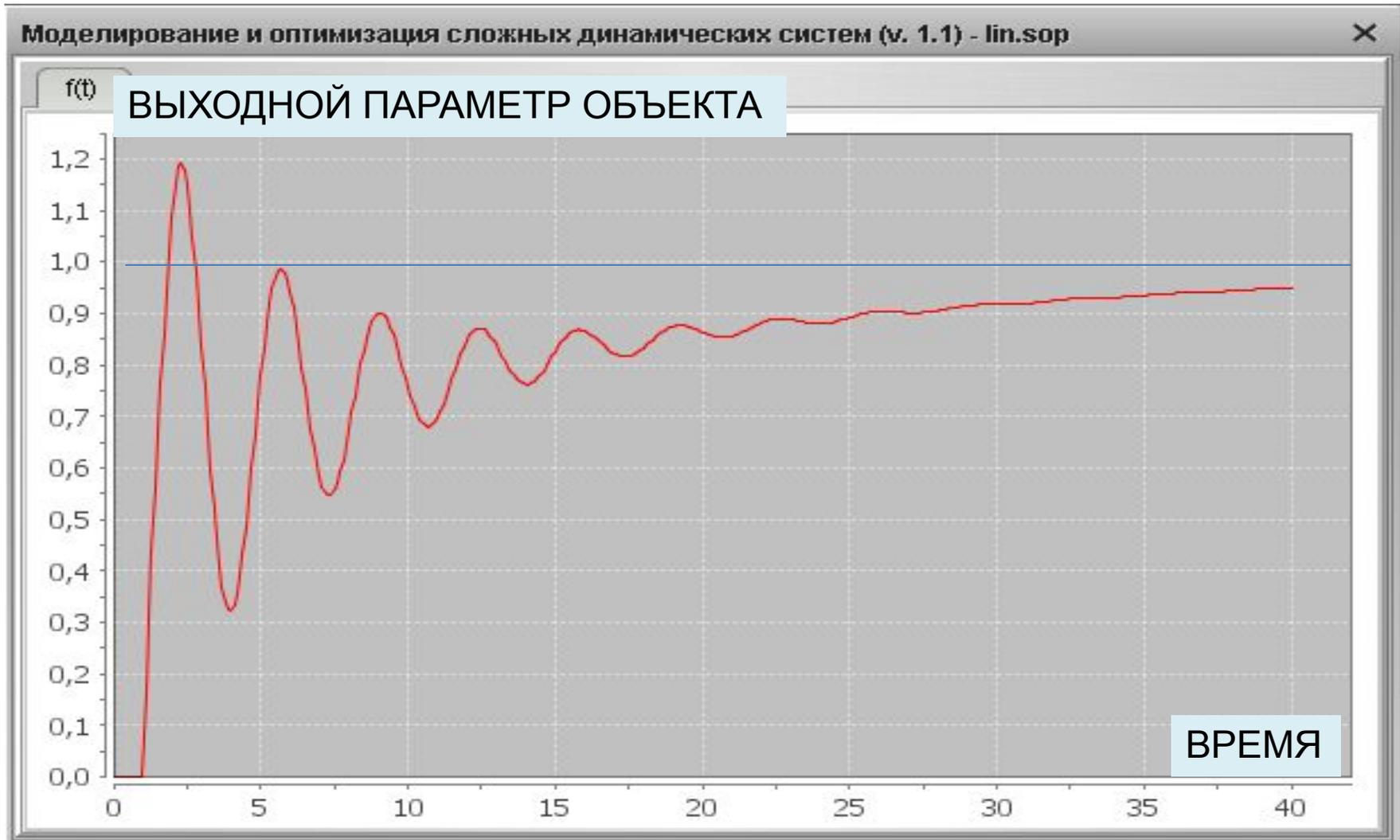
**На любую САУ действуют внешние координатные и параметрические возмущения.**

В простейшем случае **под** устойчивостью системы понимается её способность возвращаться с определенной точностью в состояние равновесия после исчезновения внешних воздействий.

**Система управления является устойчивой**, если будучи выведенной из состояния установившегося движения некоторой причиной (внешним воздействием, изменением начальных параметров или состояния) **возвращается в установившееся исходное состояние после прекращения действия этой причины.**

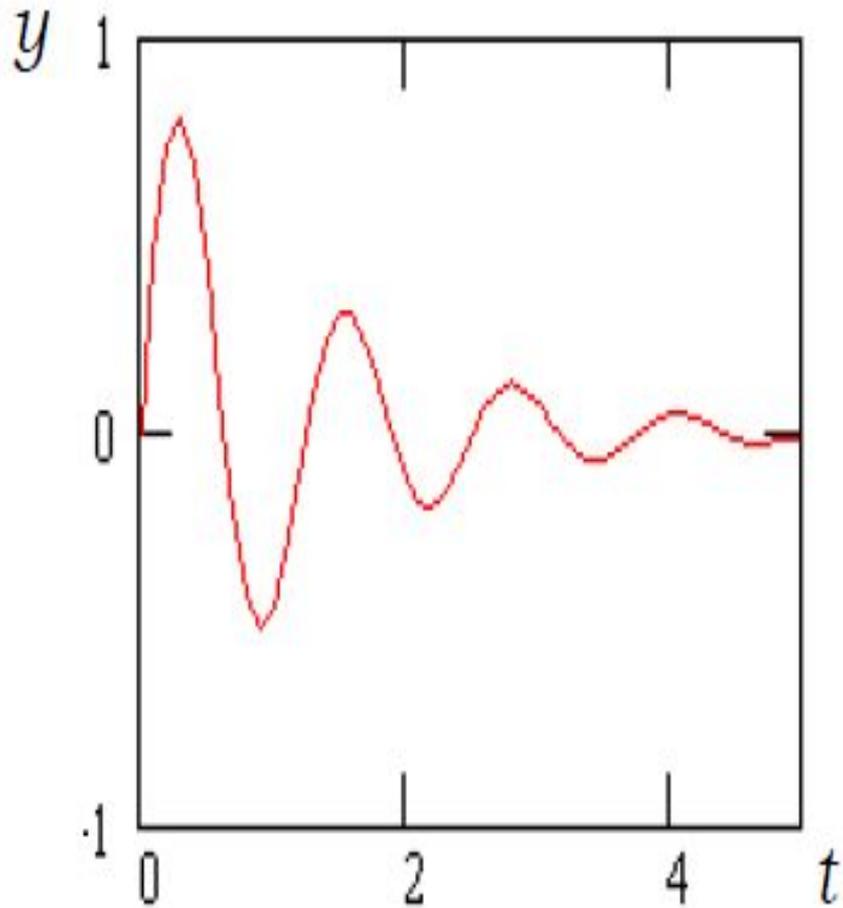
ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПО ЗАДАНИЮ

$K=1$   $T=1$   $TAU=1$      $K1=1.6$   $K2= 0.125$

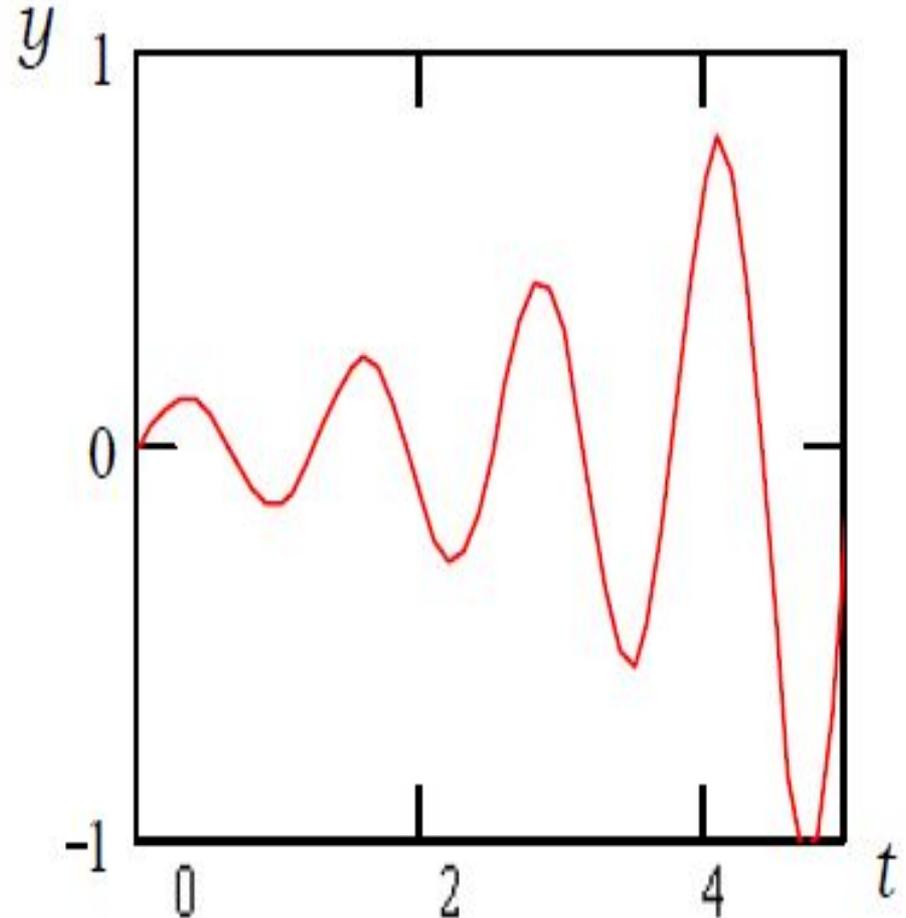




# Колебательные переходные процессы в замкнутых системах: устойчивой (а) и не устойчивой (б)

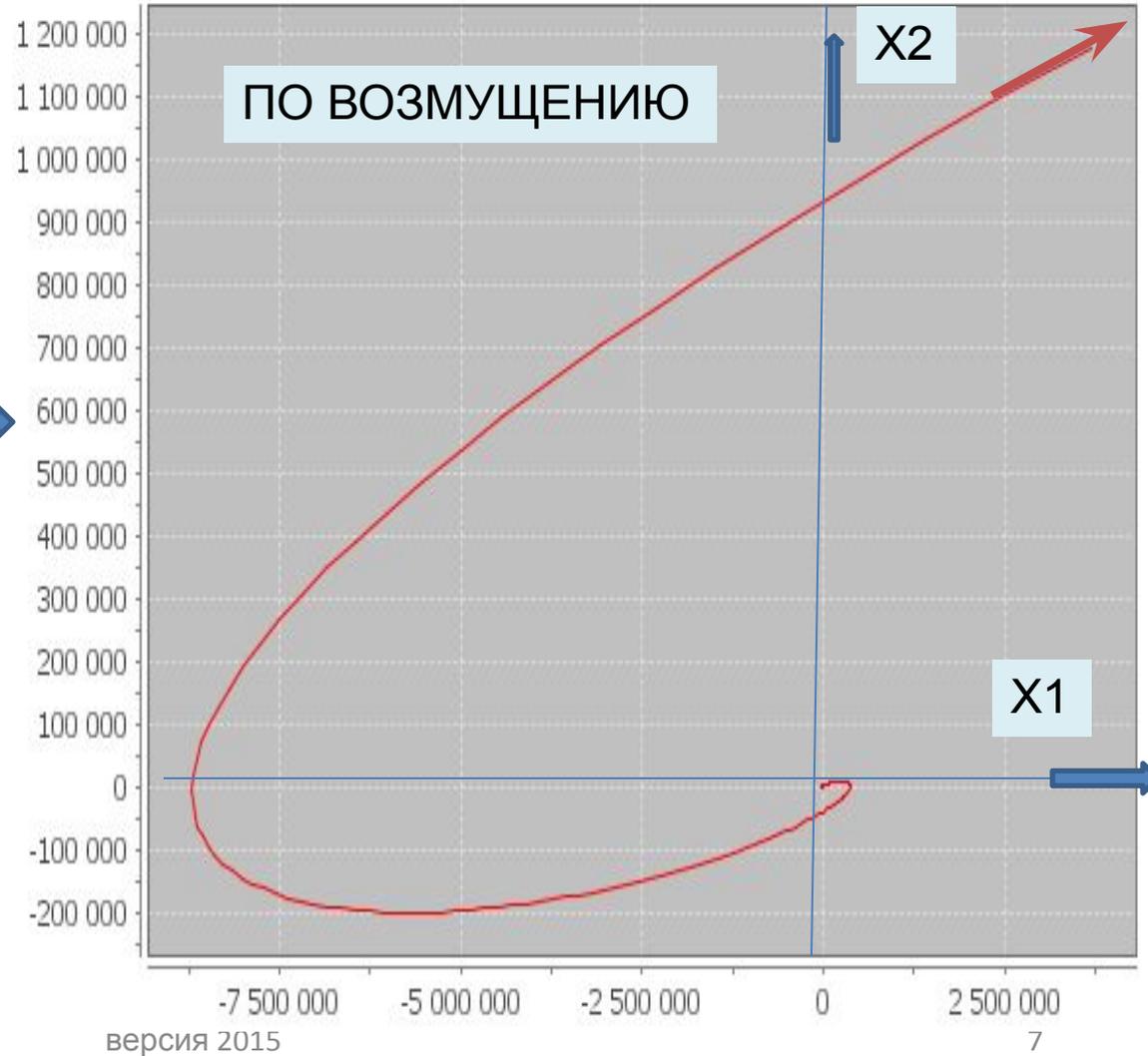


а)



б)

1. Фазовый портрет устойчивой системы
2. Фазовый портрет неустойчивой системы



# 1. Понятие об устойчивости. Построение областей устойчивой работы (ОУР) системы при параметрических возмущениях

- 1.1. Системы с переменными параметрами
- 1.2. Устойчивость и качество регулирования систем с переменными параметрами

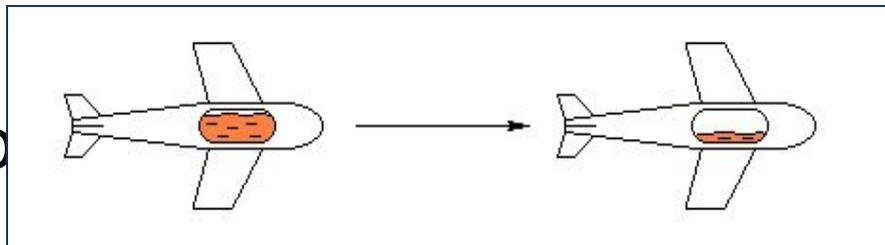
# Системы с переменными параметрами

- Система линейная с переменными параметрами.
- Линейной системой с переменными (var) параметрами называется такая, движение которой описывается ДУ с переменными во

$$a_0(t) \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_{n-1}(t) \frac{dy}{dt} + a_n(t) y = b_0(t) \frac{d^m f}{dt^m} + \dots + b_{m-1}(t) \frac{df}{dt} + b_m(t) f$$

- где воздействие  $f$  может быть и задающим -  $g(t)$ .

- Пример пар



## ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ (ПФ)

ПФ подобной системы параметрическая, например:

$$W(s, t) = \frac{Y(s, t)}{X(s, t)} = \frac{K(t) \dots}{(1 + T_1 s)(1 + T_2(t) s) \dots}$$

- где:  $K(t)$ ,  $T_2(t)$  - зависящие от времени функции.

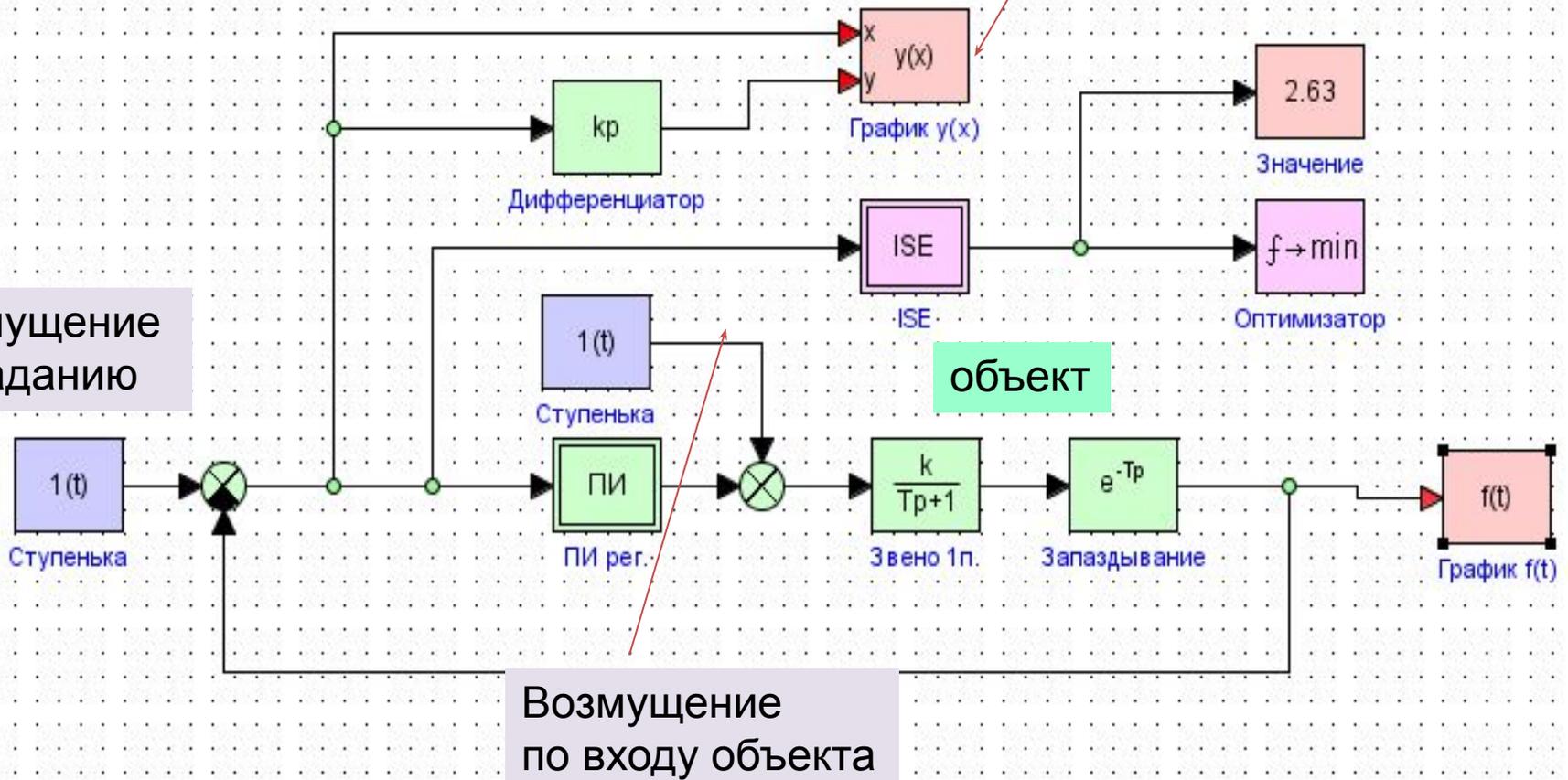
## Устойчивость и качество регулирования систем с переменными параметрами

- Поскольку в квазистационарных САР параметры меняются много медленней свободного движения системы, параметрическую САР считают устойчивой, если при всех "замороженных" комбинациях параметров она остается устойчивой.
- Т.е. в параметрической ПФ  $W(s, t)$  фиксируют время  $t$  в диапазоне  $0 < t < T$  и многократно исследуют на устойчивость, используя любой из критериев.
- Максимальное внимание надо уделить временным интервалам, где параметры меняются быстро или происходит смена

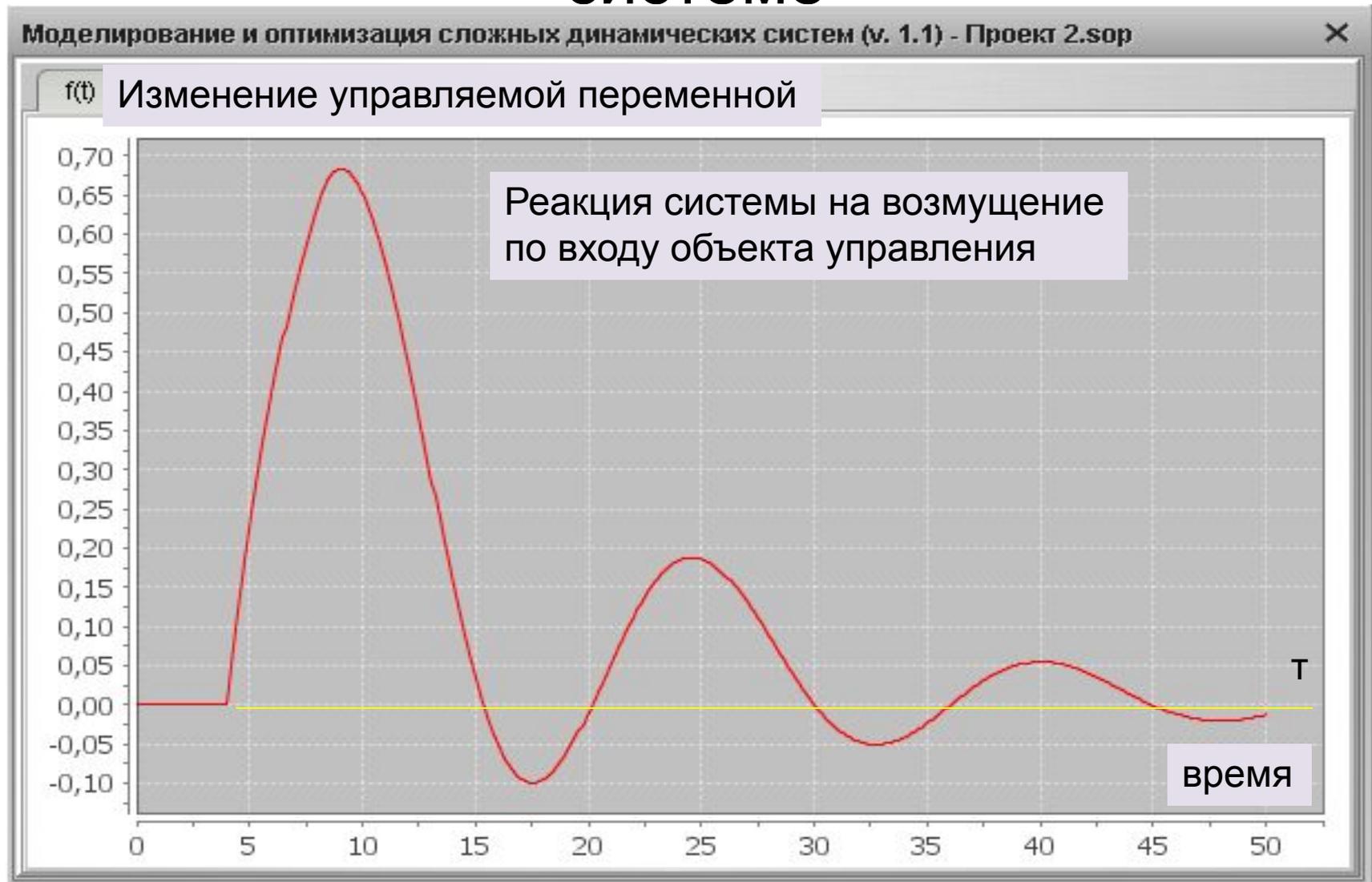
# Сборка модели САУ

## Формирование фазового портрета

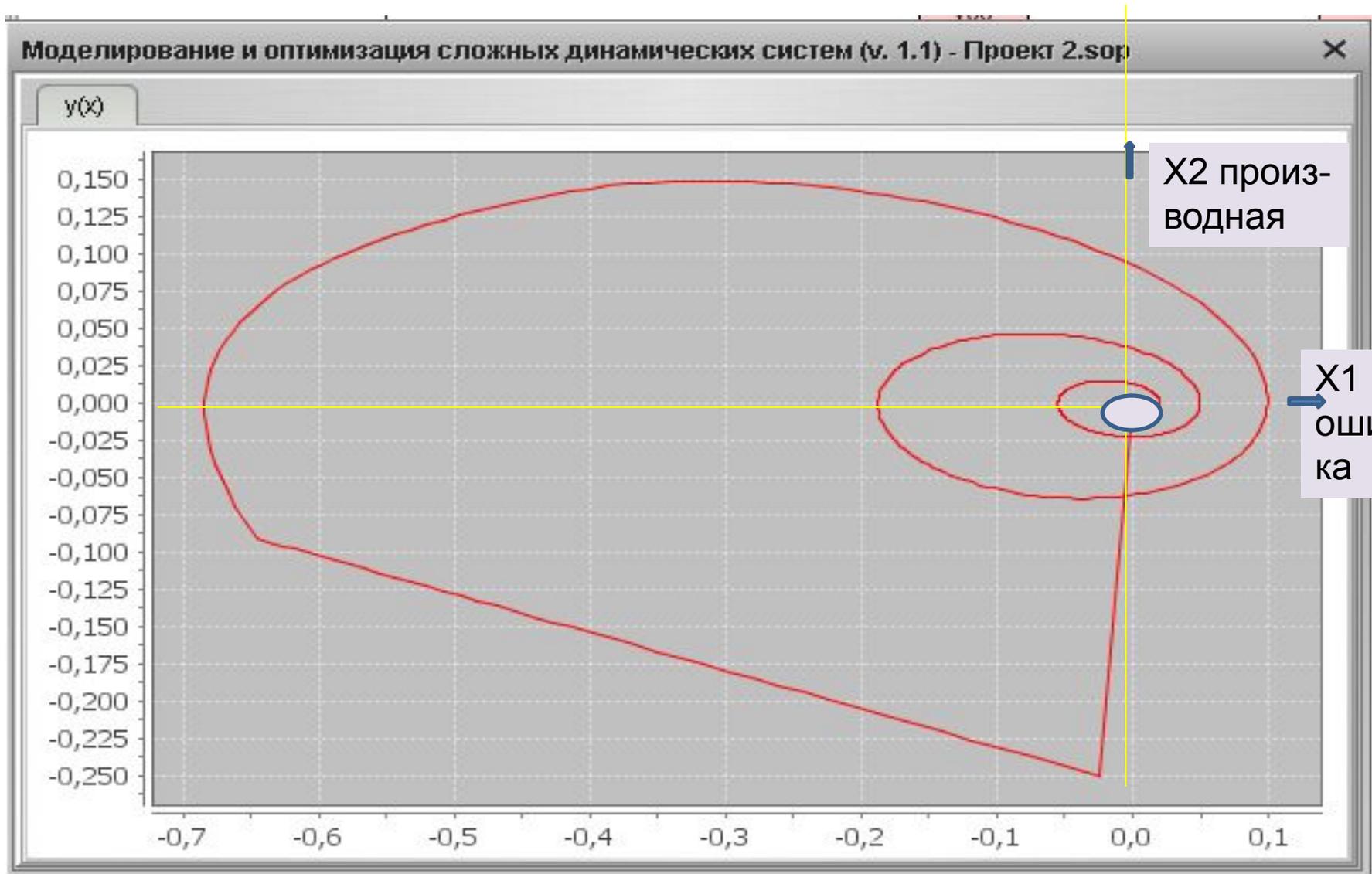
Возмущение по заданию



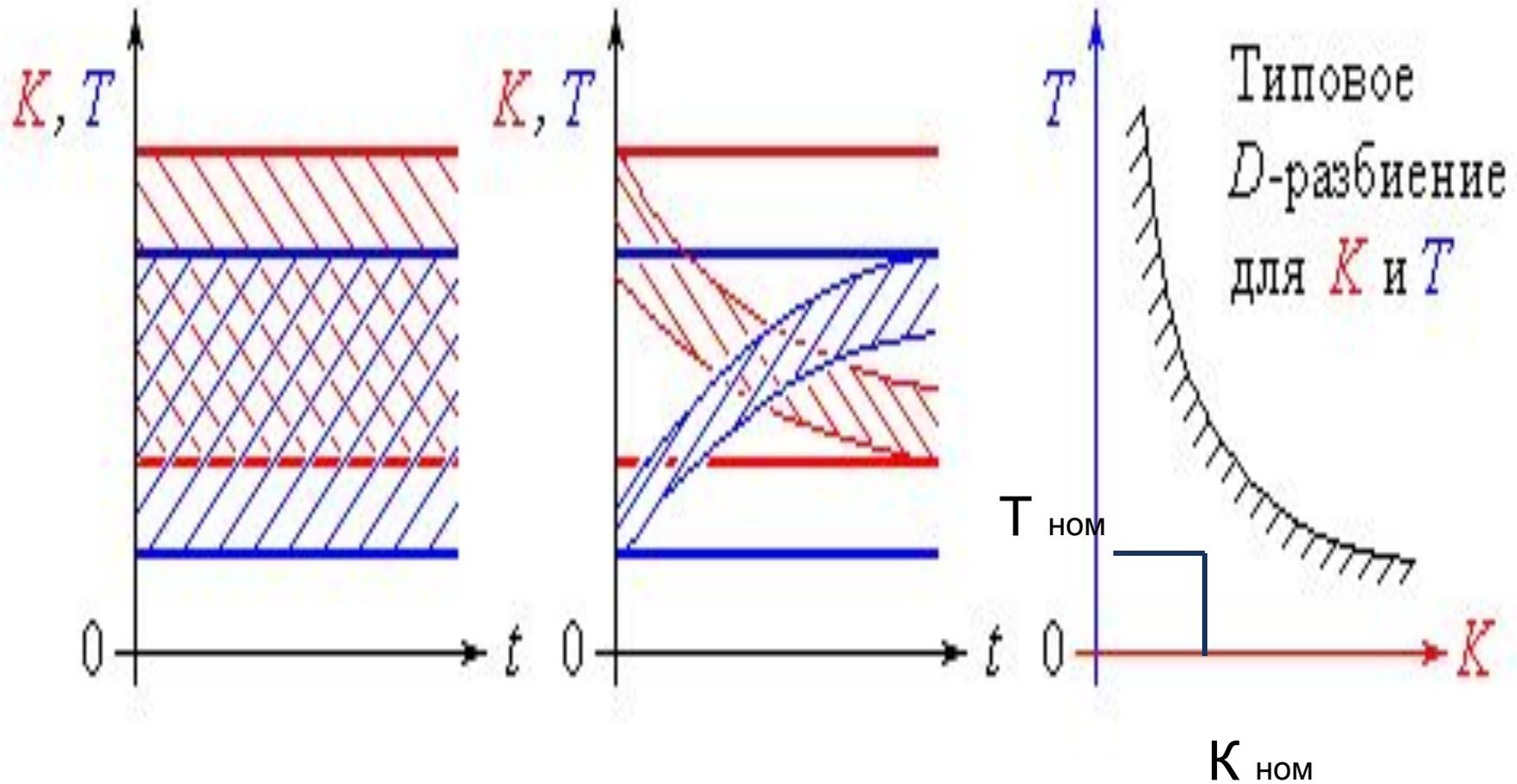
# Переходный процесс в устойчивой системе



# Фазовый портрет устойчивой системы



Во многих случаях удастся выделить одно звено первого или второго порядков с var-параметром. Изменение параметров можно рассматривать как возмущающее воздействие на систему.



## 2. Этапы в исследовании системы посредством моделирования

**Программирование модели** — всего лишь часть общих усилий, направленных на разработку и анализ сложной системы посредством моделирования.

- При этом внимание должно уделяться множеству разных вопросов, в частности **статистическому анализу выходных данных моделирования и управлению проектом**.
- На рис 1. показаны этапы, составляющие типичное исследование системы посредством моделирования.
- Заметьте, что исследование посредством моделирования — это не простой последовательный процесс, он предполагает необходимость часто возвращаться назад, к предыдущему этапу.



# 1. **Формулировка задачи и планирование исследования системы.**

1.1 Постановка задачи руководителем.

1.2 Рассмотрение следующих вопросов:

- **глобальная цель** исследования;
- **специальные вопросы**, на которые должно ответить исследование;
- **критерии качества работы**, используемые в будущем для оценки эффективности различных конфигураций системы;
- **масштаб модели**;
- **моделируемые конфигурации** системы;
- **применяемое программное обеспечение**;
- **временной интервал** для исследования и необходимые ресурсы.

# 2. **Сбор данных и определение модели.**

2.1. Сбор информации о конфигурации системы и способах эксплуатации,

- 2.2. Сбор данных (если это возможно) для определения параметров модели и входных распределений вероятностей.
- 2.3. Схематическое изображение данных в «описании допущений», представляющем собой *концептуальную модель*.
- 2.4. Сбор данных (по возможности) о рабочих характеристиках существующей системы (с целью осуществления проверки на этапе 6).

## 2.5. Выбор уровня детальности модели в зависимости от перечисленных ниже факторов:

- цели проекта;
- критериев качества работ;
- доступности данных;
- интересов достоверности;
- компьютерных возможностей;
- мнений экспертов по изучаемой тематике;
- ограничений, связанных со временем и финансированием.

2.6. Установление между каждым элементом модели и соответствующим ему элементом системы взаимно-однозначного соответствия.

2.7. Регулярное взаимодействие с руководителем и другими ведущими специалистами проекта.

### **3. Определение адекватности концептуальной модели.**

3.1. Выполнение структурного анализа концептуальной модели с предоставлением описания допущений на рассмотрение аудитории, которая состоит из руководителей, аналитиков, а также экспертов по изучаемой тематике, принимая во внимание, что:

- анализ помогает убедиться, что допущения, принятые для модели, верны и ничего не упущено;
- анализ обеспечивает право собственности на модель;
- анализ выполняется до начала программирования

## **4. Создание компьютерной программы и ее проверка.**

- Программирование модели
- Использование программного обеспечения моделирования уменьшает время программирования, поэтому в итоге дает меньшую стоимость всего *проекта.*
- Проверка моделирующей компьютерной программы, а также ее отладка.

## **5.Выполнение предварительных прогонов.**

## **6. Проверка соответствия программной модели.**

- Если есть существующая система - сравнение критериев качества работы и существующей системы (этап 2).
- Независимо от наличия существующей системы — **просмотр** аналитиками и экспертами по изучаемой теме **результатов прогонов модели с целью определения их правильности.**
- Использование анализа чувствительности для определения факторов модели, имеющих существенное влияние на критерии качества работы системы, так как их следует моделировать очень точно.

## **7. Планирование экспериментов.**

- Детальное изложение того, что является важным для каждой системной конфигурации:
- длительность каждого прогона;
- длительность переходного периода (если он необходим);
- количество независимых прогонов имитационной модели с использованием различных случайных чисел, что потребуется при построении доверительных интервалов.

## **8. Выполнение рабочих прогонов.**

- 8.1. Выполнение рабочих прогонов для получения результатов, которые понадобятся на этапе 9.

## **9. Анализ выходных данных.**

- 9.1. Обработка выходных данных с целью:
- определения абсолютных характеристик известной конфигурации системы;
- проведения относительного сравнения альтернативных конфигураций системы.

## **10. Документальное представление и использование результатов.**

- Документальное оформление допущений (см. этап 2) компьютерной программы и результатов исследования для использования в текущем и будущих проектах.
- Представление результатов исследования:
- использование анимации для объяснения модели руководителям и другим людям, которым не известны все ее подробности;
- обсуждение процесса создания модели и ее достоверности, чтобы повысить уровень доверия к ней.
- Использование результатов в процессе принятия решений, если они действительно и достоверны.

### 3. Построение областей устойчивой работы (ОУР)

Рассмотрим в качестве примера на плоскости построение ОУР при изменении двух параметров системы:

$a_1^-$ ,  $a_1^+$ , мин и макс значения параметра  $a_1$

$\Delta a_1$  – изменение параметра  $a_1$  при имитационном моделировании.

$a_2^-$ ,  $a_2^+$ , - мин и макс значения параметра  $a_2$

$\Delta a_2$  – изменение параметра  $a_2$  при имитационном моделировании.

$$W(p) = \frac{a1(t)}{a2(t)p + 1} e^{-a3p}$$

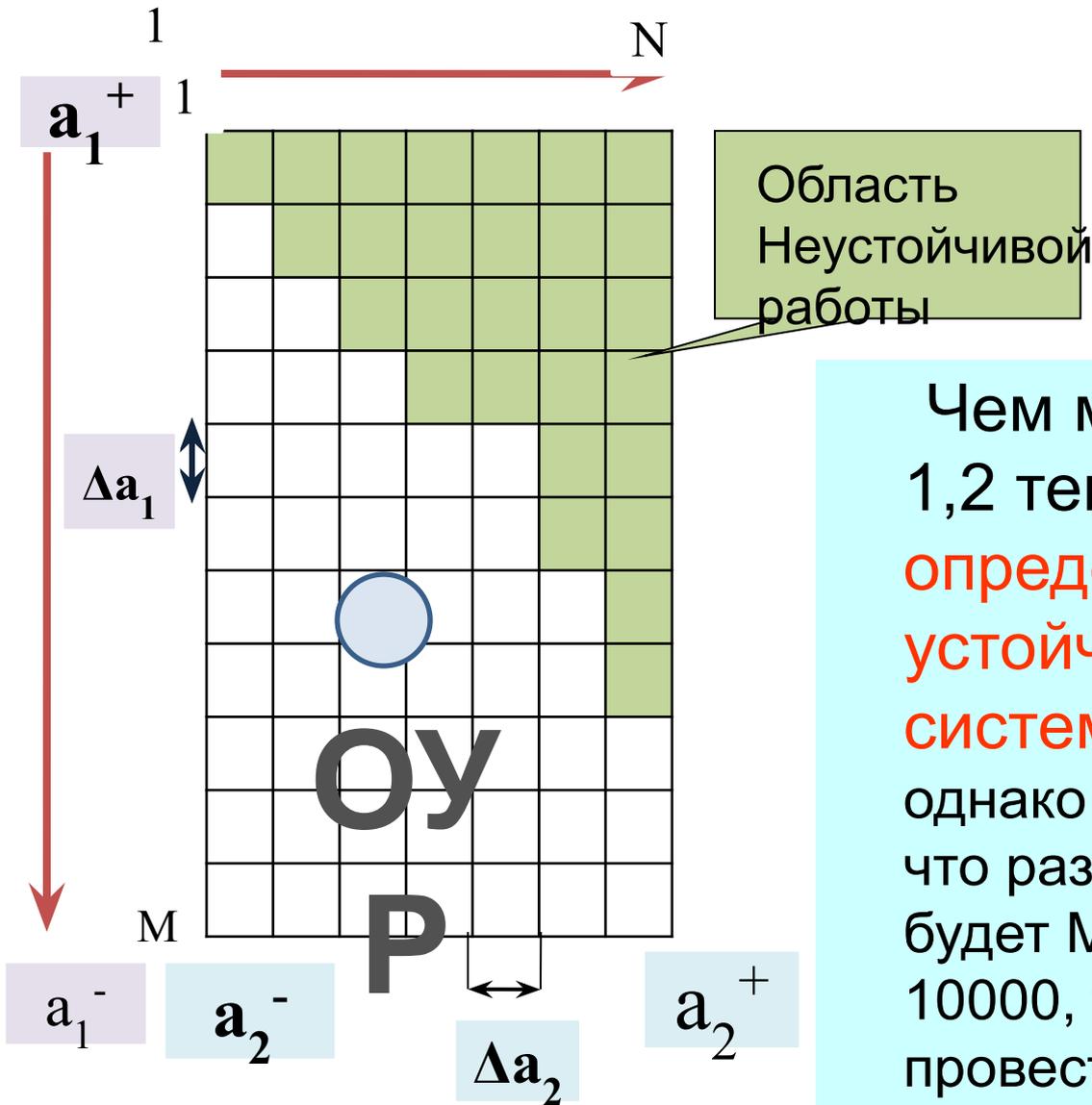
# Построение областей устойчивой работы (ОУР)

Для построения **ОУР** проводятся эксперименты в узлах области задания изменяемых параметров и на основании имитационного прогона в каждом узле осуществляется **автоматическое определение устойчивости системы.**

МАТРИЦА

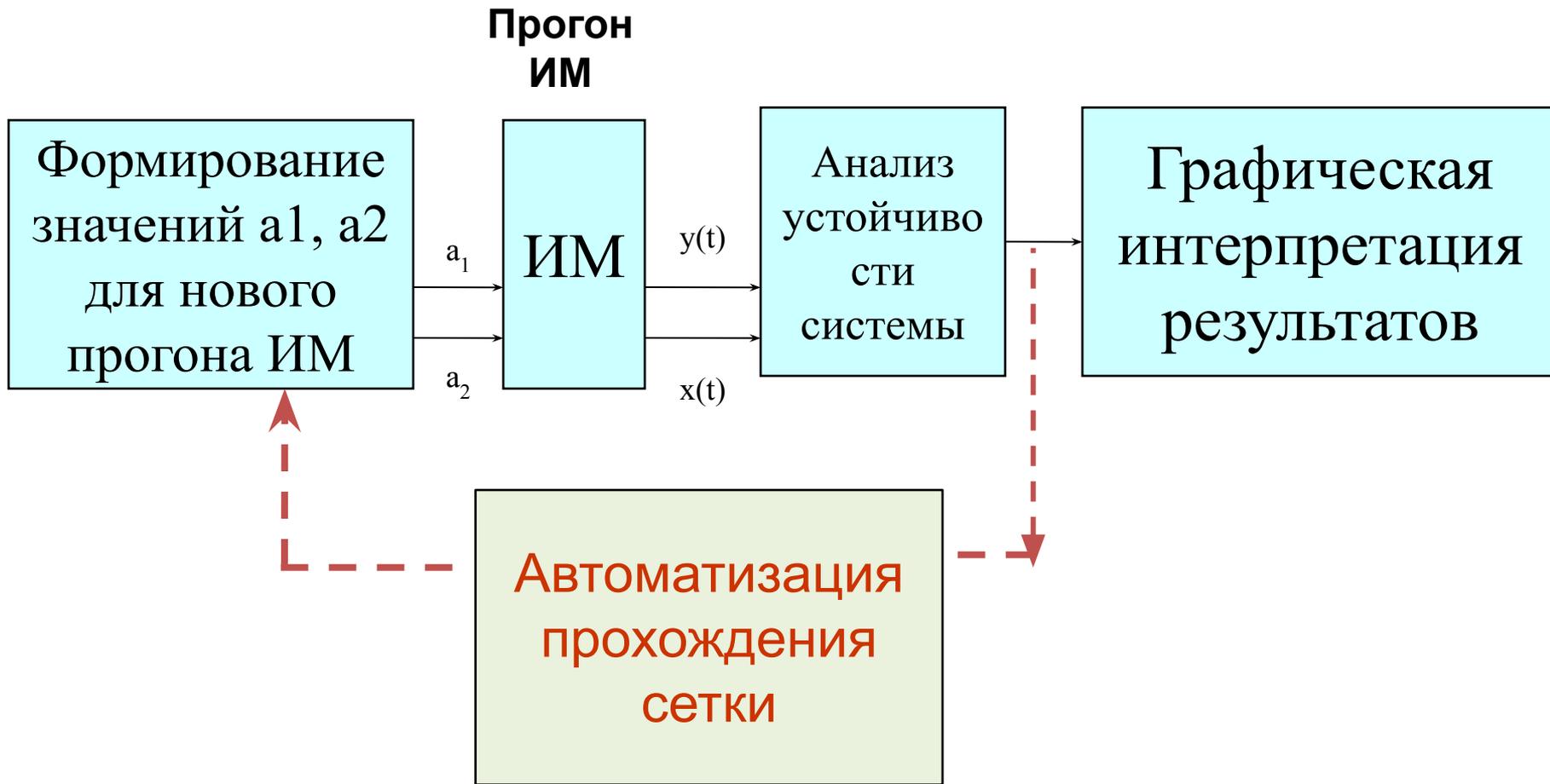
$$A = \{a_{ij}\}$$

$MN$



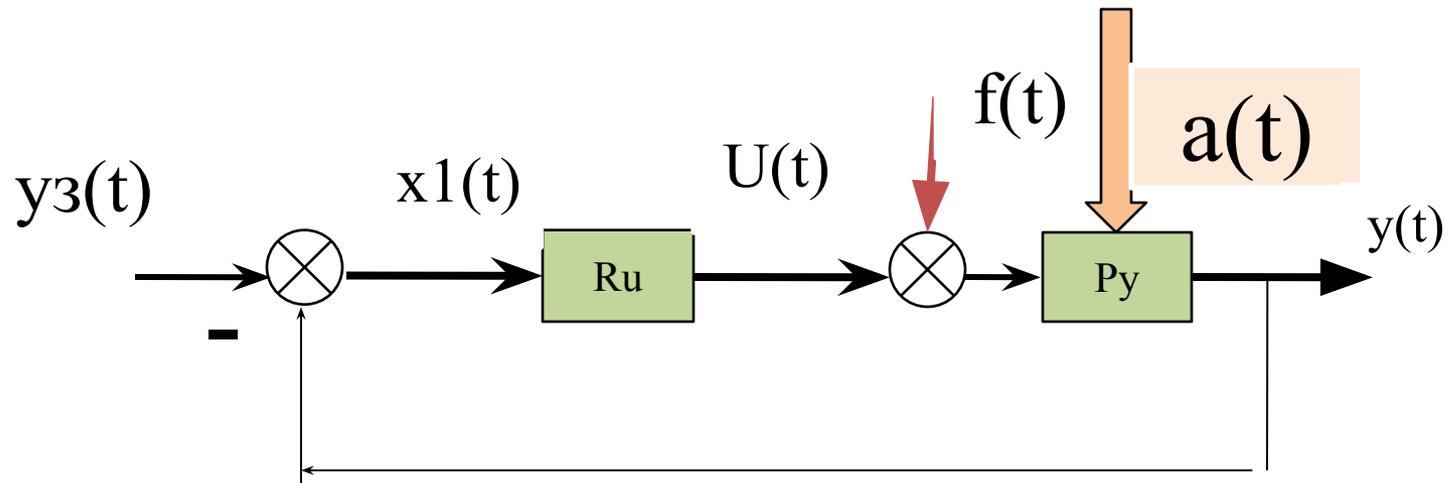
Чем меньше  $\Delta a_i$ , где  $i = 1, 2$  тем **более точно мы определим область устойчивой работы системы управления**, однако необходимо помнить, что размерность матрицы будет  $M \cdot N = 100 \cdot 100 = 10000$ , т.е. необходимо провести 10000 прогонов имитационной модели

# Структура схемы испытаний



Существуют алгоритмы, позволяющие **автоматизировать** нахождение границы между областью устойчивой работы и областью неустойчивой работы

Рассмотрим систему управления вида:

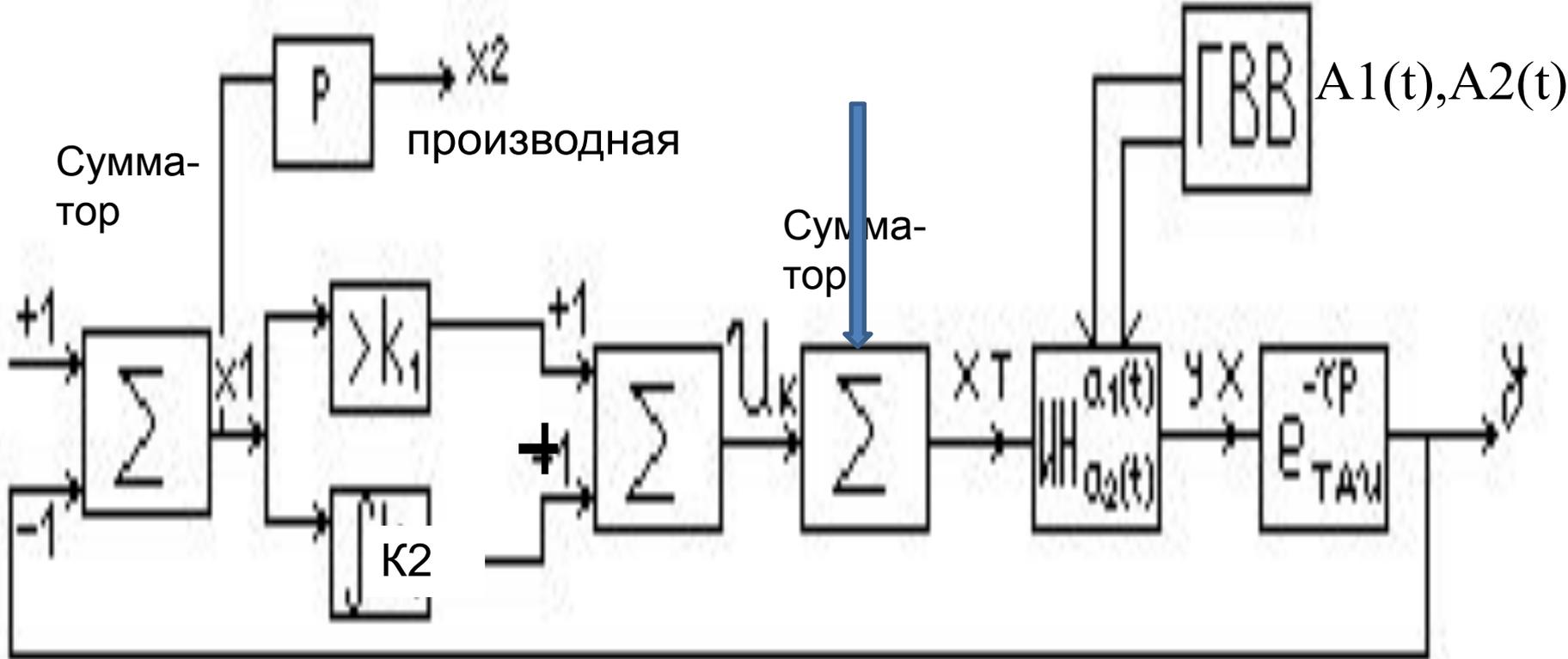


$$R_u: U(t) = K_1 x_1(t) + K_2 \int x_1(t) dt$$

$$P_y: W(p) = \frac{a_1(t)}{a_2(t)p + 1} e^{-a_3 p}$$

Примем, что параметр  $a_3$  (запаздывание) не  
меняется в данном эксперименте

## Генератор Внешних воздействий



## Сборка имитационной модели

ГВВ – генератор внешних воздействий,  
 $A_1(t), A_2(t)$  – переменные параметры  
объекта управления

## 4. Построение областей устойчивой работы с заданным качеством динамических свойств

Для большинства систем управления весьма важным является получение не только ОУР, но и области, в которой обеспечивается заданное качество переходных процессов по некоторому принятому критерию.

Качество динамических свойств системы может быть определено либо по принятым интегральным критериям, либо на основании прямых показателей качества: времени переходного процесса  $t_p$  или значения динамической ошибки.



Для построения области работы с заданными динамическими свойствами осуществляется прогон имитационной модели в узлах сетки (аналогично построению ОУР).

Но заданное качество по принятому критерию либо обеспечивается либо нет в узлах сетки.

Отсюда строится область работы с заданным качеством управления.

## 4. Построение функций чувствительности к параметрическим возмущениям

При отработке алгоритмического обеспечения управляющих ЭВМ необходимо сравнивать свойства систем по принятым критериям при наличии параметрических возмущений.

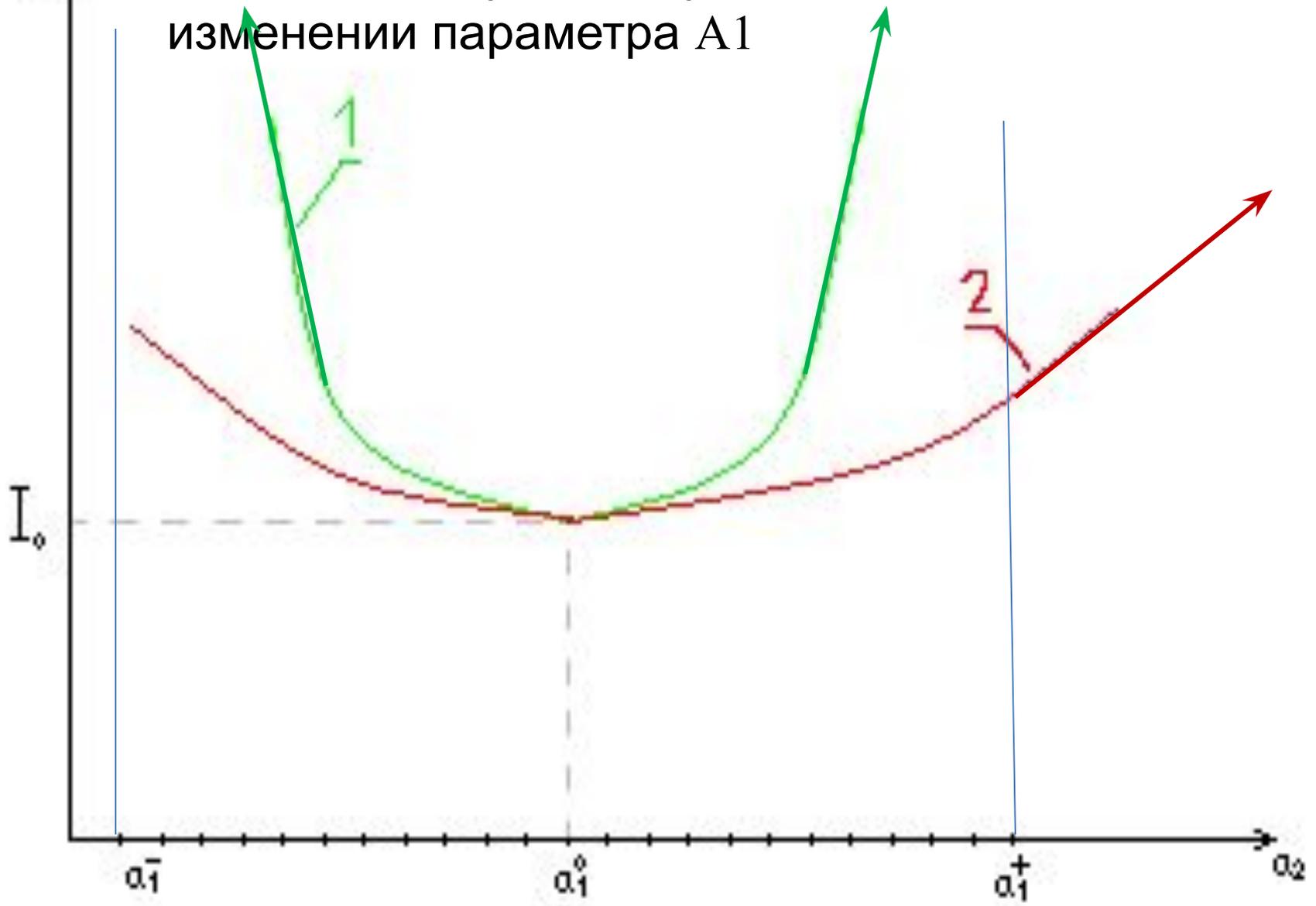
- Пусть свойства системы оцениваются по интегральному квадратичному критерию качества.

Оценим влияние изменения параметра  $a_1$  для двух алгоритмов управления дающих в номинальном режиме одинаковое значение интегрального критерия при номинальных параметрах объекта управления.

$$I = \int_0^{\infty} x_1^2(t) dt$$

КРИТЕРИЙ

Построение функции чувствительности при изменении параметра  $A_1$



- Проанализируем чувствительность алгоритма к изменению параметра  $A1$  .
- Приведённый эксперимент показывает, что при изменении параметра  $A1$  от минимального до максимального значения **алгоритм 2 лучше алгоритма 1.**
- **Оценка функции чувствительности может быть выполнена по любому параметру системы и по любому критерию.**

# ПРИЛОЖЕНИЕ : этапы моделирования

