

Конспект лекций по курсу  
**Лазерные измерительные системы**  
(8 семестр)

Лектор - профессор, доктор физико-математических наук  
**Смирнов Владимир Иванович**

Учебный план

- Лекции – 16 часа.
- Практические занятия – 34 часов
- Лабораторные работы – 16 часов.
- Курсовой проект (56 часов).
- Защита курсового проекта.
- Зачет по лабораторным работам.
- **Экзамен.**

# Содержание

- **Лекция 1.** Характеристика современных ЛИС. Физические основы лазерных измерений. Эффект Доплера в лазерной анемометрии. Основные типы оптических схем ЛДА. (5-40) Функциональная схема и основные элементы ЛДА. Интерференционная модель ЛДА. Пространственные условия согласования оптических волн при фотосмещении. (41-64)
- **Лекция 2.** Акустооптические частотные модуляторы Рамана-Ната. Акустооптические частотные модуляторы Брегга. Модуляторы с дифракционными и поляризационными устройствами. (65-85) Рассеяние света. Рассеяние Рэлея. Рассеяние Рэлея-Ганса. Рассеяние плоской световой волны сферической микрочастицей. Теория Ми. (86-104)
- **Лекция 3.** Рассеяние двух лазерных пучков микрочастицей. Энергетический расчет ЛДА. Применения ЛИС для измерения размеров микрочастиц. (105-131) Пространственное разрешение ЛДА. Многокомпонентные ЛДА. Способы селекции сигналов. (132-159)

- **Лекция 4.** Временная и спектральная структура сигнала ЛДА. Специализированный счетно-импульсный процессор ЛДА. Шумы в ЛИС. Отношение сигнал/шум. (160-192) Основы аппаратного спектрального анализа. Дисперсионные и акустооптические анализаторы спектра. Анализатор спектра последовательного типа с компьютерной поддержкой. (193-214)
- **Лекция 5.** Процессор ЛДА следящего типа. Корреляционные и фотонкорреляционные методы обработки сигналов ЛИС. (215-239) ЛДА со сканируемым интерферометром Фабри-Перо. Использование интерферометра Фабри-Перо для частотной демодуляции. Использование интерферометра Фабри-Перо для визуализации поля скорости. (240-248)
- **Лекция 6.** Анализ обобщенной структурной схемы ЛИС. Классификация погрешностей. Фундаментальная система уравнений измерений. Статистика погрешностей. (249-266) Свойства оценок. Неравенство информации. Минимальная дисперсионная матричная граница оценок параметров сигналов. Примеры анализа свойств оценок на основе неравенства информации. (267-279)

- [Лекция 7.](#) Квантовые флуктуации лазерного излучения. Распределение Пуассона. Статистика лазерного излучения. Формула Манделя. Избыточный шум. Квантовые пределы точности лазерной анемометрии. Квантовые пределы точности лазерной интерферометрии. (280-308)  
Методы получения оценок. Методы МП, МАВ, НК, НК с взвешиванием, НМ. Проверка гипотез. Матрица потерь. Исключение выбросов. Проверка нормальности распределения. Доверительная оценка результата серии однородных измерений. Погрешность косвенных измерений. Метод наименьших квадратов для линейной модели. (309-330)
- [Лекция 8.](#) Анализ погрешностей промышленных лазерных интерферометров. (331-340) Лазерные локаторы и дальномеры. Адаптивные лазерные измерительные системы. (341-263)
- [Литература.](#) (364)

# Характеристика современных ЛИС

- Лазерные измерительные системы (ЛИС) находят широкое применение для решения актуальных научных и технических проблем, включая такие как повышение эффективности энергетического и теплофизического оборудования, совершенствование микроэлектронных технологий, контроль загрязнений окружающей среды.

- Важнейшим достоинством ЛИС является прецизионная точность, обусловленная высокой степенью когерентности и стабильностью параметров лазерных источников излучения.
- Основные преимущества: бесконтактность, дистанционность, высокое временное и пространственное разрешение, автоматизированность.
- Области применения: гидродинамика, теплофизика, энергетика, химическая технология, оптическая и микроэлектронная промышленность и др.

# Физические основы лазерных измерений

- В основе работы ЛИС – решение обратной задачи взаимодействия лазерного излучения с изучаемой физической системой.
- По известным параметрам излучения на входе системы и измеренным параметрам излучения на выходе определяются параметры системы, воздействующей на излучение.

# Простейшая математическая модель лазерного пучка (ЛП)

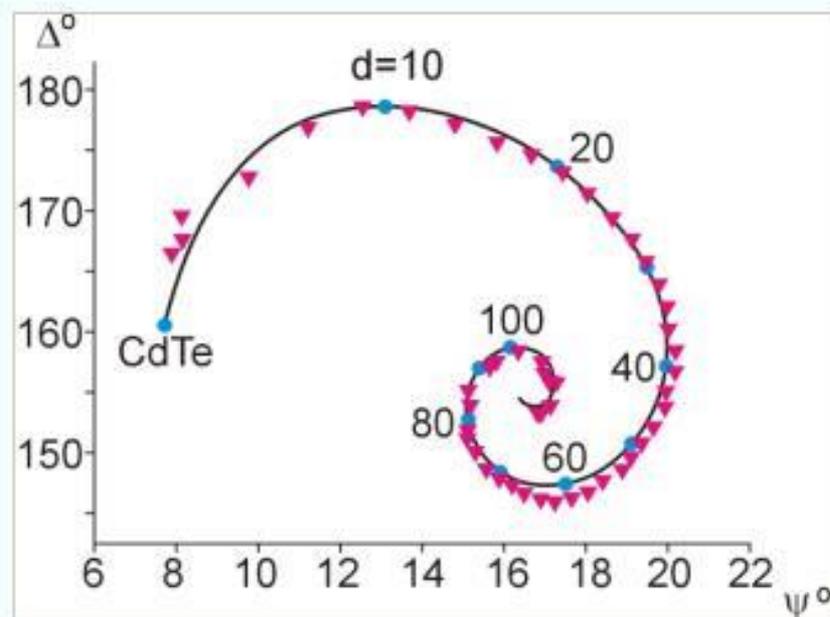
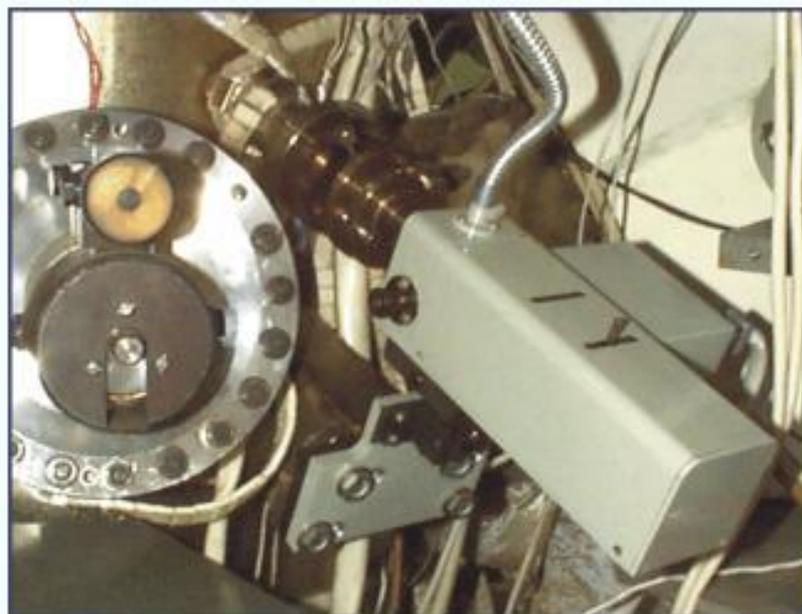
$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z; t) = & \vec{e} A(z) \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right] \times \\ & \times \exp\left[-\frac{(t - t_0)^2}{\tau^2}\right] \exp\{-i[\omega t - kz - \varphi(x, y, z)]\} \end{aligned}$$

- При взаимодействии с физической системой могут меняться следующие характеристики лазерного пучка:
- поляризация,
- амплитуда и связанные с ней интенсивность и мощность,
- поперечные размеры лазерного пучка,
- направление распространения,
- частота,
- фаза,
- время задержки.

# Измерения поляризации

- Изменение состояния поляризации лазерного пучка может быть обусловлено следующими физическими процессами:
- а) преломлением и отражением ЛП на границе раздела двух сред;
- б) распространением пучка в анизотропных средах;
- в) рассеянием света в оптически неоднородной среде.
  
- Наиболее распространенными оптическими методами исследования, в которых информативным параметром служит поляризация, являются методы эллипсометрии и поляриметрии, в частности поляризационно-оптический метод исследования деформаций твердых тел.
- Методы эллипсометрии широко используются в производстве полупроводниковых приборов для определения свойств поверхности, показателя преломления и толщины тонких пленок, нанесенных на образец.

## Быстродействующий лазерный эллипсометр “ПРОФИЛЬ-ИФП”



На графике представлена эллипсометрическая кривая начальной стадии роста пленки CdHgTe полученная на эллипсометре “ПРОФИЛЬ-ИФП”

# Амплитудные измерения

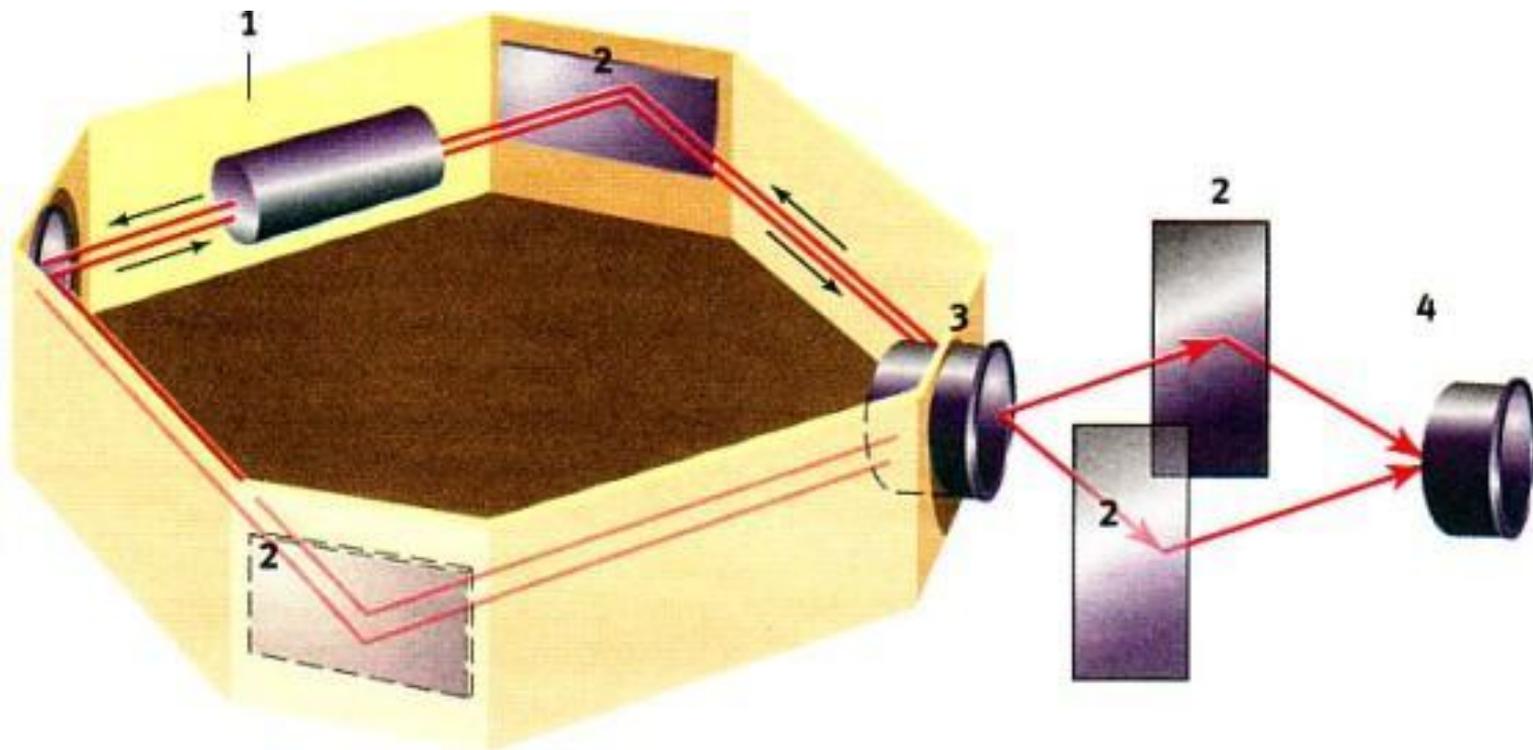
- Изменение амплитуды лазерного пучка и связанной с ней мощности может быть обусловлено:
- а) преломлением и отражением на границе раздела двух сред;
- б) поглощением световой энергии в среде;
- в) перераспределением плотности мощности лазерного пучка за счет интерференции и дифракции;
- г) рассеянием лазерного пучка в среде.
- На практике нашли распространение методы фотометрии и радиометрии, методы скоростного фотографирования, где информативными параметрами являются плотность мощности и мощность лазерного пучка.

# Измерение поперечных размеров пучка

- Изменение размеров пучка может быть обусловлено следующими физическими процессами:
- а) распространением в однородной среде;
- б) распространением в оптически неоднородных средах;
- в) дифракцией на препятствиях различной формы;
- г) самовоздействием за счет нелинейных эффектов (самофокусировкой и самодефокусировкой).
- Известны методы измерения расстояний по измерению размеров ЛП, измерению размеров малых препятствий по дифракции.

# Измерения частоты

- Изменение частоты лазерного пучка может быть обусловлено:
- а) распространением в нестационарных средах;
- б) распространением в движущихся средах (эффекты Доплера, Саньяка).
- На практике широкое распространение получили методы лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) и лазерной гироскопии, которые применяются для измерения линейных и угловых скоростей движения.



1. Рабочая среда лазера
2. Зеркала
3. Полупрозрачное зеркало
4. Интерферометр



Лазерный гироскоп ЛГ-1 Серпуховского завода «Металлист». Три таких устройства, расположенных взаимно перпендикулярно, измеряют угловую скорость по трем осям с погрешностью примерно 0,1 оборота в сутки

Внешний вид 3-компонентного ЛДА с аргоновым лазером  
и с частотным сдвигом, работающего на обратном рассеянии  
(проект фирмы DISA)

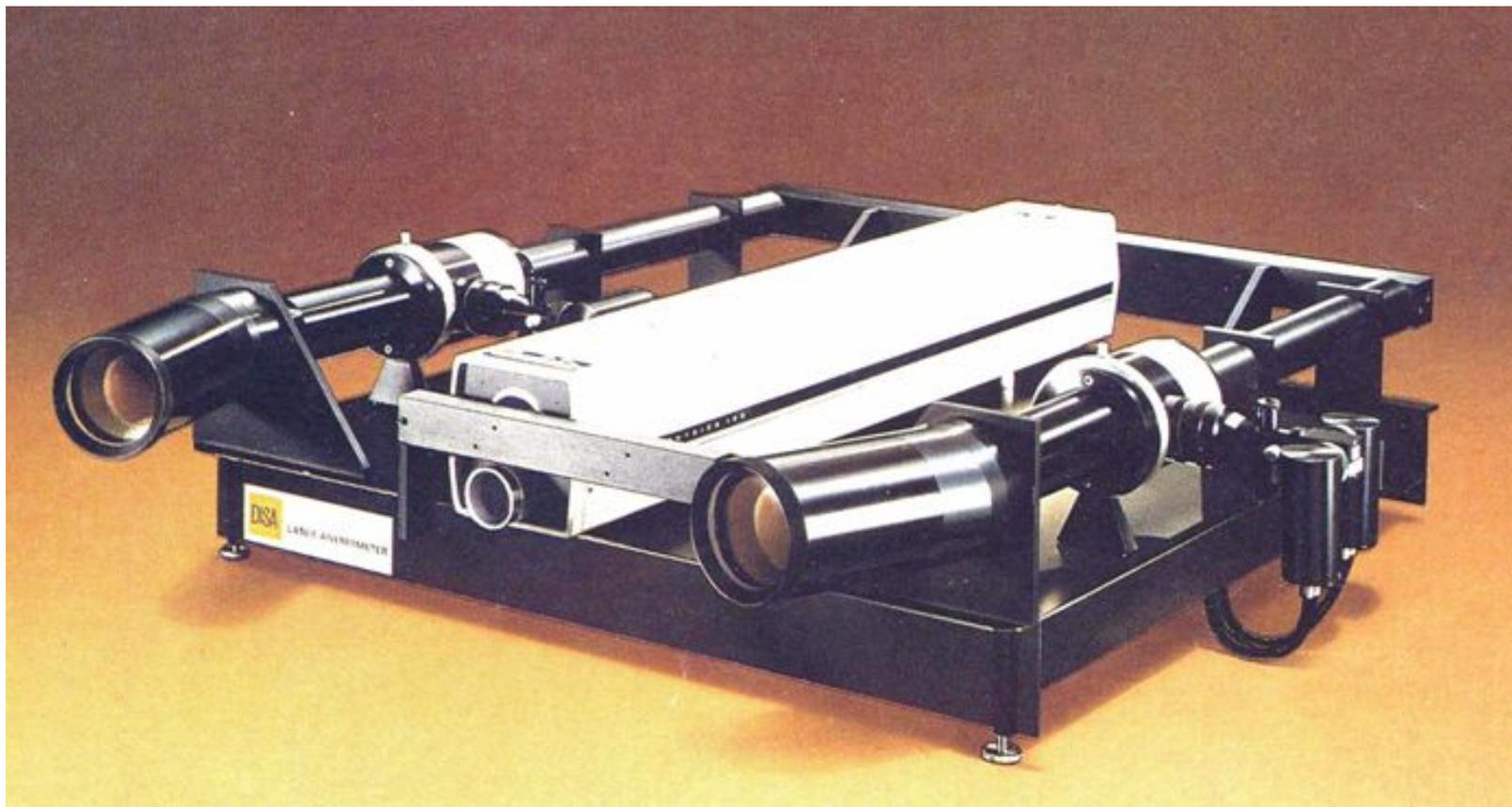
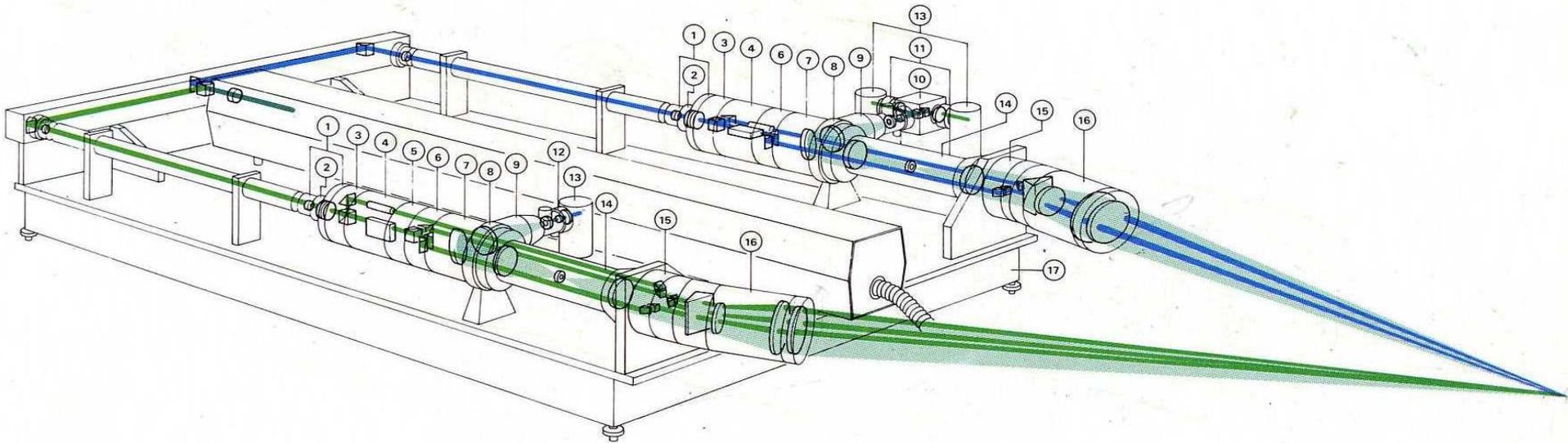


Схема 5-пучкового 3-компонентного ЛДА с аргоновым лазером  
и с частотным сдвигом, работающего на обратном рассеянии  
(проспект фирмы DISA)



- 1 – крышка и ослабитель; 2 – регулировка положения перетяжки; 3 – нейтральный делитель пучков; 4 – блок модулятора Брега; 5 – модифицированный делитель пучков;  
6 – устройство смещения; 7 – приемный блок обратного рассеяния; 8 – держатель;  
9 – блок приемной оптики; 10 – модифицированный поляризационный делитель;  
11 – интерференционный фильтр 514,5 нм; 12 - интерференционный светофильтр 488,0 нм;  
13 – блок фотоумножителя; 14 – диафрагма поля зрения;  
15 – устройство преобразования пучков; 16 – расширитель пучков.

# Рефрактометрия

- Изменение направления распространения лазерного пучка вызывается:
- а) отражением и преломлением на границе раздела двух сред;
- б) распространением в оптически неоднородных средах.
- На практике получили широкое распространение теневые и рефрактометрические методы.
- Теневые методы широко используются в газовой динамике при исследовании обтекания тел различной формы дозвуковым и сверхзвуковым газовым потоком.

**Рефрактометр ИРФ-470**  
Производитель: Казанский  
оптико-механический завод  
(КОМЗ)  
Цена опт.: 4 900 р.  
Цена: 5 200 р.



**Портативный рефрактометр ИРФ-470** предназначен для экспрессного анализа состава и качества пищевых, химических, нефтехимических продуктов, сырья, плодов, ягод, биологических проб, сточных вод, сахаристости свеклы.

Показатель преломления 1,3 - 1,51 %

Диапазон измерений по сахарозе от 0 до 30 %

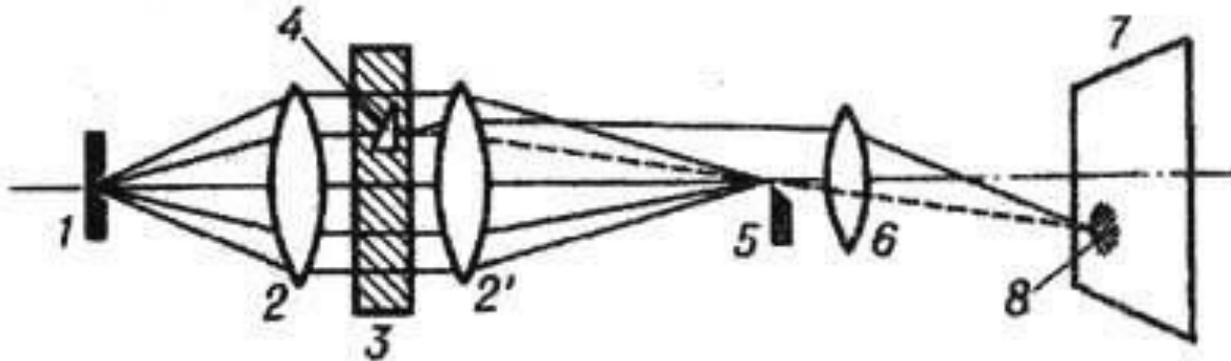
Специальное устройство с нанесенной шкалой и справочным устройством позволяет быстро определить:

- процентное или массовое содержание сахара
- содержание сухих веществ по сахарозе ("Brix")
- концентрацию белка в сыворотке, крови и воде
- содержание алкоголя, солей
- долю сухих веществ в напитках, молоке, вине
- качество меда, масел, лекарств
- спелость плодов, ягод
- сорт жидкого топлива
- чистоту сточных вод

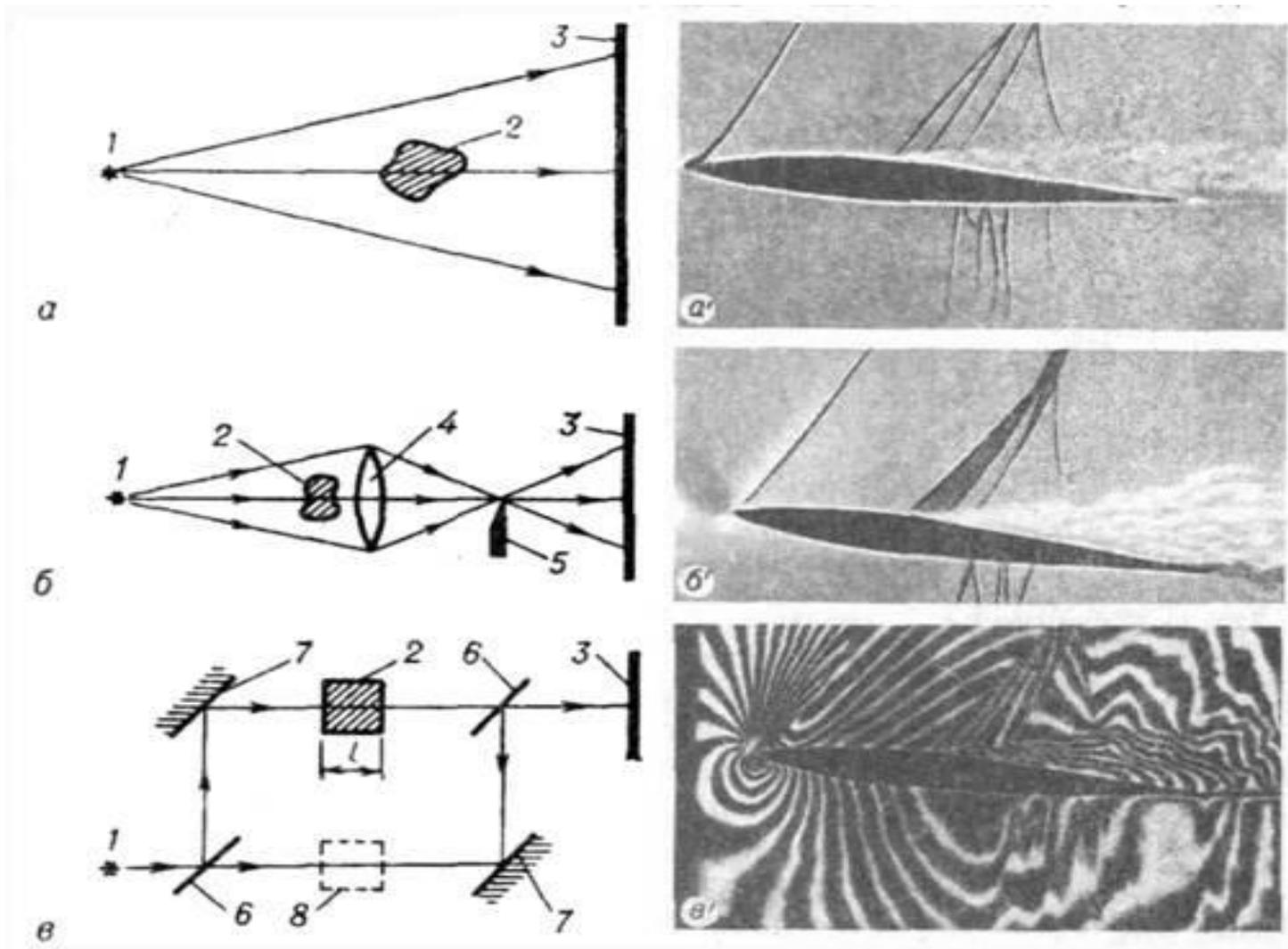
**Рефрактометр** используется на предприятиях пищевой, химической, фармацевтической, нефтехимической промышленности, сельском хозяйстве. Прибор может использоваться в полевых условиях

# ТЕНЕВОЙ МЕТОД

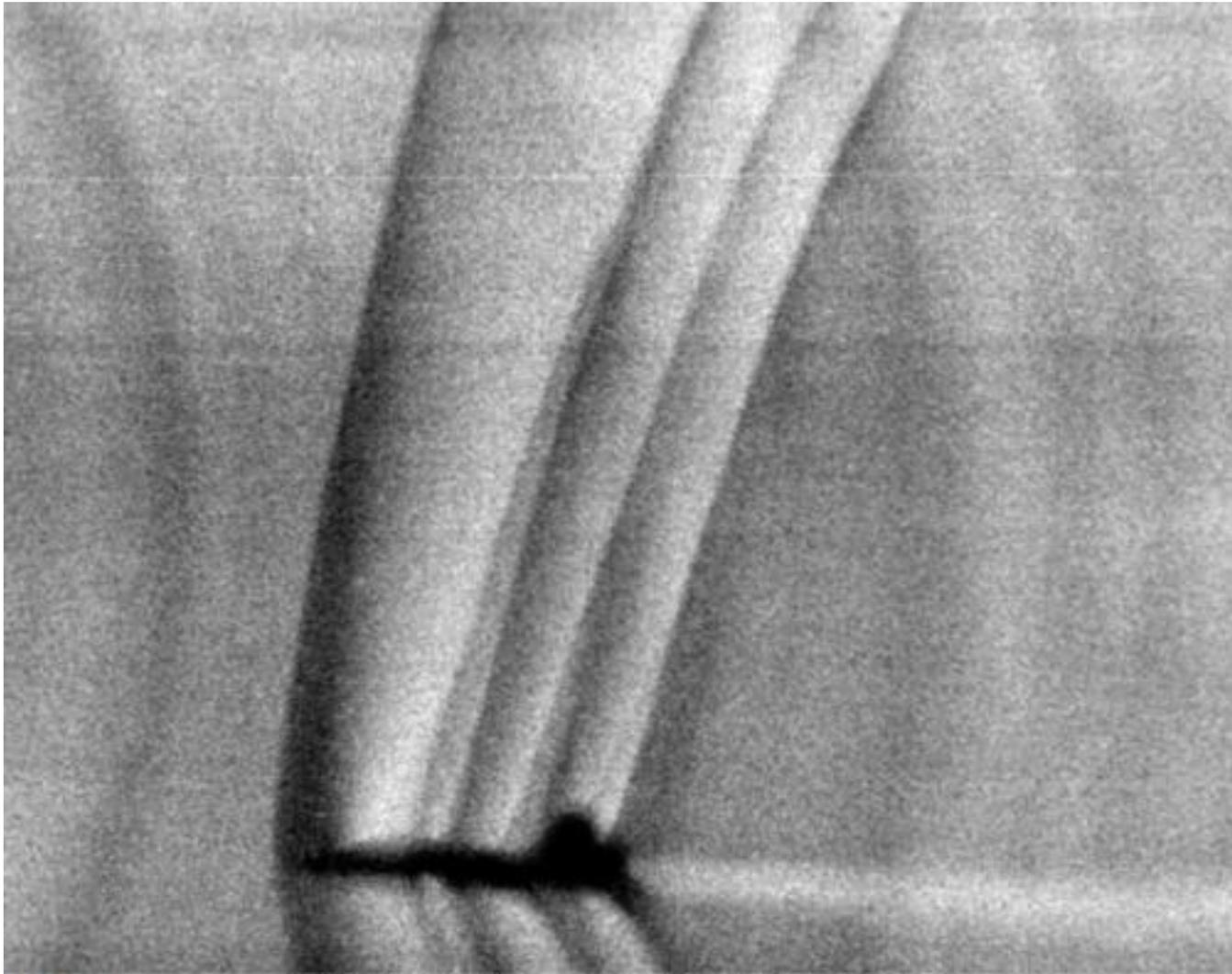
- -метод обнаружения оптич. неоднородностей в прозрачных преломляющих средах и дефектов отражающих поверхностей (напр., зеркал). Впервые предложен в 1857 Л. Фуко (L. Foucault) для отражающих поверхностей. В 1867 А. Теплером (A. Toepier) этот метод был усовершенствован при исследовании прозрачных преломляющих сред. Т. м. наз. также шлирен-методом (от нем. Schliere - оптич. неоднородность, свиль, шлир).
- Т. м. применяют при исследованиях распределения плотности воздушных потоков, образующихся при обтекании моделей в *аэродинамических трубах*, используют для проекции на экран изображений (получаемых в виде оптич. неоднородностей) в *пузырьковых камерах*, в телевиз. системах проекции на большой экран и др.,



- В Т. м. пучок лучей от точечного или щелевого источника света 1 (рис.) линзой или системой линз и зеркал (2-2') направляется через исследуемый объект (3) и фокусируется на непрозрачной преграде (5) с острой кромкой (на т. <math>\leq n. н о ж е Ф у к о</math>), так что изображение источника проецируется на самом краю преграды.
- Если в исследуемом объекте нет оптич. неоднородностей, то все идущие от него лучи задерживаются преградой.
- При наличии оптич. неоднородности (4) лучи будут рассеиваться ею и часть их, отклонившись, пройдёт выше преграды.
- Поставив за ней проекционный объектив (6) или окуляр, можно на экране (7) получить изображение неоднородностей (8) или наблюдать их визуально.



- фотография обтекания крыла самолета: а - теневой метод; б - метод Теплера; в - интерференционный метод с использованием интерферометра Маха - Цендера; 1 - источник света, 2 - исследуемая область течения; 3 - экран; 4 - линза, 5 - нож Фуко; 6 - полупрозрачные зеркала, 7 - непрозрачные зеркала; 8 - компенсатор.



NASA Dryden Flight Research Center Photo Collection

<http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/photo/index.html>

NASA Photo: EC94-42528-1 Date: December 13, 1993 Photo by: Dr. Leonard Weinstein

Schlieren photograph of T-38 shock waves at Mach 1.1, 13,000 feet

# Измерения фазы

- Изменение фазы лазерного пучка может быть обусловлено следующими физическими процессами:
- а) изменением показателя преломления среды, через которую распространяется пучок;
- б) изменением геометрического пути распространения лазерного пучка.
- Изменение показателя преломления может быть вызвано изменением температуры, давления, плотности, химического состава, движением среды (эффект Физо).
- На практике широкое распространение получили различные интерференционные методы, в том числе и голографические.

# Лазерный интерферометр ЛабоИнтерфер-1



Компактный лазерный интерферометр – это современный высокоточный оптический метрологический инструмент. Он предназначен для оценки и измерения параметров отклонения формы плоских и сферических поверхностей оптических деталей (небольшого диаметра).

Его преимущества: портативность и виброустойчивость.

Прибор может быть оснащён системами регистрации и отображения информации различных конфигураций, оригинальным программным обеспечением (по согласованию с заказчиком).

Интерферометр может использоваться в метрологических отделах, лабораториях и оптических производствах, а также в учебных, научных и исследовательских целях.

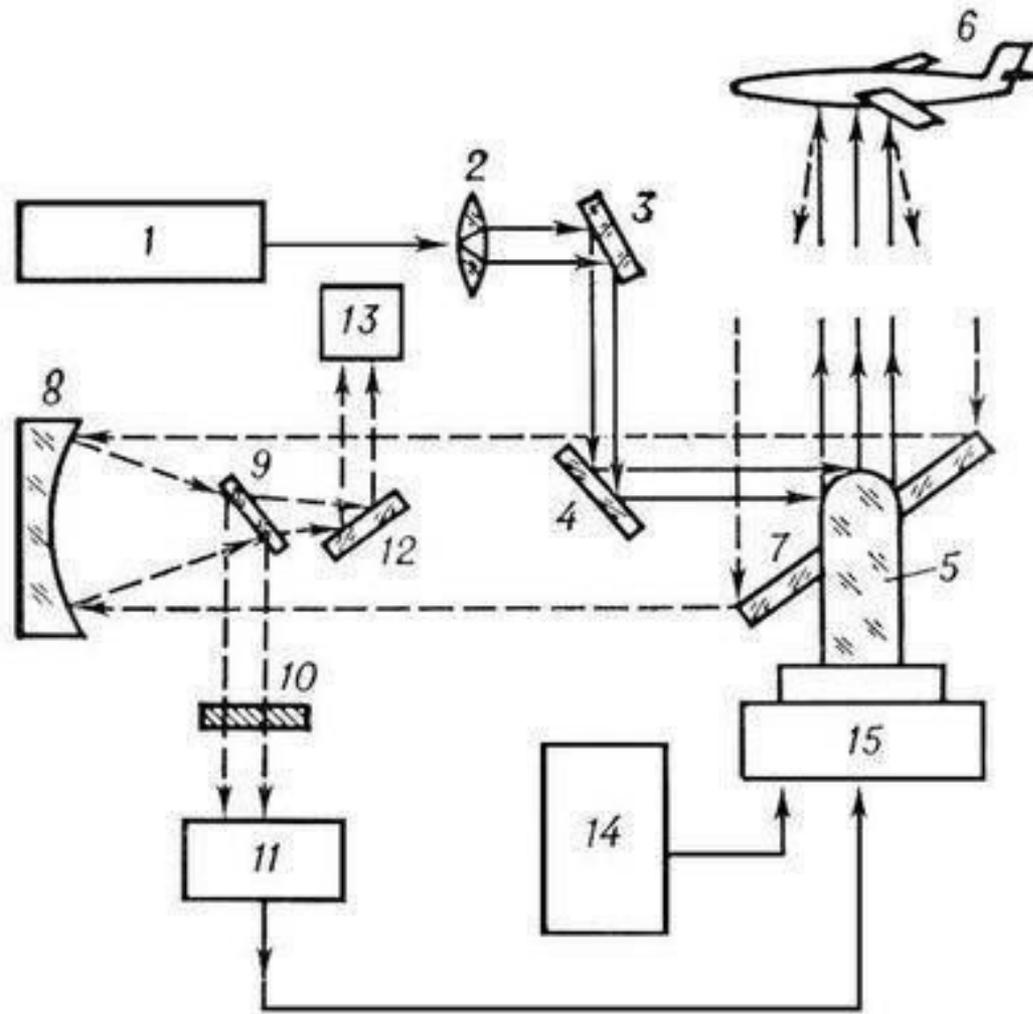
Отличительные особенности:

- высокая точность измерений
- простота в эксплуатации
- широкая гамма проекционных насадок (объективов)
- наличие анти вибрационной платформы
- небольшие линейные размеры

# Локация и дальнометрия

- Изменение времени задержки лазерного импульса может быть обусловлено изменением оптического пути его распространения.
- На практике нашли широкое распространение методы лазерной локации и дальнометрии.

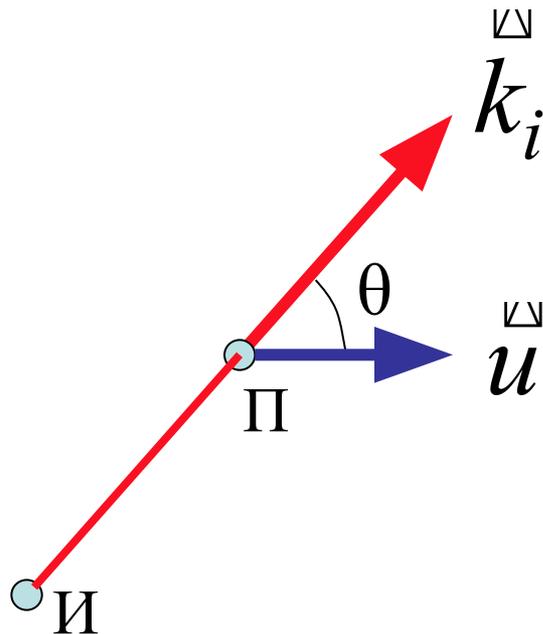
# Схема и принцип действия одного из типов оптического локатора для слежения за авиационными и космическими объектами



# Эффект Доплера в оптике

- Эффект изменения частоты электромагнитной волны, регистрируемой приемником, при движении источника и приемника относительно друг друга.
- Особую известность эффект Доплера получил в связи с открытием космологического красного смещения (эффект Хаббла). Оно свидетельствует о расширении Вселенной.

Используя преобразования Лоренца, можно получить:



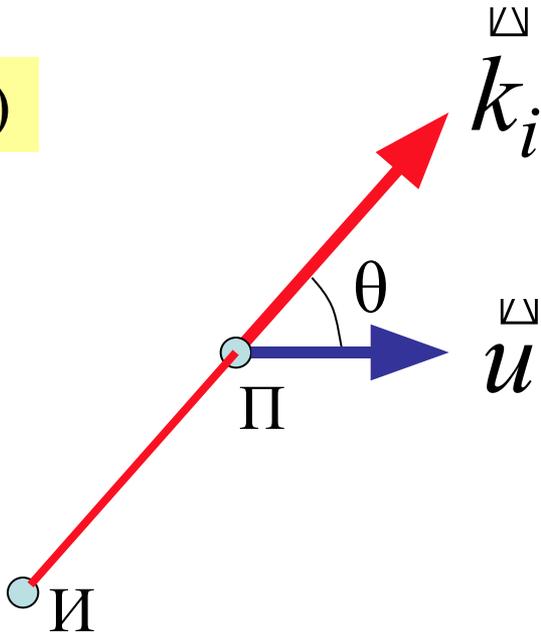
$$\omega = \frac{\omega_0 \sqrt{1 - u^2 / c^2}}{1 + (u/c) \cos \theta}$$

$$u \ll c \Rightarrow$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} u \cos \theta$$

$$\omega = \omega_0 - k_i u$$

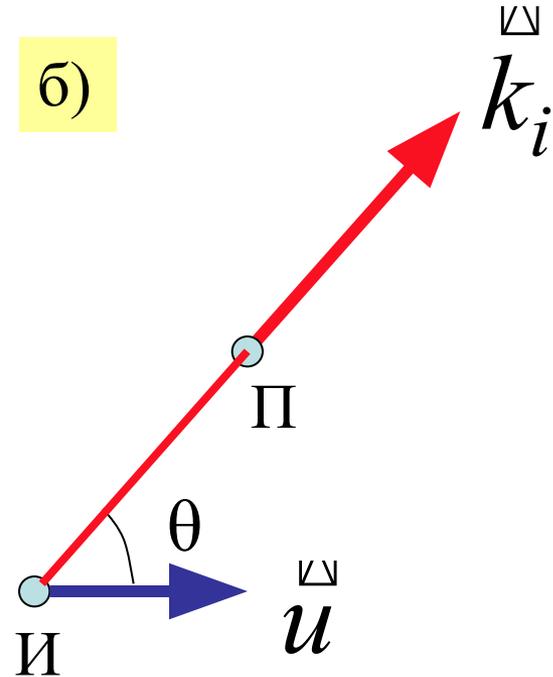
a)



$$\omega = \omega_i - k_i u$$

Источник и приемник  
удаляются друг от друга

б)



$$\omega = \omega_i + k_i u$$

Источник и приемник  
сближаются



## ДОПЛЕР Христиан (30. XI 1803-17.III 1853)

австрийский физик, математик и астроном, член Австрийской АН  
Родился в Зальцбурге.

### Х. ДОПЛЕР

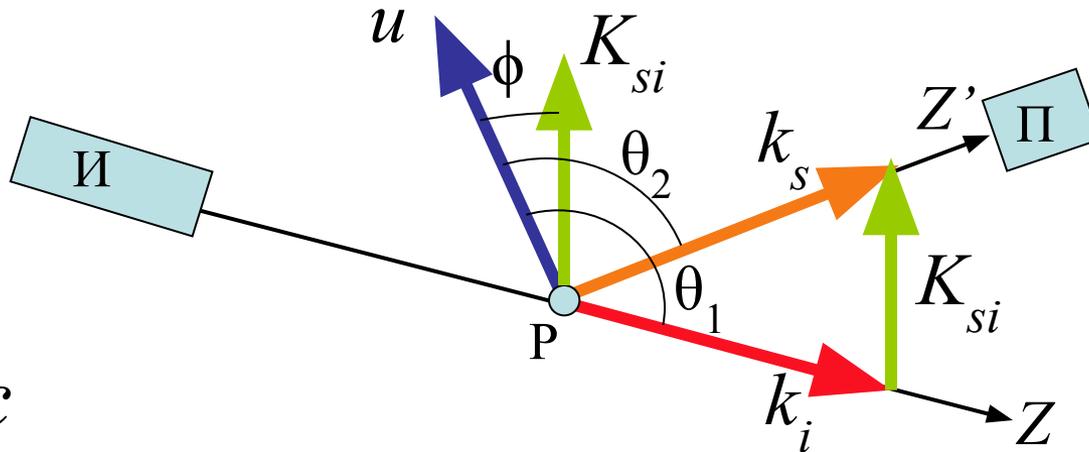
- Профессор Венского университета и директор первого в мире Физического института, организованного по его инициативе.
- Физические работы в области оптики и акустики.
- В 1842 теоретически обосновал зависимость частоты звуковых и световых колебаний, воспринимаемой наблюдателем, от скорости движения наблюдателя и источника колебаний (эффект Доплера).
- Исследования посвящены также абберации света, теории микроскопа, теории цветов.

# Лазерная доплеровская анемометрия (ЛДА)

- - направление современной прикладной оптики, связанное с разработкой когерентно-оптических методов измерения скорости движения жидкостей, газов и твердых тел.
- Эти методы основаны на регистрации доплеровского сдвига частоты в свете, рассеянном исследуемой средой.
- Наряду с термином ЛДА (LDA) в научной литературе используется и другая терминология: ОДИС, ЛДИС (LDV).
- Термин «анемометрия» образован от греческих слов: anemos – ветер и metreo – измеряю.

# Эффект Доплера в лазерной анемометрии

- Особенность в том, что источник и приемник неподвижны, а движется оптическая неоднородность среды, рассеивающая излучение по всем направлениям.



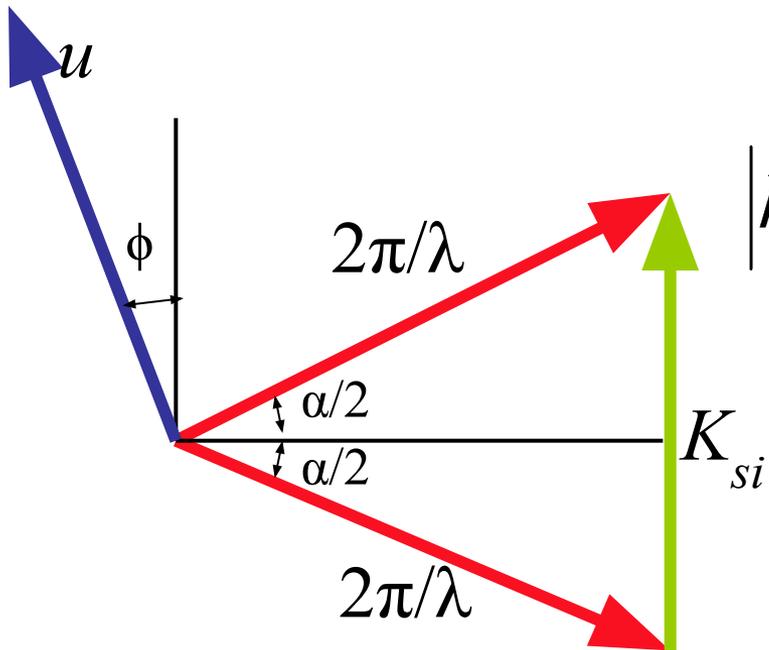
$$u \ll c$$

$$\omega' = \omega_i - \frac{\omega_i}{c} u \cos \theta_1 = \omega_i - k_i u \quad (1)$$

$$\omega_s = \omega' + \frac{\omega'}{c} u \cos \theta_2 = \omega' + \frac{\omega_s}{c} u \cos \theta_2 = \omega' + k_s u \quad (2)$$

$$\omega_D = \omega_s - \omega_i = \vec{k}_s \cdot \vec{u} - \vec{k}_i \cdot \vec{u} = (\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{u}; \quad (3)$$

$$u \ll c \Rightarrow$$



$$|\vec{k}_s| = |\vec{k}'| = |\vec{k}_i| = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda = \lambda_i; \quad (4)$$

$$(\vec{k}_s - \vec{k}_i) = \vec{K}_{si}; \quad (5)$$

$$\omega_D = \vec{K}_{si} \cdot \vec{u} \quad (6)$$

$$|\vec{K}_{si}| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right); \quad (7)$$

$$\omega_D = \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) u \cos \phi \quad (8)$$

$$v_D = \frac{\omega_D}{2\pi} = \frac{2}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) u \cos \varphi; \quad (9)$$

$$v_D = \frac{u_K}{\Lambda} \quad (10)$$

$u_K$  – проекция скорости на разностный волновой вектор  $\mathbf{K}_{si}$ ;  
 $\Lambda$  – период виртуальной ИК при интерференции двух плоских волн с волновыми векторами  $\mathbf{k}_s$  и  $\mathbf{k}_i$ .

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha/2)} = \frac{2\pi}{K_{si}}; \quad (11)$$

$$u_K = u \cos \varphi; \quad (12)$$

$$v_{D \max} = \frac{2u_K}{\lambda} \text{ при } \alpha = \pi, \quad \overset{\boxtimes}{k_s} = -\overset{\boxtimes}{k_i}, \quad \Lambda = \frac{\lambda}{2} \quad (13)$$

$$v_{D \min} = 0 \text{ при } \alpha = 0, \quad \overset{\boxtimes}{k_s} = \overset{\boxtimes}{k_i}, \quad \Lambda = \infty \quad (14)$$

Параметр	Тип лазера					
	He—Cd	Ar <sup>++</sup>	Ar <sup>++</sup>	He—Ne	He—Ne	CO <sub>2</sub>
$\lambda$ , мкм	0,4416	0,4880	0,5145	0,6328	3,39	10,60
$\nu_0 \cdot 10^{-14}$ , Гц	6,789	6,143	5,827	4,738	0,884	0,283
$v_{D \max}$ , МГц	4,526	4,096	3,885	3,158	0,590	0,189

$$u = 1 \text{ м/с}$$

# Методы регистрации доплеровского сдвига частоты

- Прямой **оптический спектральный анализ** имеет ограниченную область применения в связи с относительно малыми сдвигами частоты. Разрешающая способность оптических спектральных приборов не превышает  $10^6$ - $10^7$ .
- Основным, используемым на практике методом, является **метод фотосмещения**.
- При фотосмещении на фотоприемник направляются две волны и выделяется составляющая фототока на разностной частоте.
- В зависимости от того, какие волны направляются на фотоприемник, различают три типа оптических схем ЛДА: схема с опорным пучком, дифференциальная и обратная дифференциальная схемы.

# Принцип фотосмещения

$$E_1 = A_1 \sin(\omega_1 t)$$

$$E_2 = A_2 \sin(\omega_2 t)$$

$$\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1| \ll \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} = \omega_0$$

$$E = E_1 + E_2 = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t)$$

$$\frac{2\pi}{\omega_0} \ll T \ll \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}$$

$$i(t) = B \langle E^2 \rangle_T = B \langle E_1^2 \rangle_T + B \langle E_2^2 \rangle_T + 2B \langle E_1 E_2 \rangle_T$$

$$\sin(\omega_1 t)\sin(\omega_2 t) = \frac{1}{2}[\cos(\Delta\omega) - \cos(2\omega_0 t)]$$

$$i(t) = BA_1^2 \langle \sin^2(\omega_1 t) \rangle_T + BA_2^2 \langle \sin^2(\omega_2 t) \rangle_T + \\ + BA_1 A_2 \langle \cos(\Delta\omega t) \rangle_T - BA_1 A_2 \langle \cos(2\omega_0 t) \rangle_T$$

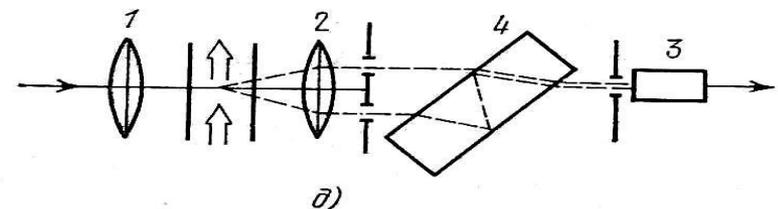
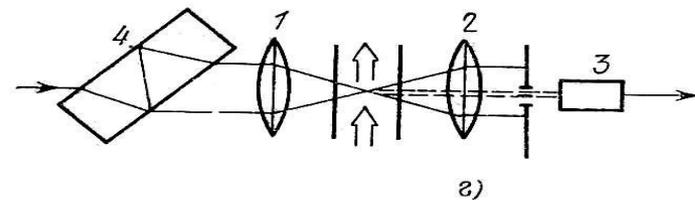
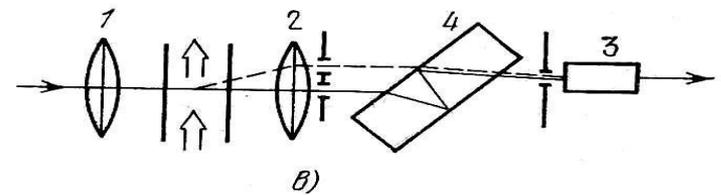
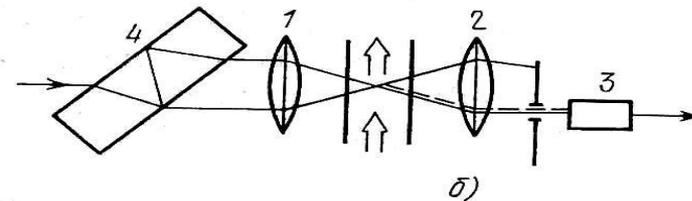
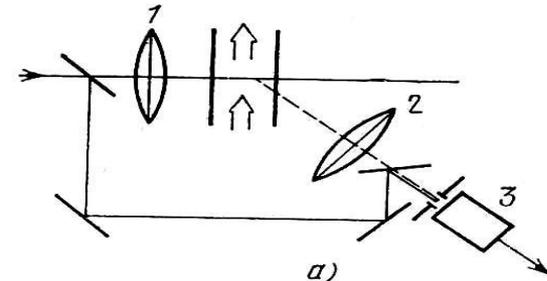
$$i(t) = \frac{B}{2}(A_1^2 + A_2^2) + BA_1 A_2 \cos[(\omega_2 - \omega_1)t]$$

# Основные типы оптических схем ЛДА

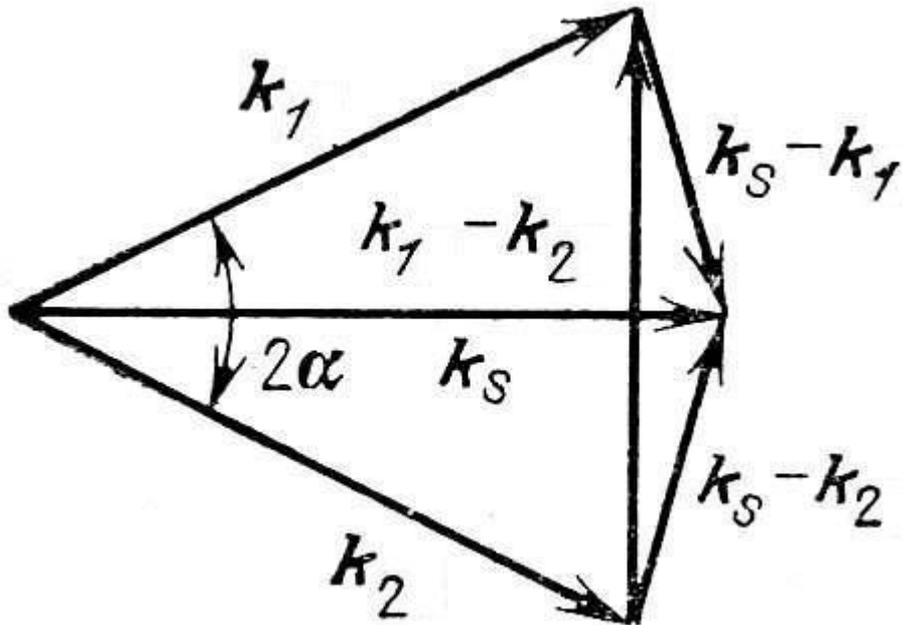
- Простейшие реализации основных оптических схем ЛДА:

- а)-в) с опорным пучком,
- г) дифференциальная,
- д) инверсно-дифференциальная.

- 1,2 – объективы,
- 3 – фотоприемник,
- 4 – плоскопараллельная пластина.



# Геометрия волновых векторов в дифференциальной схеме ЛДА



$$\omega_{D1} = (\vec{k}_s - \vec{k}_1)u$$

$$\omega_{D2} = (\vec{k}_s - \vec{k}_2)u$$

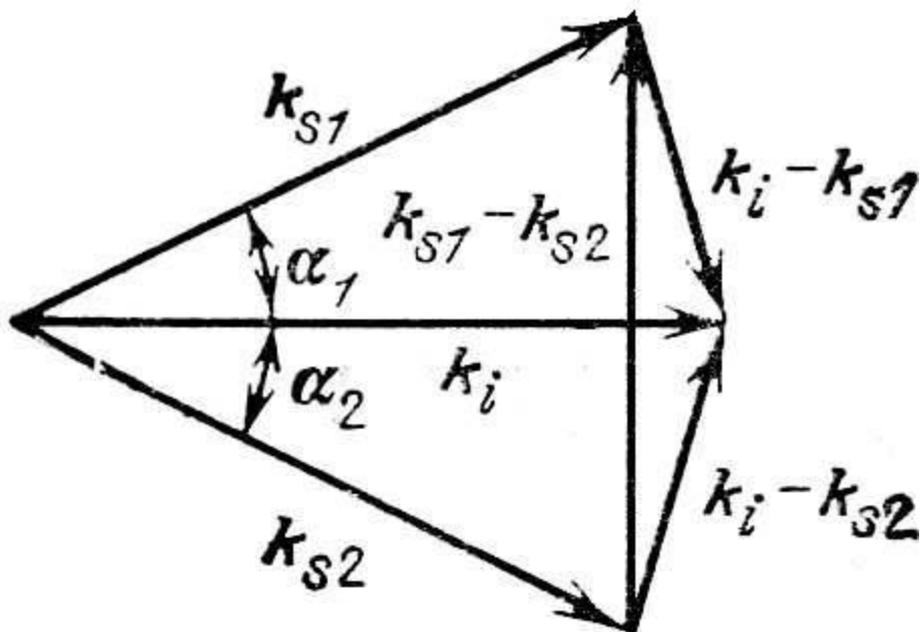
$$\omega_{sg} = \Delta\omega_D = |\omega_{D2} - \omega_{D1}|$$

$$\omega_{sg} = Ku$$

$$K = k_1 - k_2$$

Частота сигнала не зависит от направления наблюдения. Можно собирать рассеянное излучение в большом телесном угле, не вызывая дополнительного уширения спектра сигнала.

# Геометрия волновых векторов в инверсной дифференциальной схеме ЛДА



$$\omega_{D1} = (\vec{k}_{s1} - \vec{k}_i)u$$

$$\omega_{D2} = (\vec{k}_{s2} - \vec{k}_i)u$$

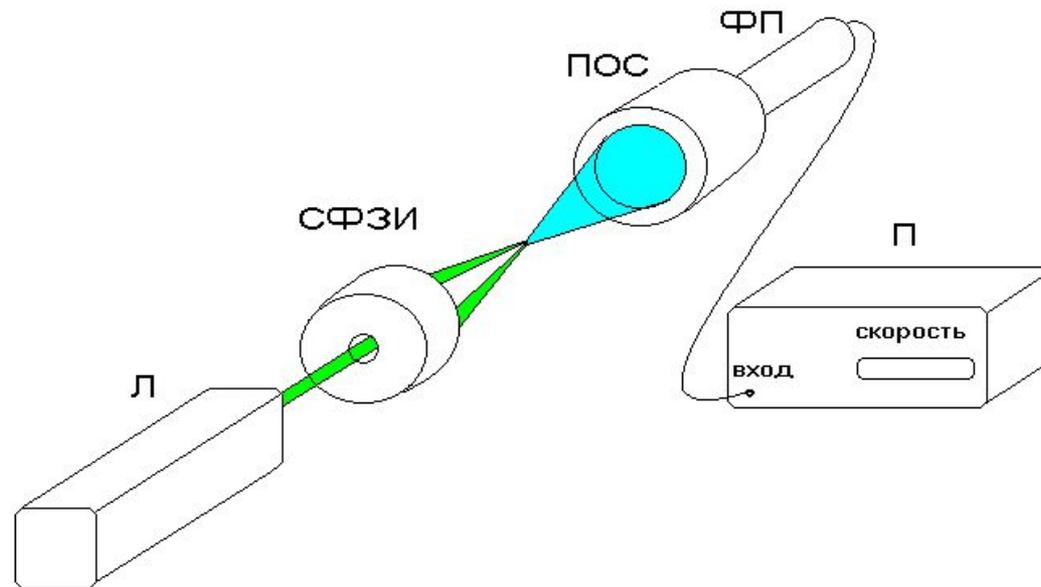
$$\omega_{sg} = \Delta\omega_D = |\omega_{D2} - \omega_{D1}|$$

$$\omega_{sg} = Ku$$

$$K = \vec{k}_{s1} - \vec{k}_{s2}$$

Частота сигнала не зависит от направления зондирующего пучка.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ЛДА



- Лазерный доплеровский анемометр (ЛДА) состоит из следующих основных элементов:
- источника излучения - лазера (Л),
- системы формирования зондирующего излучения (СФЗИ),
- приемной оптической системы (ПОС), фотоприемника (ФП),
- электронной системы обработки сигнала - процессора ЛДА (П).

# Требования к лазерам

- В ЛДА используются в основном газовые лазеры непрерывного действия, обладающие высокой пространственной и временной когерентностью и имеющие наиболее стабильные характеристики.
- При хорошем рассеянии можно использовать относительно дешевые гелий-неоновые лазеры с излучением красного цвета мощностью 5 -50 мВт.
- Если рассеяние слабое, то необходимы аргоновые лазеры с излучением зеленого и синего цвета, мощностью в несколько ватт.
- В последние годы широко используются полупроводниковые лазеры, имеющие малые габариты, низковольтные блоки питания. Их недостатками является малая длина когерентности, невысокая стабильность и малый срок эксплуатации из-за деградации активной среды. Как следствие, полупроводниковые лазеры не могут использоваться для прецизионных измерений.

# Требования к СФЗИ

- СФЗИ предназначена для формирования зондирующих пучков, пересекающихся под определенными углами в точке измерения и имеющих заданные размеры, форму пространственного распределения поля, поляризацию и частотные сдвиги относительно исходного излучения.
- Для измерения одной компоненты вектора скорости СФЗИ формирует два лазерных пучка.
- Для измерения двух и трех компонент необходимы многопучковые схемы ЛДА.
- СФЗИ может содержать однополосные модуляторы, вращатели поляризации, интерференционные фильтры и другие оптические элементы.

# Требования к ПОС

- Приемная оптическая система (ПОС), как правило, содержит высококачественный объектив, собирающий рассеянное из области измерений излучение и направляющий это излучение на фотоприемник.
- В схеме прямого рассеяния ПОС располагается вдоль биссектрисы угла пересечения пучков (оси СФЗИ) вперед по ходу лучей.
- Если приемная система расположена вдоль биссектрисы, но в направлении назад относительно падающих лучей, схема называется схемой обратного рассеяния.
- В ЛДА с обратным рассеянием СФЗИ и ПОС обычно удается совместить в едином приемно-передающем блоке. При этом некоторые оптические элементы выполняют двойные функции. Так, фокусирующая линза СФЗИ используется для приема рассеянного излучения.
- Существуют и другие варианты схем, в которых рассеянное излучение собирается под некоторым углом к оси СФЗИ, - схемы внеосевого прямого и обратного рассеяния.
- В последние годы в СФЗИ и ПОС ЛДА все чаще используются световолоконные элементы и световодные кабели для гибкого соединения легких оптических головок с источником и приемником излучения, что позволяет проще решать проблему сканирования точки измерения по потоку.

# Требования к рассеивающим частицам

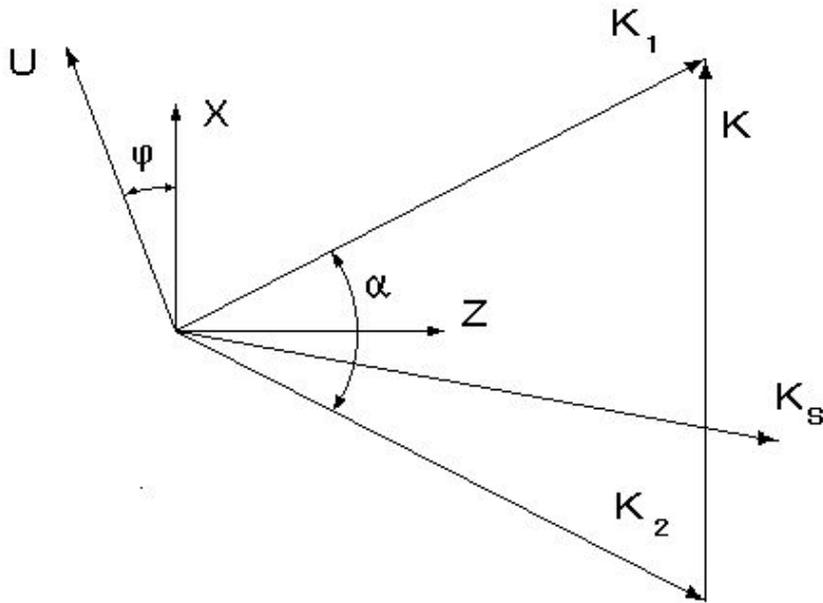
- Рассеяние лазерного излучения происходит на дискретных неоднородностях потока - микрочастицах, естественным образом присутствующих в потоке в виде инородных включений, либо специально введенных в поток. Рассеяние на этих частицах для большинства приложений ЛДА значительно превышает рассеяние на флуктуациях показателя преломления среды потока.
- Метрологические характеристики ЛДА существенно зависят от оптических и гидродинамических параметров рассеивателей. Поскольку параметры естественных неоднородностей трудно поддаются контролю, целесообразно, когда это возможно, очищать поток и вводить в него специально подобранные частицы, например, с помощью генератора частиц.
- Однако в двухфазном потоке, содержащем, например, капли воды в воздушной струе или пузырьки воздуха в воде, рассеивающие частицы - неотъемлемая часть потока. Эти частицы могут иметь разную форму и размеры.

# Требования к ФП и процессору сигнала

- В качестве фотоприемника в ЛДА применяется ФЭУ, редко - фотодиод, если мощность оптического сигнала достаточно большая. Основное требование к фотоприемнику - высокая чувствительность на рабочей длине волны и быстроедействие.
- Электронная система обработки сигнала (или процессор) ЛДА предназначена для получения оценок скорости и параметров турбулентности потока в точке измерений на основании анализа флуктуации фототока, возникающих в результате детектирования рассеянного излучения.

# Интерференционная модель работы ЛДА

Выполним сначала расчет сигнальной частоты по эффекту Доплера с учетом начального сдвига частот зондирующих пучков



$$\Omega_{sg} = |\omega_{s1} - \omega_{s2}|$$

$$\omega_{D1} = \omega_{s1} - \omega_1 = (\vec{k}_s - \vec{k}_1)u$$

$$\omega_{D2} = \omega_{s2} - \omega_2 = (\vec{k}_s - \vec{k}_2)u$$

$$\Omega_{sg} = |\Omega_{12} - Ku|$$

$$\Omega_{12} = |\omega_1 - \omega_2|$$

$$K = |k_1 - k_2|$$

- Из полученных формул следует, что частота сигнала не зависит от направления наблюдения и определяется составляющей скорости вдоль разностного вектора  $\mathbf{K}$ , поэтому  $\mathbf{K}$  называют вектором чувствительности ЛДА.
- Для определенности дальнейшего частотного анализа сигналов будем считать, что  $\omega_1 > \omega_2$ . Это означает, что индексом 1 отмечается тот из пучков, частота которого больше.
- Начальный частотный сдвиг создается в ЛДА с помощью однополосных модуляторов с частотами модуляции до нескольких десятков МГц. Разность оптических частот по крайней мере на 5-6 порядков меньше  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Направляем ось  $X$  вдоль вектора  $\mathbf{K}$ :

$$\Omega_{sg} = \left| \Omega_{12} - Ku \right|$$

$\Rightarrow$

$$f_{sg} = \left| f_{12} - \frac{u_x}{\Lambda} \right|$$

$$f_{sg} = \frac{\Omega_{sg}}{2\pi} \quad f_{12} = \frac{\Omega_{12}}{2\pi}$$

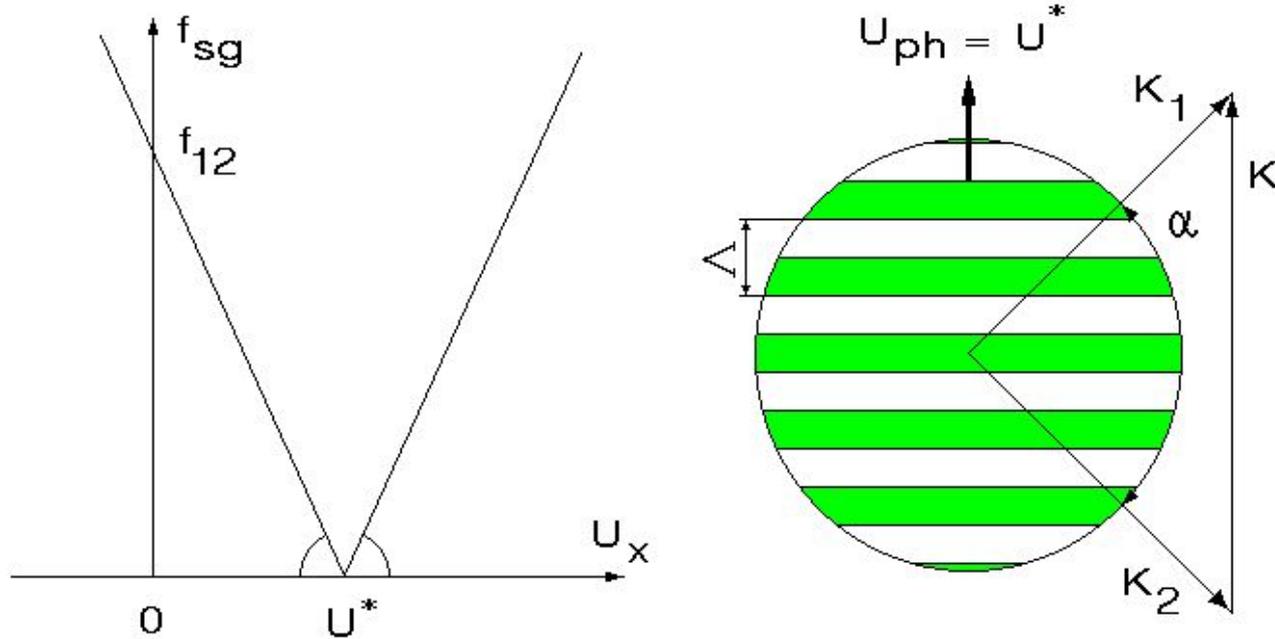
$$u_x = u_K = u \cos(\hat{u}, K)$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha / 2)}$$

$u_x$  – проекция вектора скорости на вектор чувствительности ЛДА;

$\Lambda$  – период интерференционной картины в области пересечения зондирующих пучков.

# Интерференционная модель работы ЛДА



- При интерференции волн с различными частотами образуется нестационарная интерференционная картина с пространственным периодом  $\Lambda$  .
- Интерференционные полосы движутся вдоль  $X$  с фазовой скоростью  $u^* = \Omega_{12} / K$  .
- При движении рассеивающей частицы через такую интерференционную решетку в результате пересечения темных и светлых полос происходит модуляция рассеянной мощности, частота которой определяется скоростью движения частицы относительно решетки.
- Интерференционный подход дает объяснения всех особенностей графика зависимости  $f_{sg}(u_x)$ .

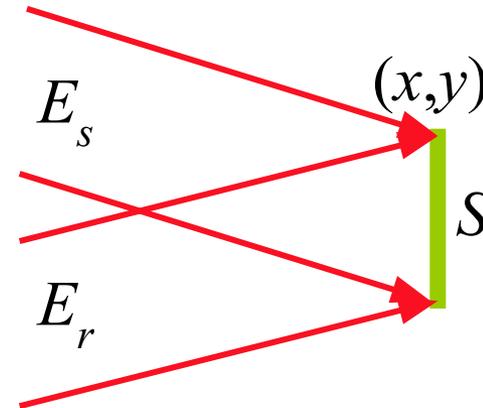
# ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ:

- ЛДА, использующий лазерные пучки с одинаковой частотой излучения, не позволяет определять знак проекции вектора скорости.
- Создание частотного сдвига зондирующих пучков во многих случаях позволяет исключить такую неопределенность знака.
- Период ИК задает масштабный коэффициент перехода от частоты к скорости в ЛДА.
- Период ИК , выраженный в мкм, численно дает величину изменения скорости в м/с при изменении частоты сигнала на 1 МГц.

$$\Lambda = \frac{|\Delta u_x|}{|\Delta f_{sg}|}$$

# Пространственные условия согласования оптических волн при фотосмещении

- Анализируем случай фотосмещения линейно поляризованных когерентных волн (сигнальной и опорной).



$$\vec{E}_s(x, y; t) = \vec{e}_s A_s(x, y) \exp\{-i[\omega_s t - \varphi_s(x, y)]\}$$

$$\vec{E}_r(x, y; t) = \vec{e}_r A_r(x, y) \exp\{-i[\omega_r t - \varphi_r(x, y)]\}$$

$$|\omega_r - \omega_s| \ll \frac{\omega_r + \omega_s}{2}$$

Суммарное поле на светочувствительной поверхности фотоприемника

$$\vec{E}(x, y; t) = \vec{E}_s(x, y; t) + \vec{E}_r(x, y; t)$$

$$\vec{E}\vec{E}^* = (\vec{E}_s + \vec{E}_r)(\vec{E}_s^* + \vec{E}_r^*) = \vec{E}_s\vec{E}_s^* + \vec{E}_r\vec{E}_r^* + \vec{E}_s\vec{E}_r^* + \vec{E}_s^*\vec{E}_r$$

Фототок фотоприемника

$$i = \frac{\eta e}{h\nu} M \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} \iint_S \vec{E}(x, y; t) \vec{E}^*(x, y; t) dx dy$$

$$i = i_s + i_r + i_{rs} \exp(i\Omega_{rs}t) + i_{rs}^* \exp(-i\Omega_{rs}t)$$

$$\Omega_{rs} = |\omega_r - \omega_s|$$

## Составляющие фототока при фотосмещении

$$B = \frac{\eta e}{h\nu} M \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \quad - \text{коэффициент преобразования}$$

$$i_s = B \iint_S A_s^2(x, y) dx dy \quad - \text{фототок от сигнальной волны}$$

$$i_r = B \iint_S A_r^2(x, y) dx dy \quad - \text{фототок от опорной волны}$$

Интерференционная компонента фототока:

$$i_{rs} = B \iint_S A_s(x, y) A_r(x, y) e_s^{\boxtimes} e_r^{\boxtimes} \exp\{i[\varphi_s(x, y) - \varphi_r(x, y)]\} dx dy$$

# Эффективность фотосмещения

$$|\kappa| = \frac{|i_{rs}|}{\sqrt{i_s i_r}}$$

$$\kappa = \frac{\iint_S e_s^{\otimes} e_r^{\otimes} A_s(x, y) A_r(x, y) \exp\{i[\varphi_s(x, y) - \varphi_r(x, y)]\} dx dy}{\left[ \iint_S A_s^2(x, y) dx dy \iint_S A_r^2(x, y) dx dy \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\kappa = |\kappa| \exp(i\varphi_\kappa)$$

$$\varphi_\kappa = \arg(\kappa) = \arg(i_{rs})$$

$$i = i_s + i_r + |i_{rs}| \exp[i(\Omega_{rs}t + \varphi_{\kappa})] + |i_{rs}^*| \exp[-i(\Omega_{rs}t + \varphi_{\kappa})]$$

$$|i_{rs}| = |i_{rs}^*| = \sqrt{i_s i_r} |\kappa|$$

$$\exp[i(\Omega_{rs}t + \varphi_{\kappa})] + \exp[-i(\Omega_{rs}t + \varphi_{\kappa})] = 2 \cos(\Omega_{rs}t + \varphi_{\kappa})$$

Основное уравнение фотосмещения когерентных волн

$$i = i_s + i_r + 2\sqrt{i_s i_r} |\kappa| \cos(\Omega_{rs}t + \varphi_{\kappa})$$

$|\kappa|$  - эффективность фотосмещения

$$0 \leq |\kappa| \leq 1$$

# Поляризаационное согласование

$$A_s(x, y) = A_r(x, y); \quad \varphi_s(x, y) = \varphi_r(x, y) \Rightarrow$$

$$|\kappa| = | \overset{\boxminus}{e}_s \overset{\boxminus}{e}_r | = | e_s e_r | \cos \beta |$$

$$\overset{\boxminus}{e}_s \uparrow \uparrow \overset{\boxminus}{e}_r \quad \text{или} \quad \overset{\boxminus}{e}_s \uparrow \downarrow \overset{\boxminus}{e}_r \Rightarrow |\kappa| = 1$$

$$\overset{\boxminus}{e}_s \perp \overset{\boxminus}{e}_r \Rightarrow |\kappa| = 0$$

$$\beta = \pi/4 \Rightarrow |\kappa| = \sqrt{2}/2 \approx 0,71$$

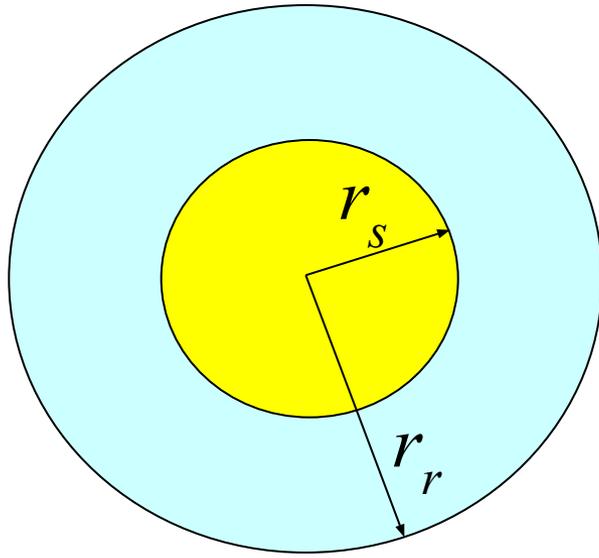
# Амплитудное согласование

$$|\overset{\wedge}{e}_s \overset{\wedge}{e}_r| = 1; \quad \varphi_s(x, y) = \varphi_r(x, y) \Rightarrow$$

$$|\kappa| = \frac{\iint_S A_s(x, y) A_r(x, y) dx dy}{\left[ \iint_S A_s^2(x, y) dx dy \iint_S A_r^2(x, y) dx dy \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$A_s(x, y) = \text{const} \cdot A_r(x, y) \Rightarrow |\kappa| = 1$$

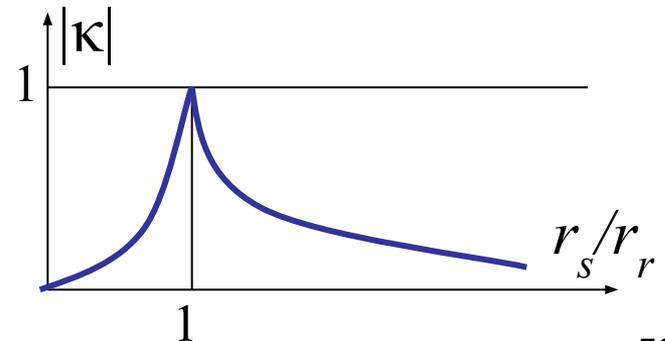
# Амплитудное согласование двух цилиндрических пучков



$$A_s(x, y) = A_s^0 \text{circ}(r / r_s)$$

$$A_r(x, y) = A_r^0 \text{circ}(r / r_r)$$

$$|K| = \frac{r_s}{r_r}, \quad r_s \leq r_r \quad \text{и} \quad |K| = \frac{r_r}{r_s}, \quad r_s \geq r_r$$



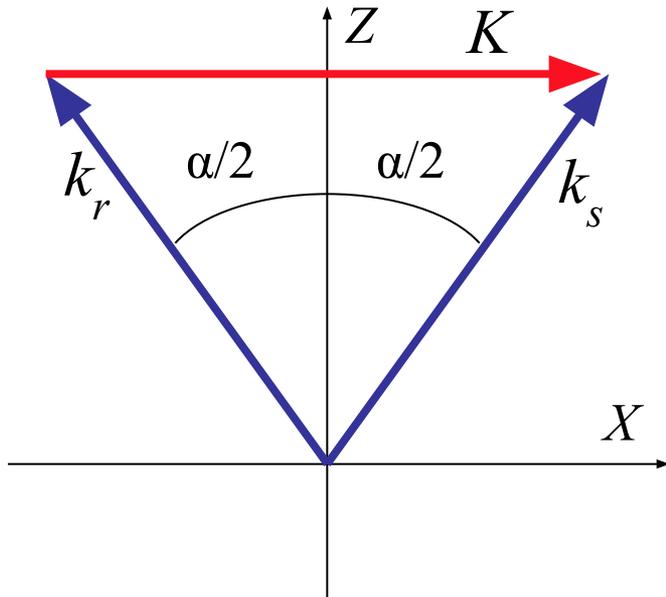
# Фазовое согласование

$$|\overset{\Delta}{e}_s \overset{\Delta}{e}_r| = 1; \quad A_s(x, y) = A_r(x, y) = \text{const}$$

Эффективность фотосмещения:

$$|\kappa| = \frac{1}{S} \left| \iint_S \exp \{ -i[\varphi_s(x, y) - \varphi_r(x, y)] \} dx dy \right|$$

# Фазовое согласование при фотосмещении двух плоских волн



$$K = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \sin(\alpha/2) = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin(\alpha/2)}$$

$$E_s(x, y; t) = A_s \exp\{-i[\omega_s t - \vec{k}_s \cdot \vec{r}]\}$$

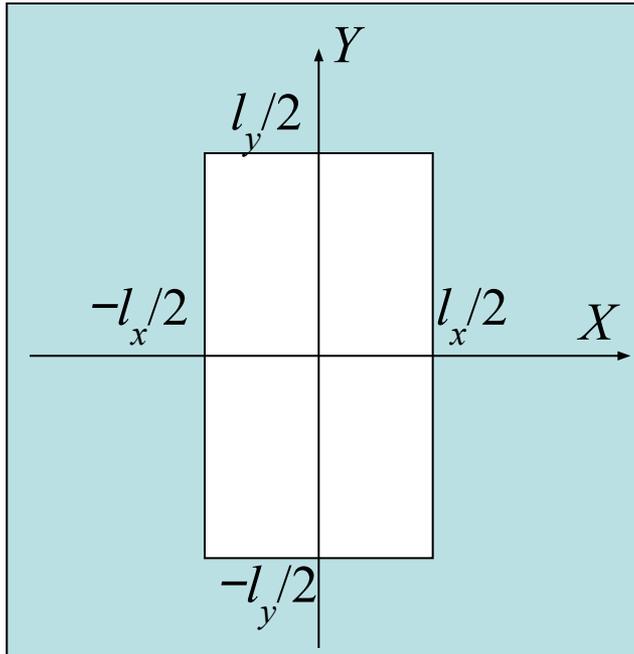
$$E_r(x, y; t) = A_r \exp\{-i[\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r}]\}$$

$$\varphi_s - \varphi_r = \vec{k}_s \cdot \vec{r} - \vec{k}_r \cdot \vec{r} = (\vec{k}_s - \vec{k}_r) \cdot \vec{r}$$

$$\varphi_s - \varphi_r = \vec{K} \cdot \vec{r}$$

$$\varphi_s(x, y) - \varphi_r(x, y) = Kx = \frac{2\pi}{\Lambda} x$$

# Прямоугольная апертура



$$|\kappa| = \left| \frac{1}{l_x l_y} \int_{-\frac{l_x}{2}}^{\frac{l_x}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} \exp(-iKx) dx dy \right|$$

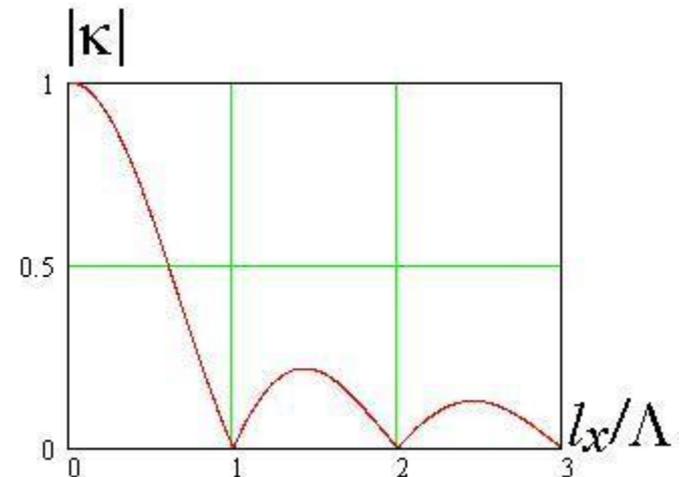
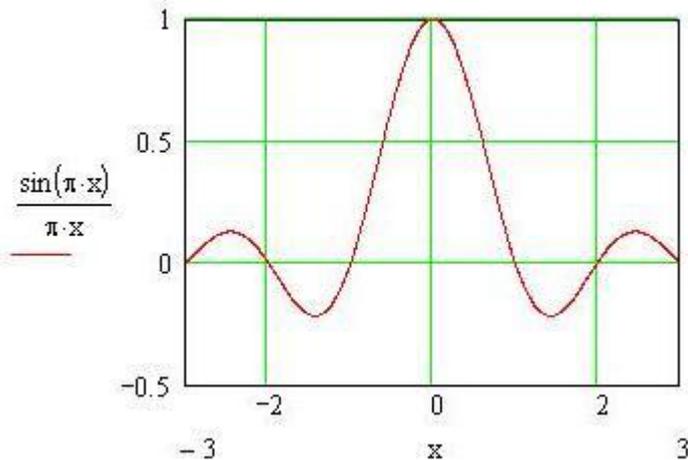
$$|\kappa| = \left| \frac{1}{l_x} \int_{-\frac{l_x}{2}}^{\frac{l_x}{2}} \exp(-iKx) dx \right|$$

$$|\kappa| = \left| \frac{1}{-iKl_x} \left[ \exp\left(-\frac{iKl_x}{2}\right) - \exp\left(\frac{iKl_x}{2}\right) \right] \right|$$

$$|\kappa| = \left| \frac{\sin(Kl_x / 2)}{Kl_x / 2} \right| = \left| \text{sinc}(l_x / \Lambda) \right|$$

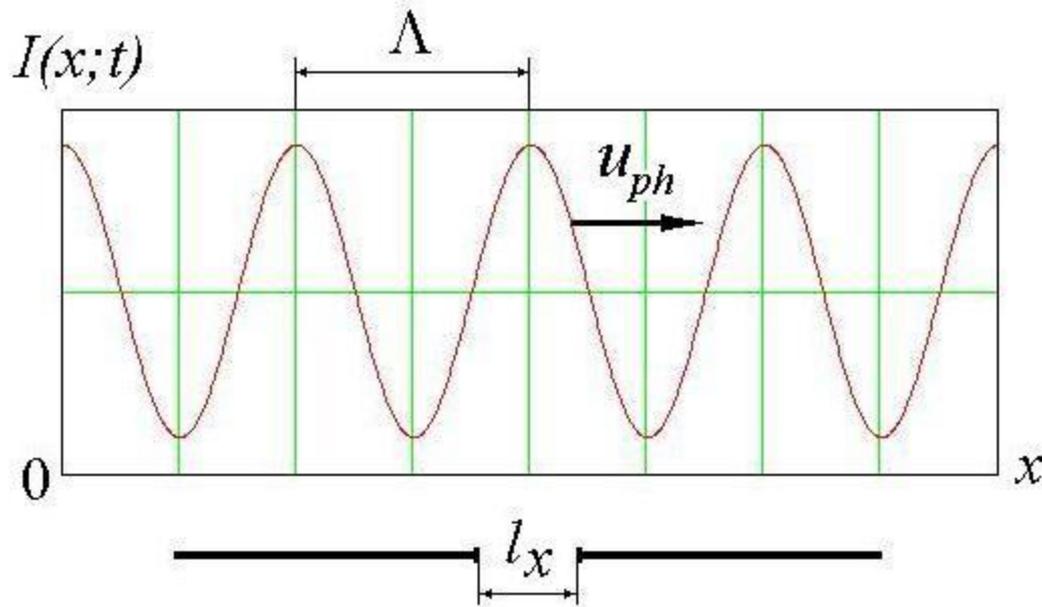
$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

$$|\kappa| = \left| \text{sinc}(l_x / \Lambda) \right|$$



Формирование сигнала на разностной частоте при фотосмещении как результат нестационарной интерференции сигнальной и опорной волн

$$I(x;t) = I_s + I_r + 2\sqrt{I_s I_r} \cos(\Omega_{rs}t - Kx)$$



$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha/2)}$$

$$u_{ph} = \frac{\Omega_{rs}}{K}$$

$$u_{ph} = \Lambda f_{rs}$$

# Устройства сдвига частоты лазерных пучков (Однополосные частотные модуляторы)

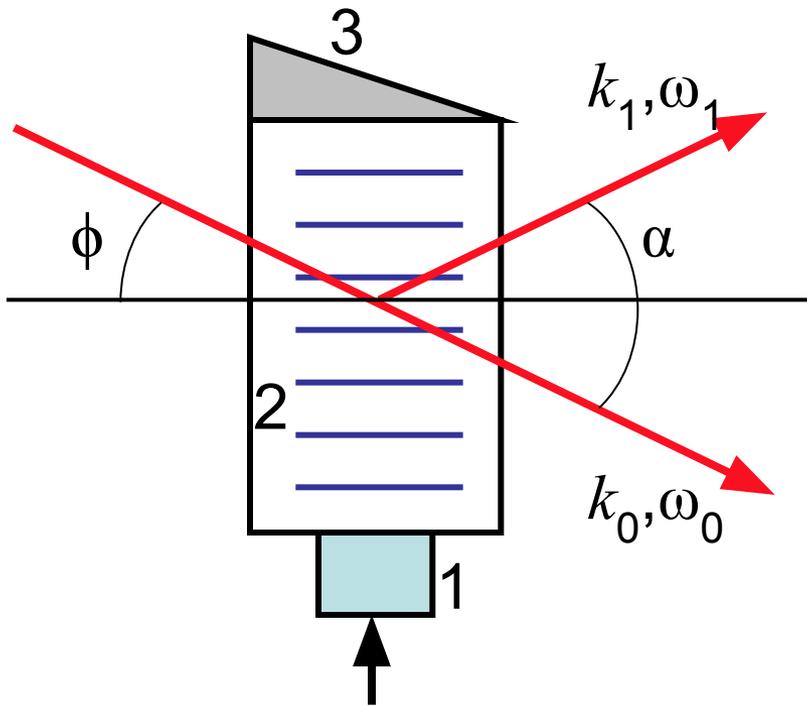
- В лазерных измерительных системах часто возникает необходимость сдвига частоты исходного лазерного излучения:

$$\omega_0 \rightarrow \omega_1;$$

$$|\omega_1 - \omega_0| = \Omega_m \ll \omega_0.$$

- Широкое распространение получили устройства сдвига частоты на основе дифракции света на ультразвуковых волнах – акустооптические частотные модуляторы (АОМ)

# Устройство акустооптического частотного модулятора



- 1- возбудитель УЗВ (пластинка из монокристалла ниобата лития, пьезокерамика – используется пьезоэлектрический эффект).
- 2 – звукопровод (жидкость, стекло, кристалл, пластмасса с хорошей фотоупругостью  $n=n(p)$ ).
- 3 – поглотитель УЗВ (выбирается в соответствие с материалом звукопровода). Если не ставить поглотитель, возникнет стоячая волна => амплитудная модуляция.

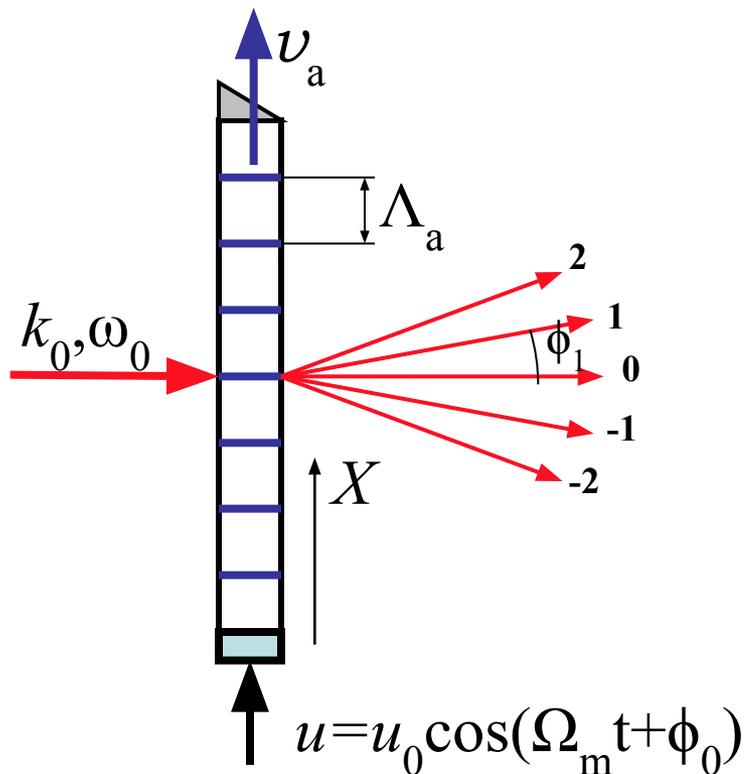
# Режимы работы АОМ

- Различают два предельных режима работы АОМ в зависимости от коэффициента объемности  $Q$ :

$$Q = 2\pi l \sin \varphi / \Lambda_a$$

- $l$  – длина взаимодействия луча с акустическим столбом;  $\Lambda_a$  – длина ультразвуковой волны.
- $Q \ll 1$  ( $Q < 0,3$ )  $\Rightarrow$  дифракция на плоской фазовой решетке – **режим Рамана-Ната** (ячейка Рамана-Ната).
- $Q \gg 1$  ( $Q > 4$ )  $\Rightarrow$  дифракция на пространственной фазовой решетке – **режим Брэгга** (ячейка Брэгга).

# Ультразвуковой модулятор Рамана-Ната



Углы дифракции

$$\Lambda_a \sin \varphi_p = p\lambda$$

$$\varphi_p = \arcsin\left(p \frac{\lambda}{\Lambda_a}\right) \approx p \frac{\lambda}{\Lambda_a},$$

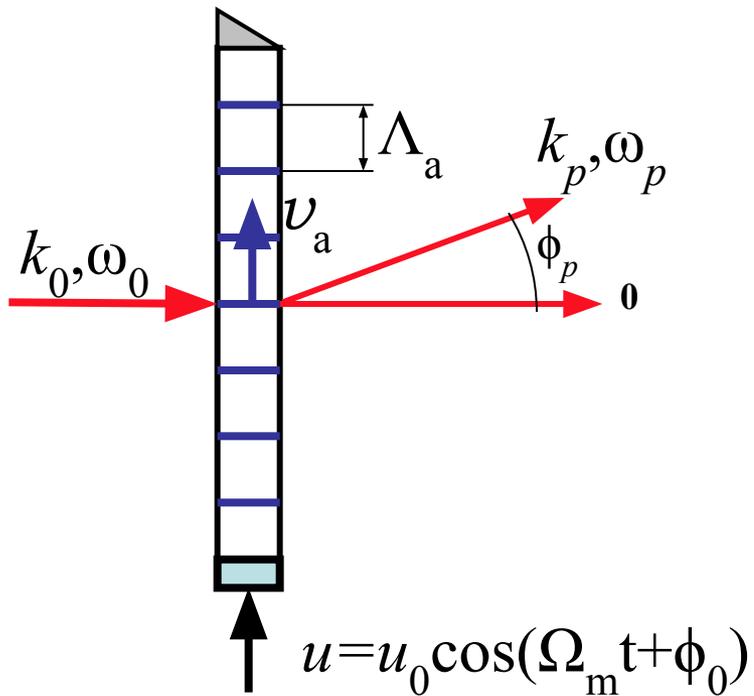
$$(\lambda \ll \Lambda_a)$$

Частоты дифрагированных пучков

$$\omega_p = \omega_0 + p\Omega_m; \quad p = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$$

Для работы можно выбирать любые пары пучков.  
 Например, +1 и -1 => разность частот равна  $2\Omega_m$ ;  
 +2 и -3 => разность частот равна  $5\Omega_m$ .

# К расчету частот дифрагированных пучков для ячейки Рамана-Ната на основе эффекта Доплера



$$\omega_p = \omega_0 + \omega_D;$$

$$\omega_D = (k_p - k_0) v_a;$$

$$\omega_D = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\phi_p / 2) v_a \approx \frac{2\pi}{\lambda} \phi_p v_a;$$

$$\phi_p = p\lambda / \Lambda_a;$$

$$\frac{v_a}{\Lambda_a} = f_a = \frac{\Omega_a}{2\pi} = \frac{\Omega_m}{2\pi};$$

$$\omega_p = \omega_0 + p\Omega_m$$

# Распределение мощности по дифрагированным пучкам разного порядка

- Акустическая волна в звукопроводе может рассматриваться как бегущая фазовая синусоидальная решетка. “Волна” показателя преломления имеет вид:

$$n = n_0 + \Delta n \cos(\Omega_m t - K_a x), \quad K_a = \frac{2\pi}{\Lambda_a}.$$

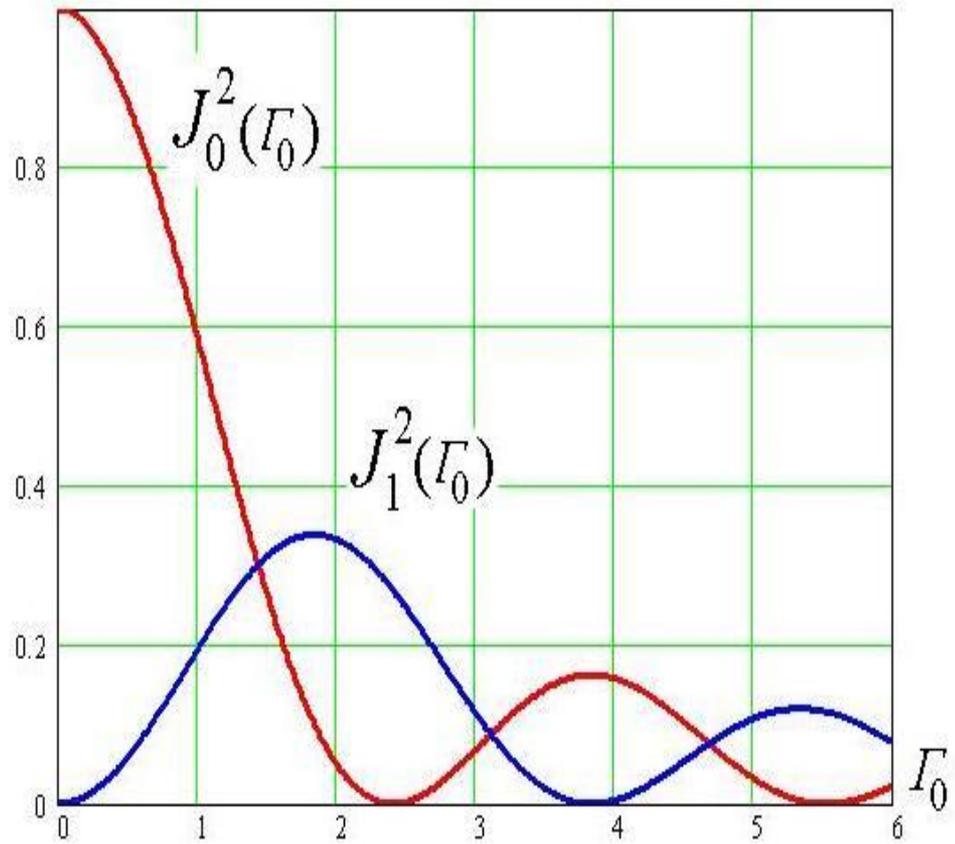
- Из теории дифракции на фазовой синусоидальной решетке известно, что мощность дифрагированных пучков зависит от индекса фазовой модуляции  $\Gamma_0$  и определяется выражением

$$I_p = I_0 J_p^2(\Gamma_0), \quad \Gamma_0 = \frac{2\pi}{\lambda} l \Delta n.$$

- $J_p$  – Функция Бесселя 1-го рода порядка  $p$ .
- Практически можно варьировать индекс модуляции, меняя амплитуду модулирующего напряжения  $u_0$ , так как  $\Delta n \sim u_0$ .

# Оценки эффективности использования излучения

- Максимально в первый порядок уходит 34% мощности при  $\Gamma_0=1,8 \Rightarrow$  Если использовать  $\pm 1$  порядки эффективность составит 68%.
- Если использовать 0 и 1 порядки, то максимальная эффективность составляет 60% при  $\Gamma_0=1,4$ .
- Нулевой порядок исчезает при  $\Gamma_0=2,4$  и  $\Gamma_0=5,5$ .
- Первые порядки исчезают при  $\Gamma_0=3,83$ .



## Пример. Характеристики УЗМ Рамана-Ната, используемого в лабораторном практикуме лазерных измерительных систем

- Возбудитель ультразвуковой волны – пьезокерамика ЦТС-19. ( $\varnothing=12$  мм,  $f_{1p}=1,9/d$ ; частота выражается в МГц, толщина керамики - в мм).
- Обычно работают на 3-ей резонансной частоте ( $f_m \sim 5$  МГц).
- Звукопровод – дистиллированная вода,  $v_a=1500$  м/с.

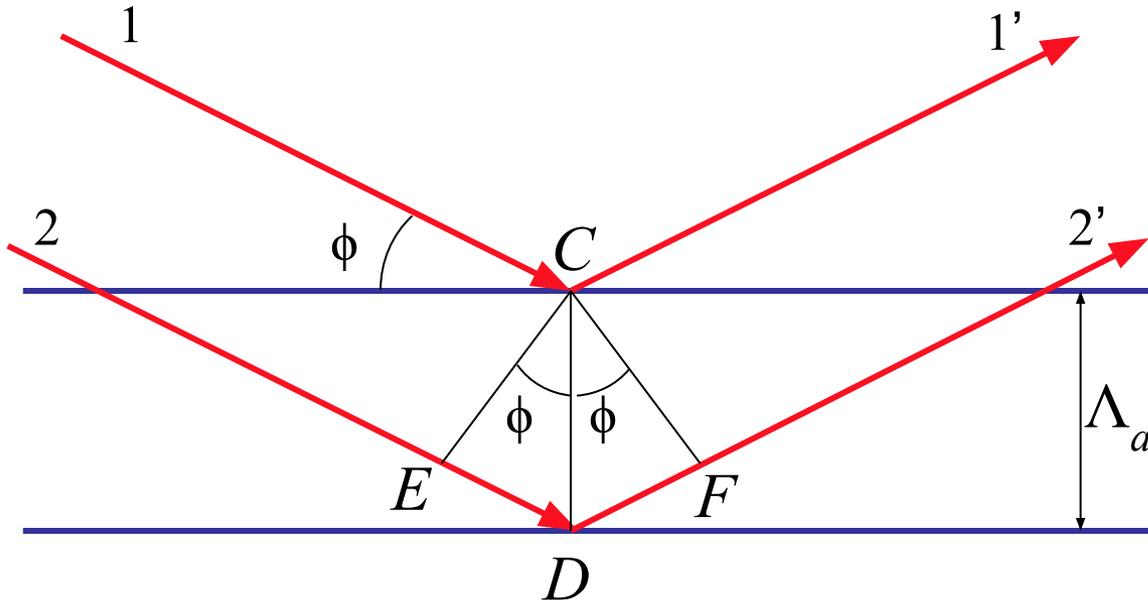
$$\Lambda_a = \frac{v_a}{f_m} = \frac{1500}{5} = 300 \text{ мкм};$$

$$\lambda = 0,63 \text{ мкм} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\lambda}{\Lambda_a} \approx 0,002.$$

- => При  $2w=1$  мм необходимо расстояние около 1 м, чтобы дифрагированные пучки разделились.

# Ультразвуковой модулятор Брэгга

- В режиме дифракции Брэгга коэффициент объемности достаточно большой и необходимо рассматривать дифракцию на объемной фазовой решетке.
- Дифрагированная волна возникает только при определенном угле падения, который определяется условием Вульфа-Брэгга:



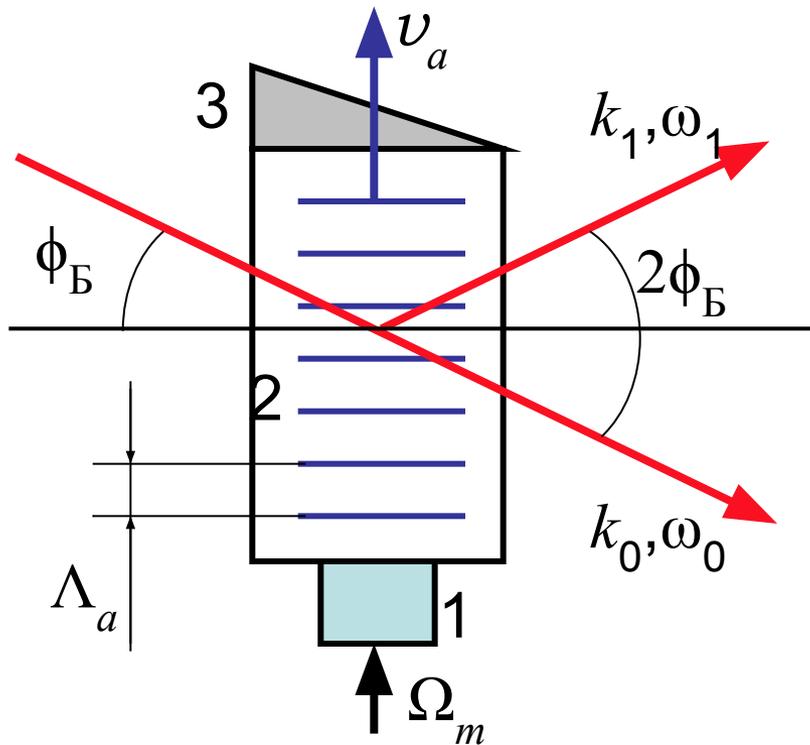
$$\Delta = |ED| + |EF|$$

$$|ED| = |EF| = \Lambda_a \sin \varphi$$

$$\Delta = \lambda$$

$$2\Lambda_a \sin \varphi_B = \lambda$$

# К расчету частоты дифрагированного пучка для ячейки Брэгга на основе эффекта Доплера



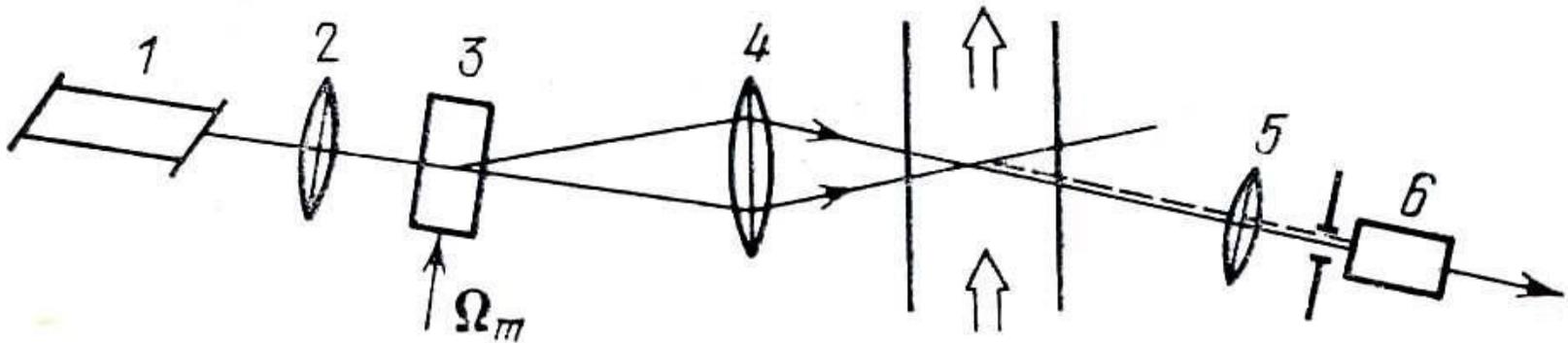
$$\omega_1 - \omega_0 = \omega_D = (\vec{k}_1 - \vec{k}_0) \vec{v}_a$$

$$\omega_D = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \varphi_B v_a$$

$$\omega_D = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2\Lambda_a} v_a = 2\pi \frac{v_a}{\Lambda_a}$$

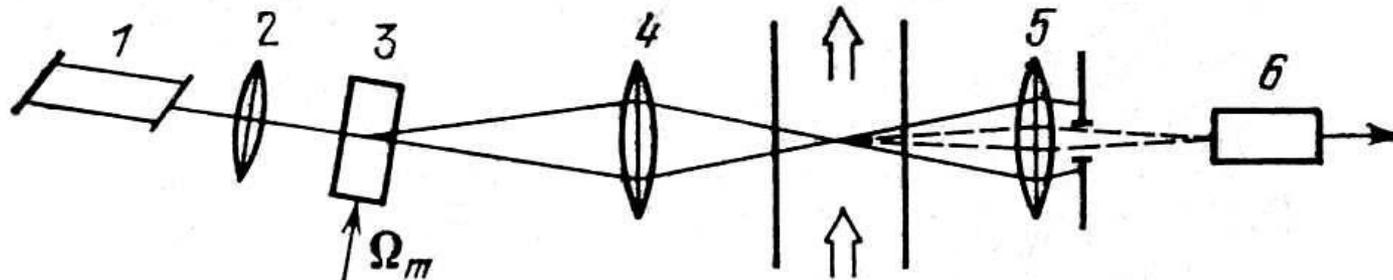
$$\omega_1 = \omega_0 + \Omega_m$$

# Двухчастотная схема с опорным пучком



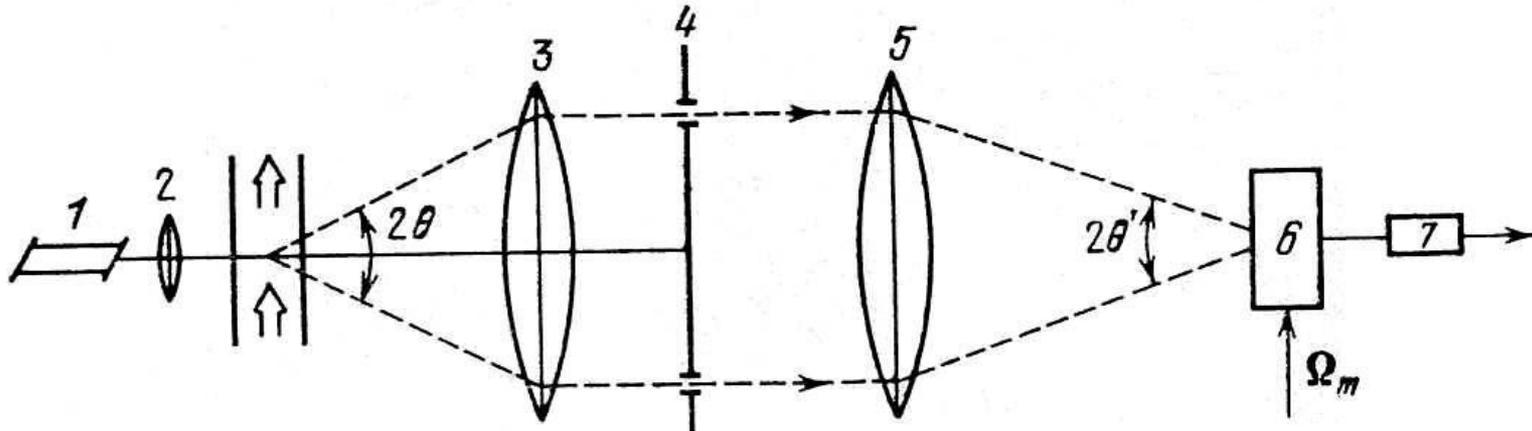
- 1 – лазер; 2,4,5 – линзы; 3 – модулятор; 6 – фотоприемник.
- Модулятор является не только частотно сдвигающим устройством, но и выполняет функции лучевого расщепителя.

# Двухчастотная дифференциальная схема



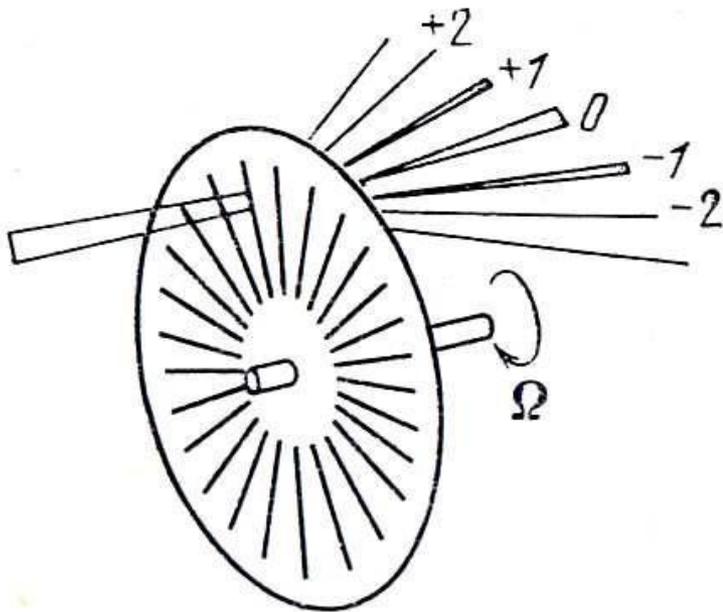
- 1 – лазер; 2,4,5 – линзы; 3 – модулятор; 6 – фотоприемник.
- Модулятор является не только частотно сдвигающим устройством, но и выполняет функции лучевого расщепителя.
- Особенность состоит в независимости ширины интерференционной полосы в зондирующем поле от длины волны лазерного излучения.

# Двухчастотная инверсно-дифференциальная схема



- 1 – лазер; 2,3,5 – линзы; 4 – диафрагма; 6 – модулятор; 7 – фотоприемник.
- Модулятор является не только частотно сдвигающим устройством, но и рекомбинационным элементом.

# Вращающаяся фазовая или амплитудная решетка радиального типа



$$\varphi_1 = \frac{\lambda}{\Lambda_p};$$

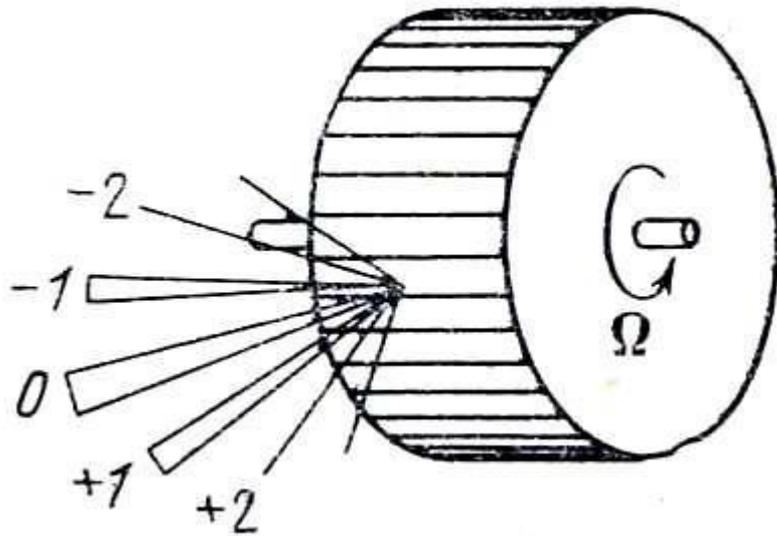
$$\omega_1 - \omega_0 = \omega_D = (\vec{k}_1 - \vec{k}_0) \vec{v}_p;$$

$$\omega_1 - \omega_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \varphi_1 v_p = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{\Lambda_p} \Omega_{вр} R;$$

$$\omega_1 - \omega_0 = \Omega_{вр} N$$

- Астигматизм дифрагированных пучков. Широкие пучки не годятся, так как  $\Lambda_p \sim R$ .
- Углы отклонения не зависят от частоты модуляции.
- Максимальные сдвиги ограничены механической прочностью.

# Вращающаяся фазовая или амплитудная решетка барабанного типа



$$\varphi_1 = \frac{\lambda}{\Lambda_p};$$

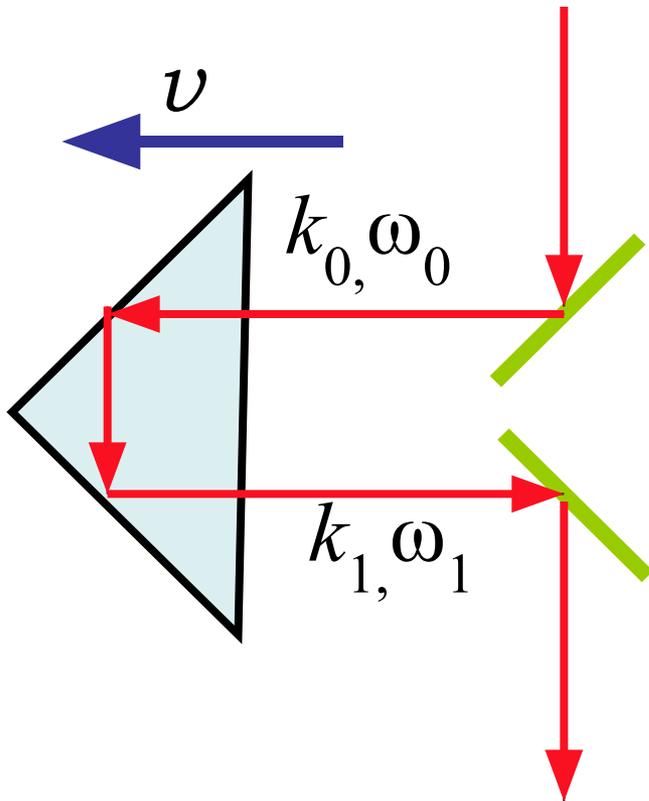
$$\omega_1 - \omega_0 = \omega_D = (\vec{k}_1 - \vec{k}_0) \vec{v}_p;$$

$$\omega_1 - \omega_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \varphi_1 v_p = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{\Lambda_p} \Omega_{вр} R;$$

$$\omega_1 - \omega_0 = \Omega_{вр} N$$

- Нет астигматизма пучков, так как  $R = \text{const}$ .
- Углы отклонения не зависят от частоты модуляции.
- Максимальные сдвиги ограничены механической прочностью.

# Механический модулятор для сверхмалых сдвигов частоты

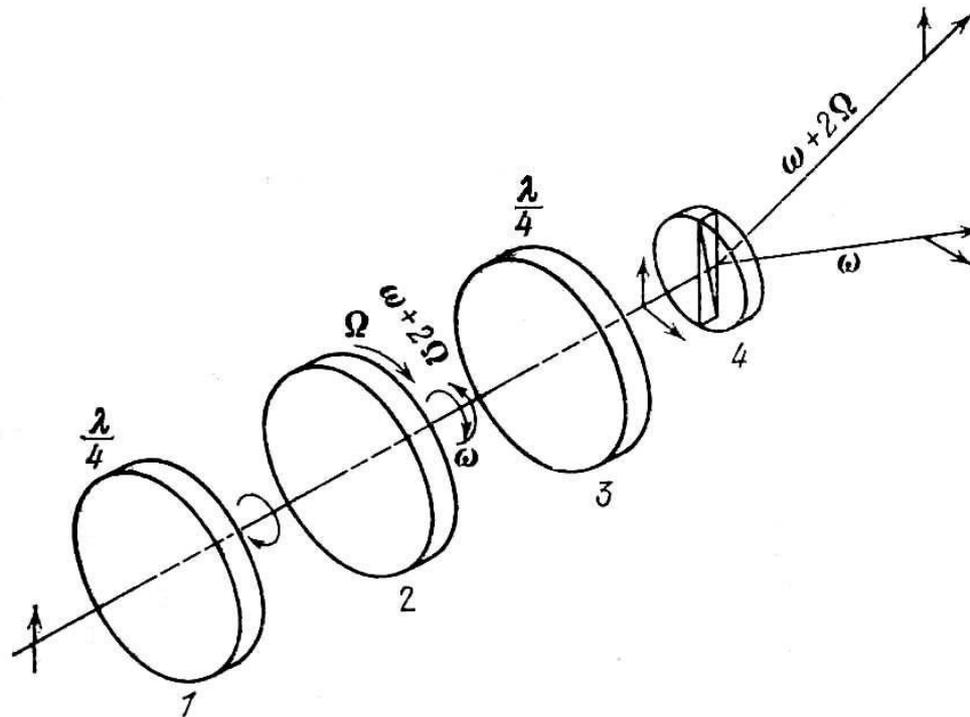


$$\omega_1 - \omega_0 = \omega_D = (\vec{k}_1 - \vec{k}_0)v ;$$

$$\omega_1 - \omega_0 = \frac{4\pi}{\lambda}v ;$$

$$v_1 - v_0 = \frac{v}{\lambda/2}.$$

# Частотный модулятор с вращающимся поляризатором



- 1,3 – четвертьволновые пластинки;
- 2 – вращающийся поляризатор;
- 4 – поляризационная призма;

# Принцип работы поляризационного модулятора

$$[P] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}; \quad (1) \quad \theta = \Omega_{ep} t; \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} 1 \\ \pm j \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$E_x = \cos^2 \theta \pm j \sin \theta \cos \theta; \quad (4)$$

$$E_y = \sin \theta \cos \theta \pm j \sin^2 \theta; \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \pm \frac{1}{2} j \sin 2\theta = \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\cos 2\theta \pm j \sin 2\theta) = \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \exp(\pm j2\theta);
 \end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned}
 E_y &= \frac{1}{2} \sin 2\theta \pm \frac{1}{2} j(1 - \cos 2\theta) = \\
 &= \pm \frac{1}{2} j \boxtimes \frac{1}{2} j(\cos 2\theta \pm j \sin 2\theta) = \\
 &= \pm \frac{1}{2} j \boxtimes \frac{1}{2} j \exp(\pm j2\theta);
 \end{aligned}$$

(7)

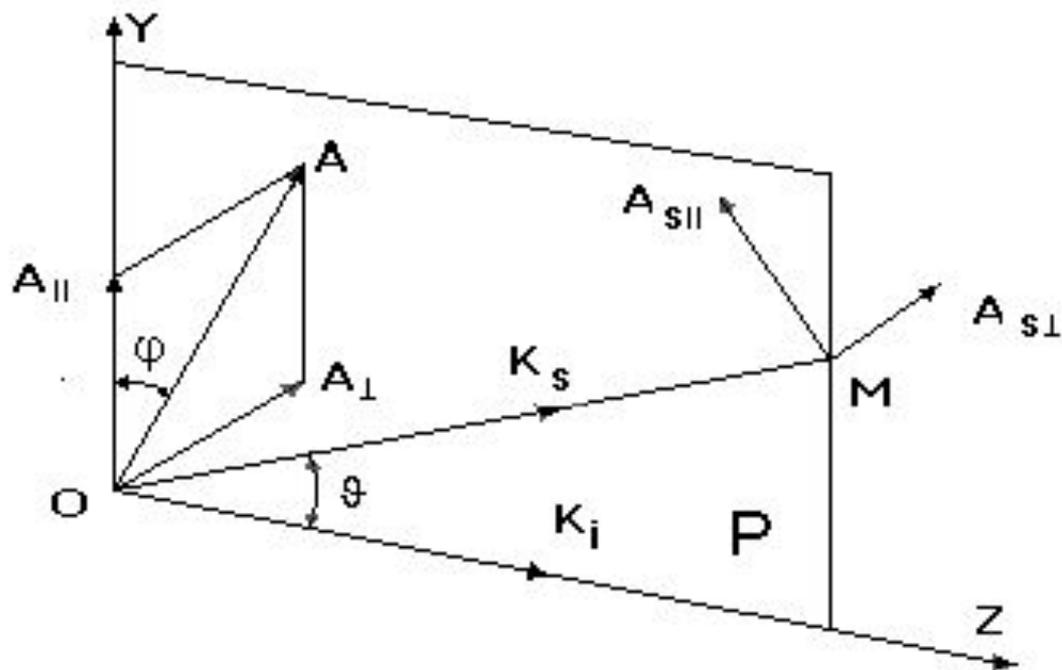
$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm j \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \exp(\pm j2\Omega_{вр}t) \begin{bmatrix} 1 \\ \mp j \end{bmatrix}; \quad (8)$$

- На выходе модулятора – две волны с круговой поляризацией с правой и левой.
- Одна из волн сдвинута по частоте на  $2\Omega_{вр}t$ .
- Знак сдвига зависит от направления вращения.

- Аналогичные модуляторы можно сделать на основе вращающихся фазовых пластинок.
- Существуют электрооптические аналоги подобных устройств, в которых вращающееся электрическое поле индуцирует в кристалле вращающуюся фазовую пластинку (эффект Поккельса).
- В электрооптических поляризационных модуляторах можно получить большие сдвиги частоты.

# Рассеяние плоской монохроматической волны на сферической частице

- $O$  – центр рассеяния;  $M$  – точка наблюдения;
- $OM=R$ ;  $\theta$  – угол рассеяния;  $\phi$  – азимутальный угол;
- $P$  – плоскость рассеяния;
- $\mathbf{k}_i$  – волновой вектор падающей волны;
- $\mathbf{k}_s$  – волновой вектор рассеянной волны.



- Представление электрического вектора падающей волны вектором Джонса:

$$\begin{bmatrix} E_{\perp}(z,t) \\ E_{\parallel}(z,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\perp} \\ A_{\parallel} \end{bmatrix} \exp[-i(\omega t - kz)];$$

- Представление электрического вектора рассеянной волны вектором Джонса в точке наблюдения:

$$\begin{bmatrix} E_{s\perp}(t) \\ E_{s\parallel}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{s\perp} \\ A_{s\parallel} \end{bmatrix} \exp(-i\omega_s t);$$

# Соотношение между комплексными амплитудами компонент падающего и рассеянного поля

[S] - матрица рассеяния, которая в выбранной системе координат имеет диагональный вид:

$S_{\perp}$  и  $S_{\parallel}$  – безразмерные комплексные амплитудные функции рассеяния для составляющих, перпендикулярной и параллельной плоскости рассеяния.

# Формулы Ми (G.Mie, 1908 г)

$a_n, b_n$  – коэффициенты, рассчитываемые с помощью рекуррентных соотношений;

$\pi_n, \tau_n$  – выражаются через полиномы Лежандра и их производные.

# Основные положения теории Ми

- Амплитудные функции рассеяния  $S_{\perp}$  и  $S_{\parallel}$  зависят только от трех параметров:  $m$ ,  $x$ ,  $\theta$ .
- $m$  – комплексный показатель преломления частицы относительно окружающей среды:
  - $m_1$  – показатель преломления частицы;
  - $m_2$  – показатель преломления среды.
- $x$  – относительный размер частицы:
- $r$  – радиус частицы.
- $\theta$  – угол рассеяния.

# Угловое распределение интенсивности рассеянного излучения

# Дифференциальное сечение рассеяния

- Дифференциальное сечение рассеяния не зависит от интенсивности падающей волны и расстояния до точки наблюдения, имеет размерность площади;
- численно дает:
- интенсивность рассеянной волны на расстоянии 1 метр при единичной интенсивности падающей волны,
- мощность, рассеянную в единичном телесном угле в направлении наблюдения.

# Индикатрисы рассеяния Ми

Рис. 3.2.  
с. 21 [2].

# Таблица соответствия $x$ и $d=2r$ для разных $\lambda$

$\lambda, \text{МКМ} \setminus x$	0,6	0,7	3	5	10
0,63	0,12	0,14	0,6	1,0	2,0
0,5	0,1	0,11	0,48	0,8	1,6

# Свойства индикатрис рассеяния $M_i$

- С увеличением размера частиц растет число интерференционных максимумов;
- индикатрисы вытягиваются в направлении рассеяния вперед;
- для больших частиц (диаметром несколько десятков мкм и более) наблюдается интенсивный дифракционный максимум нулевого порядка;
- Количество максимумов (или лепестков) индикатрисы в диапазоне углов  $0 < \vartheta < \pi$  составляет примерно  $x$ ;
- Угловая полуширина переднего лепестка приблизительно равна  $\pi/x$ .
- Другие лепестки примерно в два раза уже за исключением заднего лепестка, который может быть частично или полностью вырожденным.
- Для малых  $x$  индикатрисы при  $\varphi=0$  отличаются от индикатрис при  $\varphi=\pi/2$  отсутствием рассеяния в области углов  $90^\circ$ , что соответствует релеевскому характеру рассеяния.

# Индикатрисы для больших частиц

- Для больших частиц (диаметром несколько десятков мкм и более) количество лепестков в индикатрисе велико,
- под некоторыми углами могут наблюдаться интенсивные интерференционные пики, обуславливающие при освещении белым светом появление радуг.
- В приближении больших частиц ( $x \gg 1$ ) пользуются законами геометрической оптики.

# Зависимости дифференциальных сечений от $x$ для различных углов рассеяния

- Отмечается сложный, немонотонный, осциллирующий характер зависимостей.
- Для всех кривых характерна тенденция увеличения рассеяния с увеличением параметра размера частицы  $x$ , введенного  $M_i$ , и относительного показателя преломления.

Рис. 3.4.  
с. 23 [2].

Полное сечение рассеяния:

Интегральное сечение рассеяния:

Коэффициент рассеяния:

- При  $x \rightarrow \infty$   $Q_s \rightarrow 2. \Rightarrow$
- Рассеяние на больших частицах имеет дифракционную и рефракционную составляющие.

Рис. 3.5.  
с. 24 [2].

# Рассеяние Рэлея

$(x \ll 1)$

- При  $\varphi = \pi/2$  интенсивность рассеянного света одинакова по всем направлениям.
- При  $\varphi = 0$  под углом  $\theta = \pi/2$  рассеянный свет отсутствует, рассеяние вперед и назад одинаково.

# Рассеяние Рэлея

# Рассеяние Рэлея-Ганса

$(|m-1| \ll 1; 2x|m-1| \ll 1)$

– функция Бесселя степени 3/2.

- По мере возрастания размера частицы увеличивается интенсивность света рассеянного вперед по сравнению с рассеянием назад.
- При больших  $x$  индикатриса рассеяния имеет много лепестков.

# Рассеяние Рэлея-Ганса

# Приближение больших частиц ( $x \gg 1$ )

Рассеянный большой частицей свет можно представить состоящим из двух частей.

Одна часть (в приближении геометрической оптики) учитывает отражение и преломление на сферической поверхности.

Наиболее полно изучены характеристики рассеянного каплями воды света.

Индикатриса имеет многочисленные максимумы и минимумы.

Усредненная индикатриса вытянута вперед.

В основном свет сосредоточен внутри конуса, ограниченного углом рассеяния  $70^\circ$ . В этой области находится 93,4% мощности рассеянного света.

Другая часть рассеянного света определяется дифракцией на шаре.

Амплитудные функции дифрагированного света имеют вид:

- функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка.

Дифракционный язык индикатрисы сосредоточен в конусе с углом

Например, для частицы  
составляет примерно 50'.

и 0 мкм при  $\lambda=0,63$  мкм он

# Рассеяние двух лазерных пучков микрочастицей

Рис. 3.6.  
с. 25 [2].

- Направление наблюдения характеризуется углами  $\psi$  и  $\chi$ .

# Расчет интенсивности рассеянного света

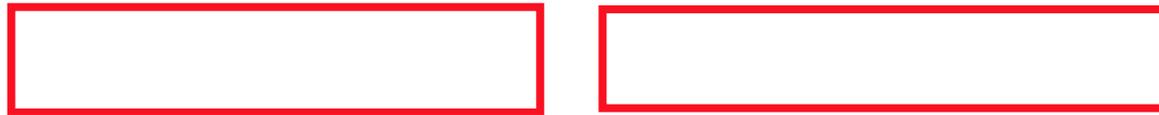
- Примеры расчетов дифференциального коэффициента поляризационного согласования

Рис. 3.7.  
с. 28 [2].

# Фазовые характеристики рассеяния двух пучков

Рис. 3.8.  
с. 29 [2].

# Взаимное дифференциальное сечение рассеяния



- $\sigma_{12}$  – взаимное дифференциальное сечение рассеяния двух лазерных пучков на одной частице.
- Модуль  $\sigma_{12}$  при  $I_1=I_2=0,5 \text{ Вт/м}^2$  дает амплитудное значение флуктуаций мощности рассеянного в единичном телесном угле излучения на частоте сигнала  $\Omega_{sg}$ .

# Двухпучковые индикатрисы рассеяния

Рис. 3.9.  
с. 30 [2].

Рис. 3.10.  
с. 31 [2].

# Расчет мощности оптического сигнала ЛДА по дифференциальной схеме

# Зависимость интегрального коэффициента согласования от угловой апертуры ПОС



Рис. 3.11.  
с. 33 [2].

# Энергетический расчет ЛДА

- На практике при проектировании ЛДА стремятся обеспечить условие  $|k| \approx 1$ . Тогда:



# Расчет интенсивности излучения на оси гауссова пучка



# Расчет амплитудного значения мощности полезного оптического сигнала



$P_L$  – мощность излучения лазера;  $\lambda$  – длина волны;  
 $w$  – радиус перетяжек пучков в точке измерения;  
 $\Delta\Omega$  – телесный угол приема рассеянного излучения.

$T_1, T_2$  – коэффициенты пропускания элементов СФЗИ и потока по трассам 1-го и 2-го зондирующих пучков от выходного зеркала лазера до их пересечения в точке измерения;

$T_3$  – коэффициент пропускания потока и ПОС по трассе рассеянного пучка от точки измерения до светочувствительной поверхности фотоприемника.

Соотношения, использованные при  
выводе формулы для  $P_{sg}^0$

# Определение $Y_1, Y_2$

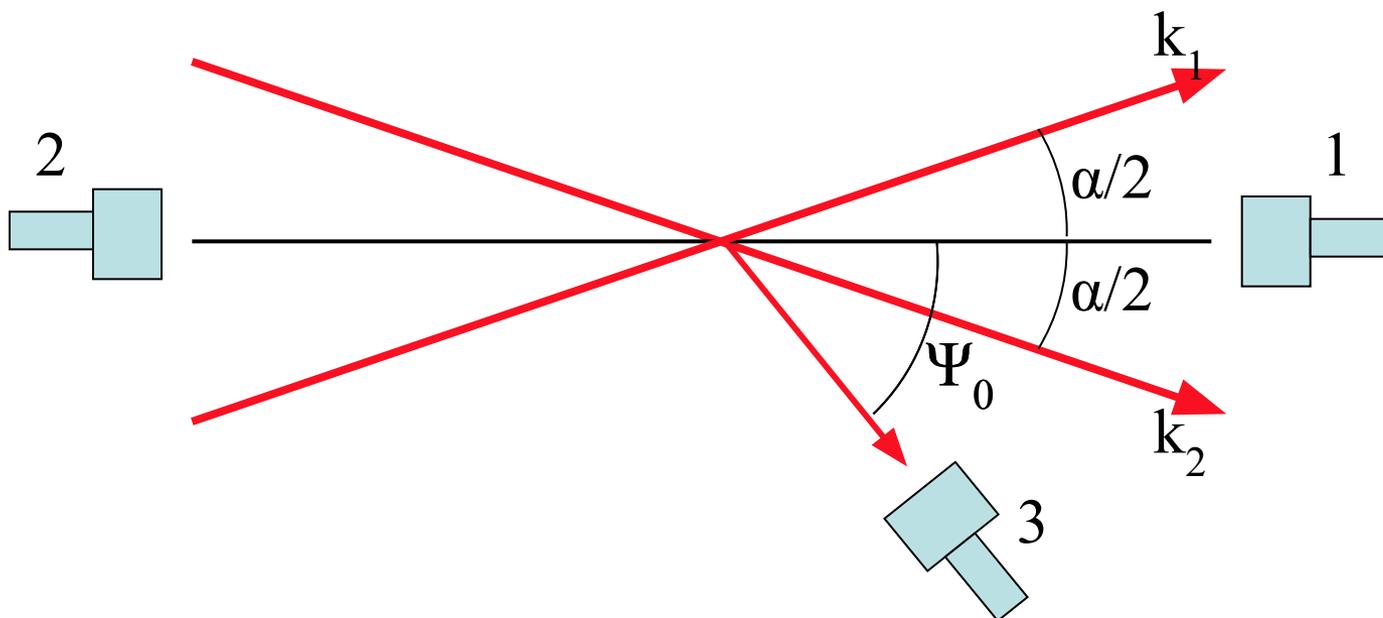


Схема осевого приема с рассеянием вперед.

Схема осевого приема с рассеянием назад.

Схема внеосевого приема.

# Учет потерь на оптических элементах

Френелевские потери:

Например, при  $N=16$

Просветляющие интерференционные покрытия снижают френелевские потери до  $<0,3\%$ .

# Потери при распространении излучения в рассеивающей среде

Закон Бугера:



(см. рис. 3.5. на с. 24 [2])

Длина  $l$  пути луча в среде определяется геометрией измерительной схемы;

Концентрация неоднородностей  $n$  определяется из расчета 1 частица в измерительном объеме;

# Обеспечение высокой эффективности фотосмещения рассеянных волн

На практике диафрагменное число объектива:

# Пример расчета сигнальной МОЩНОСТИ



# Расчет числа фотоотсчетов за пролет частицы

3090 отсчетов за пролет

82 отсчета за пролет

18 отсчетов за пролет

# Применение ЛИС для измерения размеров микрочастиц

- Метод асимметрии индикатрисы рассеяния
- Метод полной индикатрисы – многоканальная регистрация под разными углами

# Метод спектральной прозрачности

- Используется закон Бугера и калибровочные зависимости сечений рассеяния от длины волны излучения.

# Статистический метод флуктуаций

- Измеряется число импульсов фототока в единицу времени и их амплитуды при пролете частиц через измерительный объем с калиброванным сечением.
- Возможно измерение концентрации и распределения рассеивающих частиц по размерам

# Броуновское уширение спектра рассеянного излучения

- В основе эффект Доплера.
- Диапазон размеров частиц от 1 нм (макромолекулы) до 30 мкм.
- ДНК, бактерии, вирусы, клетки.
- Для измерений применяются методы лазерной доплеровской спектроскопии, включая фотонкорреляционные методы.

# Измерение модуля дифференциального сечения рассеяния и глубины модуляции фототока в ЛДА

- Наглядное объяснение принципа измерений дает интерференционная модель ЛДА

## Фазовый метод в ЛДА

- Используется зависимость фазы дифференциального сечения рассеяния от угла наблюдения и размера частицы.
- На этой основе выпускаются серийные приборы для одновременного измерения скорости и размера частиц.

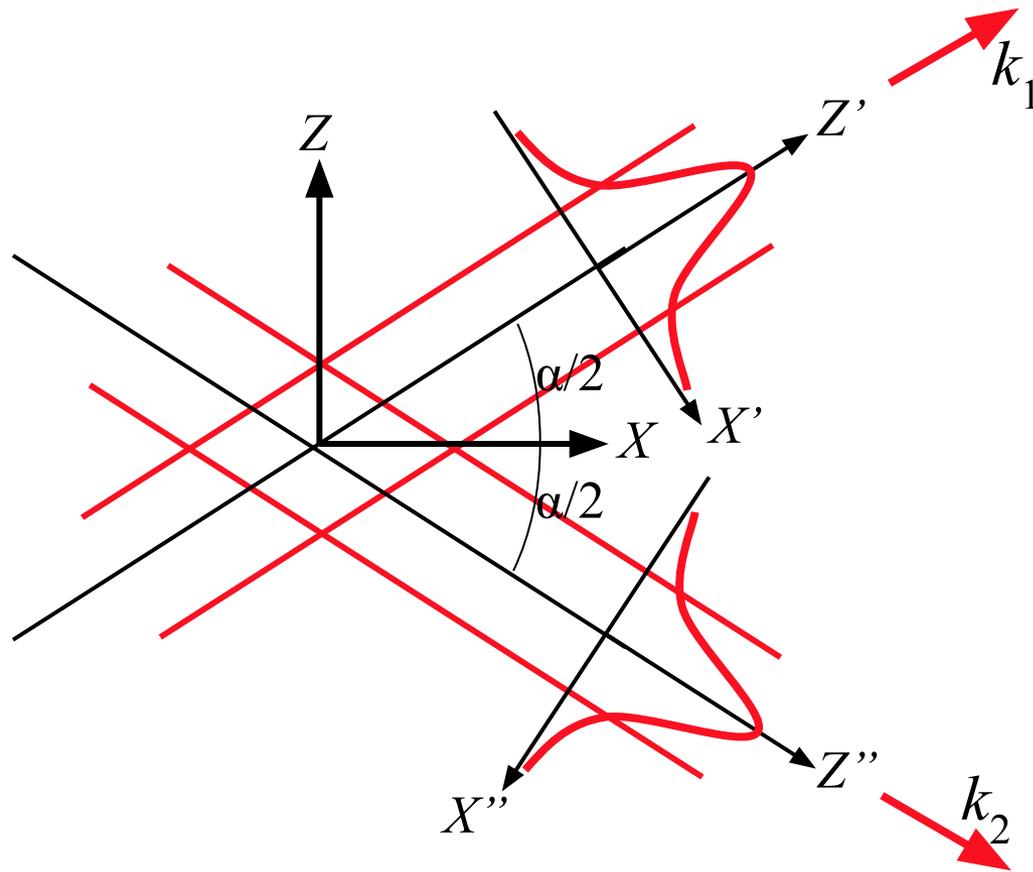
# Пространственное разрешение ЛДА

- Пространственное разрешение  $R$  определяет число независимых измерений скорости потока в единичном объеме:
- $V_{pb}$  - пробный (измерительный) объем.
- Пробный объем – объем той области пространства, откуда поступает рассеянный свет, несущий информацию о скорости.

# Пробный объем ЛДА

- Информацию о скорости несет свет, рассеянный частицей, пролетающей через интерференционную область пересечения лазерных пучков.

# К расчету весовой функции пробного объема



# Весовая функция пробного объема



Условно определяют границы пробного объема по уменьшению уровня сигнала в  $e^2$  раз.  $\Rightarrow$

Пробный объем представляет собой эллипсоид, оси которого ориентированы вдоль осей координат и равны:



# Влияние ПОС на пространственное разрешение ЛДА

- 1 – апертурная диафрагма;
- 2 – объектив ПОС;
- 3 – диафрагма поля зрения;
- 4 – фотоприемник.

- При правильной юстировке ПОС в плоскости диафрагмы поля зрения  $P_2$  в рассеянном свете наблюдается сфокусированное изображение рассеивателей, находящихся в плоскости  $P_1$ , проходящей через точку пересечения осей зондирующих пучков.
- Плоскости  $P_1$  и  $P_2$  являются сопряженными и точка пересечения осей пучков (центр измерительного объема) отображается в центр отверстия диафрагмы поля зрения.

$F$  – фокусное расстояние объектива.

- В геометрическом приближении без учета aberrаций, дифракции и дефокусировок схема имеет четкие границы поля зрения.
  - Поле зрения определяется обратной проекцией отверстия диафрагмы  $\Sigma$  из плоскости  $P_2$  в сопряженную плоскость  $P_1$ .
  - При выходе частицы за границы поля зрения рассеянный свет фокусируется вне отверстия диафрагмы  $\Sigma$  и не попадает на фотоприемник.
  - При достаточно большой глубине резкости объектива для диафрагмы поля зрения с круглым отверстием диаметром  $d$  область поля зрения представляет собой цилиндр с диаметром основания
- 
- $\Gamma$  – коэффициент увеличения объектива в сторону фотоприемника.

# Оптимизация диаметра диафрагмы поля зрения



- При  $d \ll d_{\text{опт}}$  эллипсоид пространственного разрешения обрезается полем зрения ПОС, что уменьшает эффективность использования лазерного излучения.
- При  $d \gg d_{\text{опт}}$  ПОС собирает значительную часть рассеянного излучения, не несущего информации о скорости, что уменьшает отношение сигнал/шум.

# Учет глубины резкости объектива ПОС

- В геометрическом приближении глубина резкости объектива ПОС составляет
- При  $z > \Delta z_{\text{резк}}$  диаметр изображения рассеивателя в плоскости полевой диафрагмы превышает диаметр последней, принимаемый полезный световой поток уменьшается.
- С учетом глубины резкости объектива ПОС одним из условий оптимальной работы ЛДА является условие

# Работа ПОС при внеосевом приеме

- При малых углах пересечения пучков применение осевых схем рассеяния становится неэффективным, так как линейный размер измерительного объема вдоль оси СФЗИ  $\Delta z$  сильно возрастает.
- Для ограничения размера измерительного объема вдоль оси СФЗИ используют схемы внеосевого приема рассеянного излучения.
- Если ось ПОС установлена под углом  $\Psi_0$  к оси СФЗИ, линейный размер пробного объема уменьшится до величины

# Особенности ПОС в схемах с рассеянием назад

- Конструктивная реализация ПОС может быть очень разнообразной. В ЛДА на обратном рассеянии объектив СФЗИ используется для сбора рассеянного назад излучения. Приемная апертура ПОС ограничена размерами призмы.
- В общем случае ПОС может содержать набор линз и объективов, поляризационные и согласующие элементы.
- Диафрагма поля зрения может быть выполнена как в виде малого отверстия в тонкой черненой металлической пластинке, так и в световолоконном варианте, при этом ПОС и фотодетектор с блоком питания могут быть разнесены на значительное расстояние.

# Ход лучей в ЛДА на обратном рассеянии со сдвигом частоты

- Возможна установка дополнительных оптических элементов между диафрагмой поля зрения и фотодетектором для согласования рассеянного светового потока со светочувствительной поверхностью и системой внутреннего усиления фотоприемника.

# Принципы построения многокомпонентных схем ЛДА

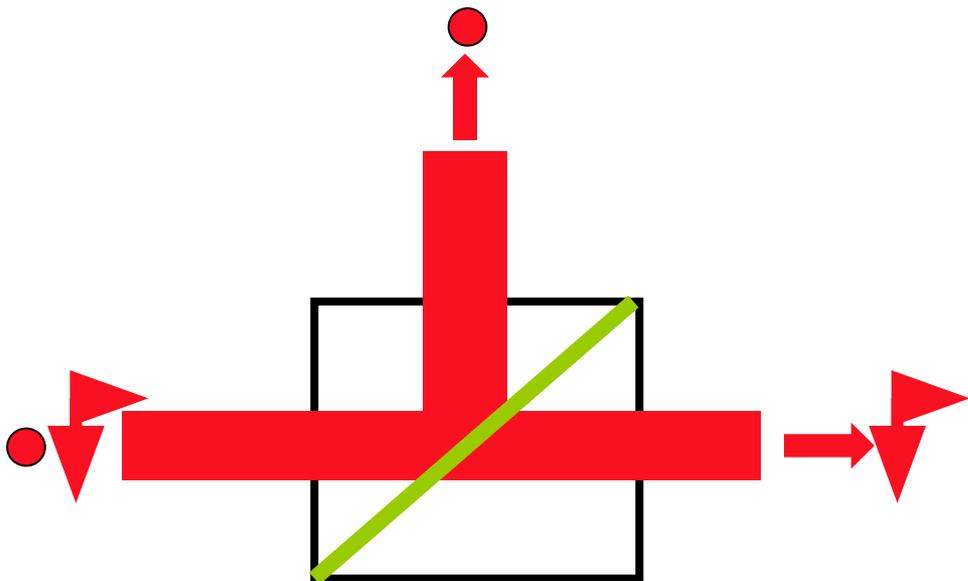
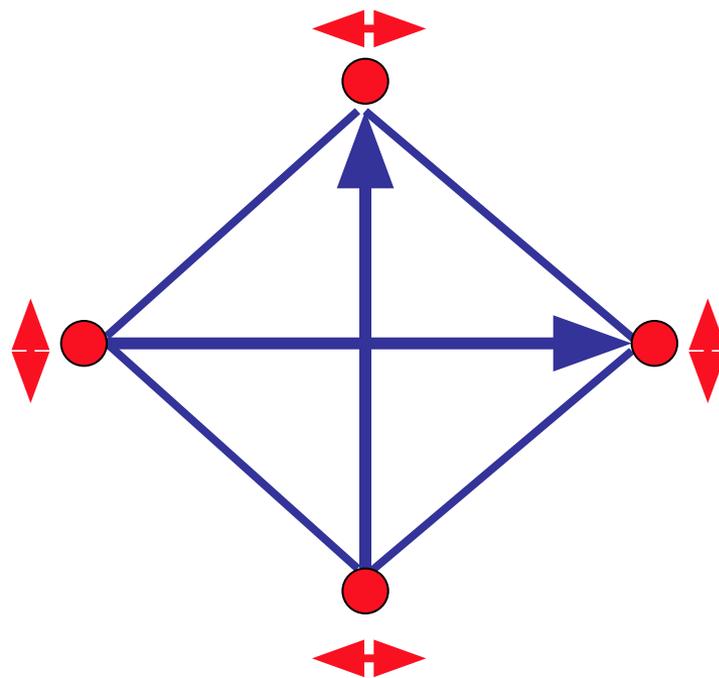
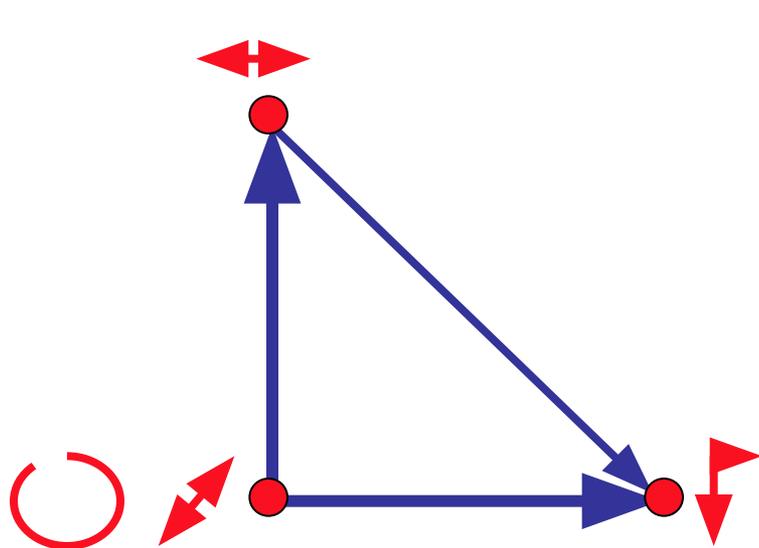
# Трехлучковая двухкомпонентная схема для измерения двух ортогональных проекций скорости

# Четырехпучковая двухкомпонентная схема для измерения двух ортогональных проекций скорости

# Способы разделения полезных сигналов и подавления паразитных

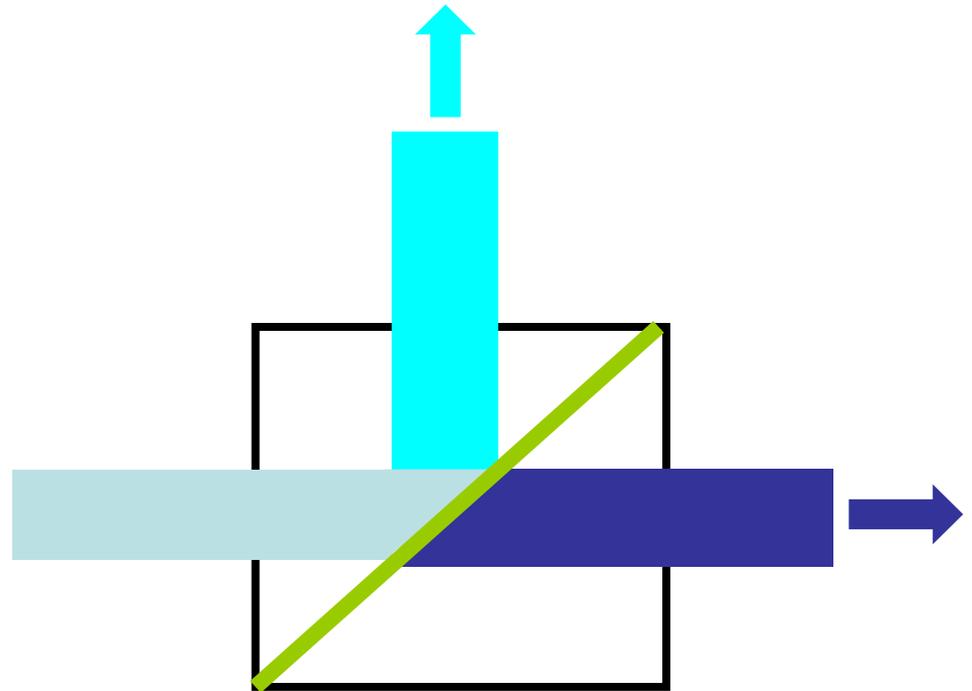
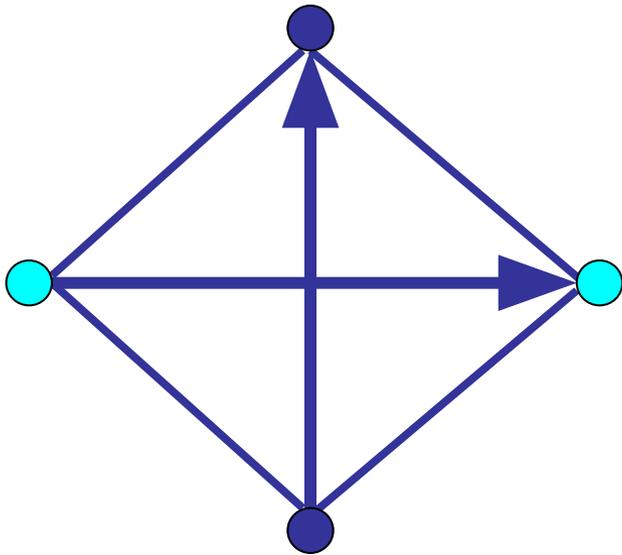
- Поляризационное разделение
- Разделение по цвету (по спектральным линиям)
- Частотное разделение
- Временное (коммутационное) разделение
- Разделение по когерентности

# Поляризационное разделение



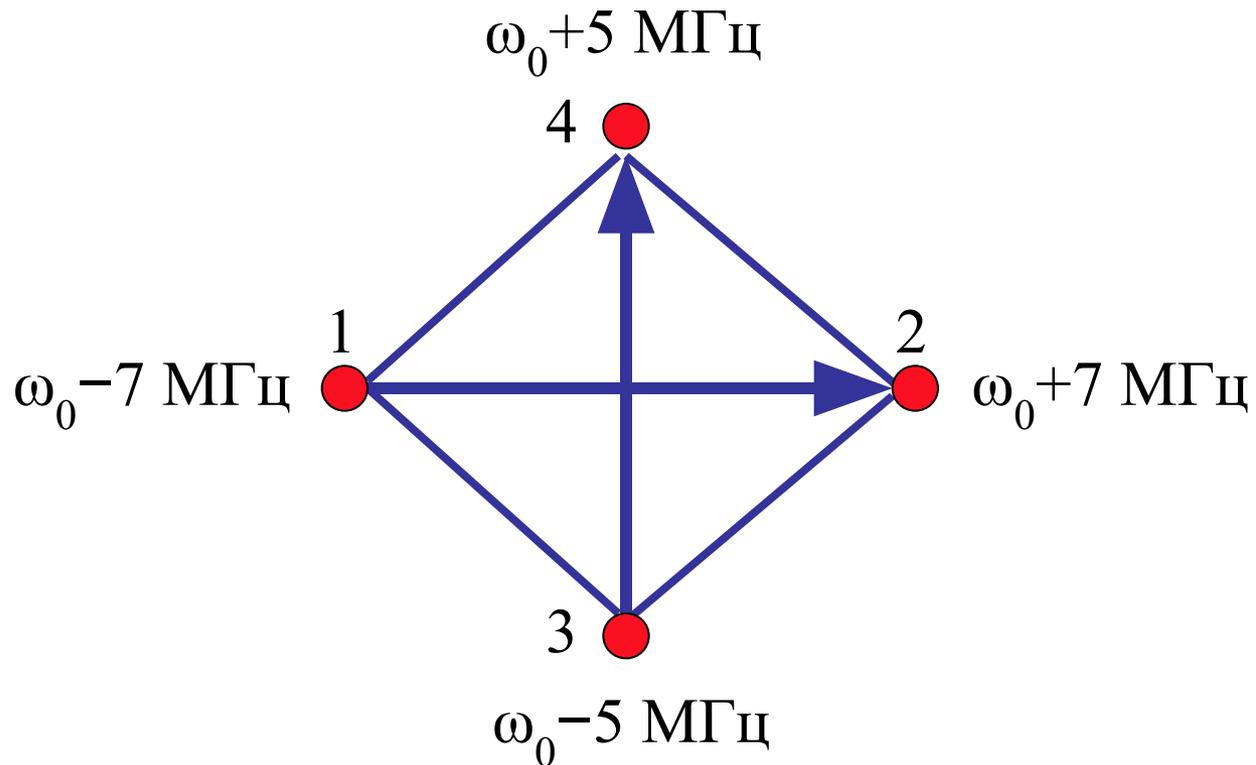
- В ПОС используются поляризационные призмы.

# Разделение по цвету (по спектральным линиям)

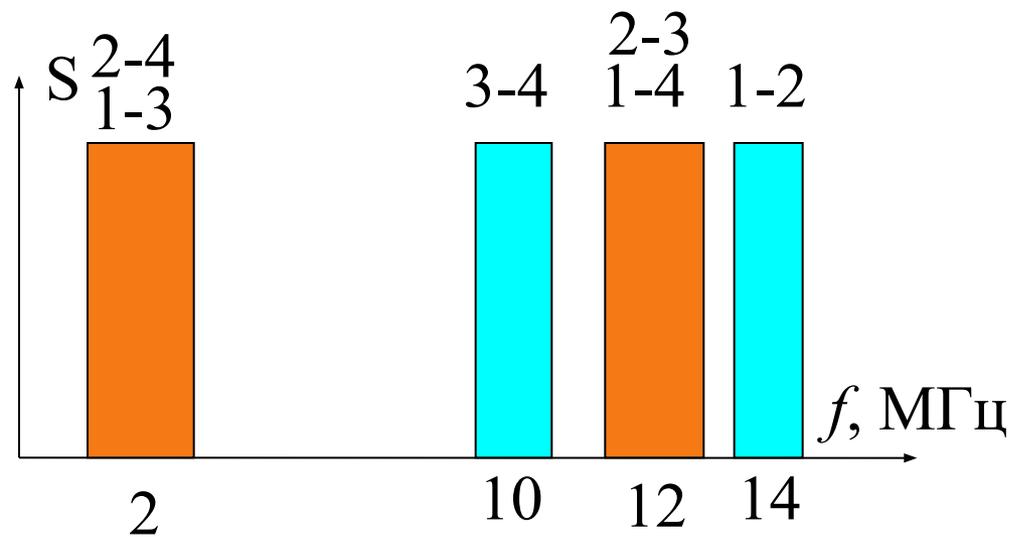


- Используются интерференционные зеркала и призмы.
- Необходима компенсация хроматической aberrации фронтальной оптики СФЗИ.

# Частотное разделение



# Частотное разделение

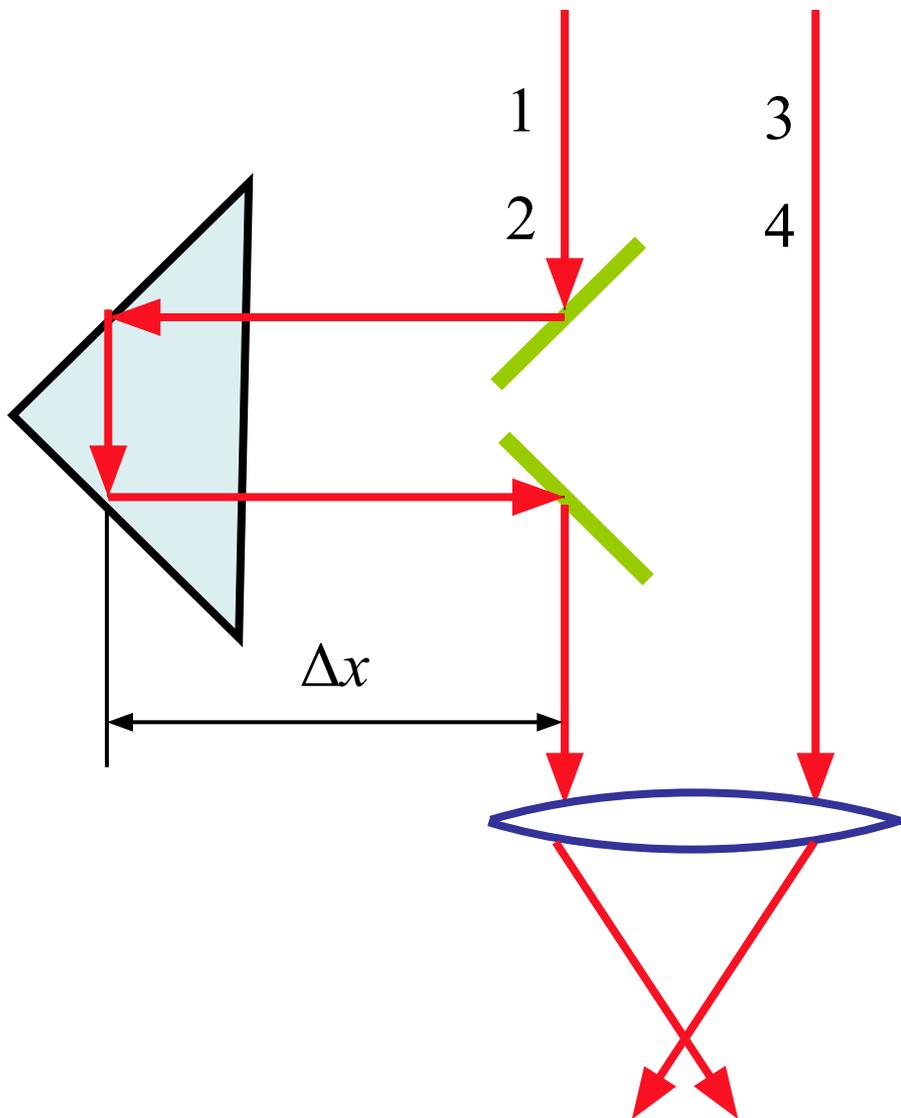


# Примеры использования УЗМ

# Временное (коммутационное) разделение

- Синхронное переключение рабочих пар зондирующих пучков и измерительных каналов.
- Нет потери информации, если  $\Delta t \ll \tau_{\text{кор}}$ .
- Недостаток – коммутационные помехи.

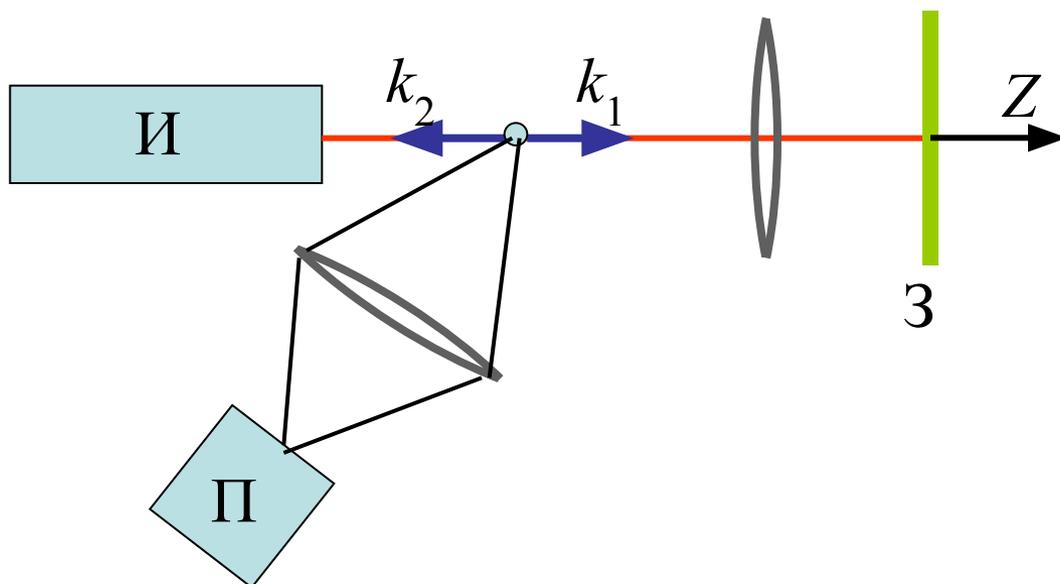
# Разделение каналов по когерентности



Паразитных сигналов нет.

# Схемы для измерения осевой КОМПОНЕНТЫ

- а) схема на встречных пучках:



Измеряется проекция вдоль оси  $Z$ .

**б) схема с вычитанием сигналов:**

# Четырехпучковая схема для определения трех ортогональных проекций скорости

Условие ортогональности  
и равенства модулей  
векторов чувствительности:

Возможна реализация  
в дифференциальном  
варианте, с опорным  
пучком и в инверсном  
дифференциальном.

# Временные и спектральные характеристики сигнала ЛДА





Частица пролетает вблизи центра  
измерительного объема

Частица пролетает на границе измерительного  
объема

# Спектральный анализ сигнала ЛДА

Комплексное преобразование Фурье

Спектральная плотность сигнала



# Относительное уширение сигнальной составляющей

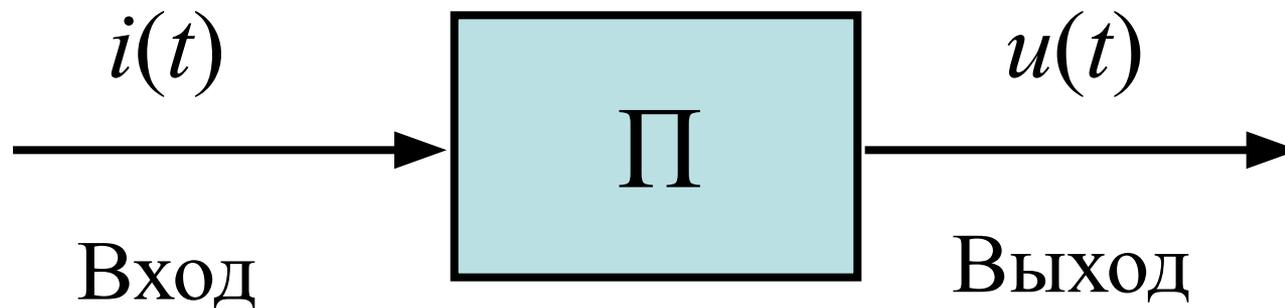
## Спектральная разрешающая способность ЛДА

- $N_{\text{ef}}$  – эффективное число интерференционных полос, пересекаемых траекторией частицы.
- Коэффициент пропорциональности  $k$  зависит от формы распределения интенсивности в пучках, параметров ПОС и от выбора уровней для оценки  $\Delta f_D$  и  $N_{\text{ef}}$

Для ЛДА с гауссовыми пучками и  
неограниченным полем зрения ПОС:



# Специализированные процессоры сигнала ЛДА

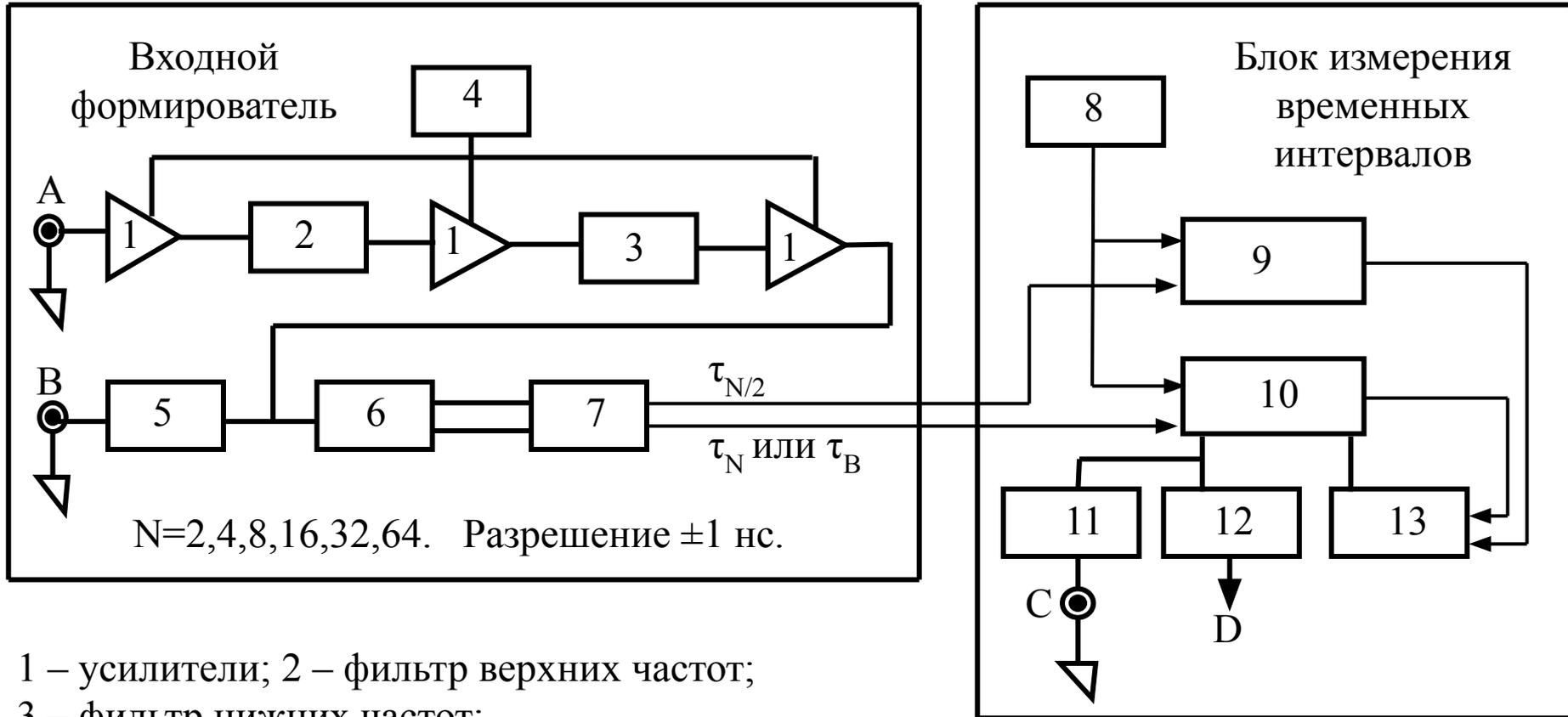


- П – процессор – электронная система обработки сигнала.
- Назначение процессора – получение оценки скорости.

# Процессор сигнала ЛДА счетно-импульсного типа (каунтер)

- Принцип работы основан на подсчете числа  $n$  периодов  $T_0$  эталонного высокочастотного генератора импульсов за известное число  $N$  периодов  $T_D$  доплеровского сигнала ЛДА.
- Оценка частоты доплеровского сигнала производится по формуле:
  
- Соответственно оценки компоненты скорости:

# Блок схема каунтера

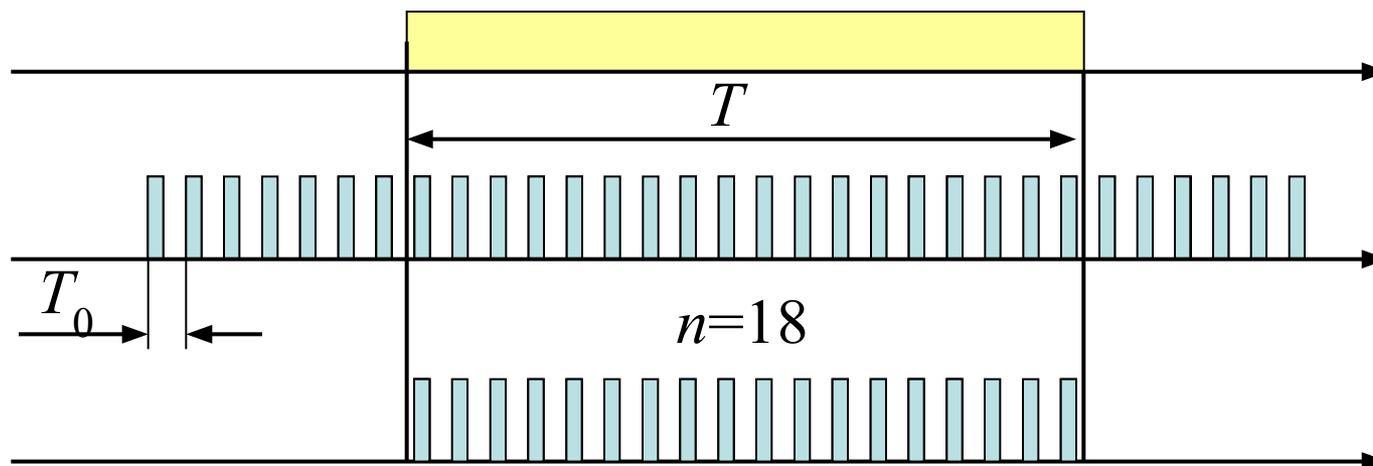


1 – усилители; 2 – фильтр верхних частот;  
 3 – фильтр нижних частот;  
 4 – регулировка усиления; 5 – буфер;  
 6 – триггер Шмита;  
 7 – формирователь стробов;  
 А – вход, В – фильтрованный выход.

8 – генератор тактовых импульсов;  
 9 – счетчик  $N/2$ ; 10 – счетчик  $N$ ;  
 11 – ЦАП; С – аналоговый выход;  
 12 – цифровой регистр;  
 D – цифровой выход.

# Работа формирователя стробов

# Принцип измерения длительности строба



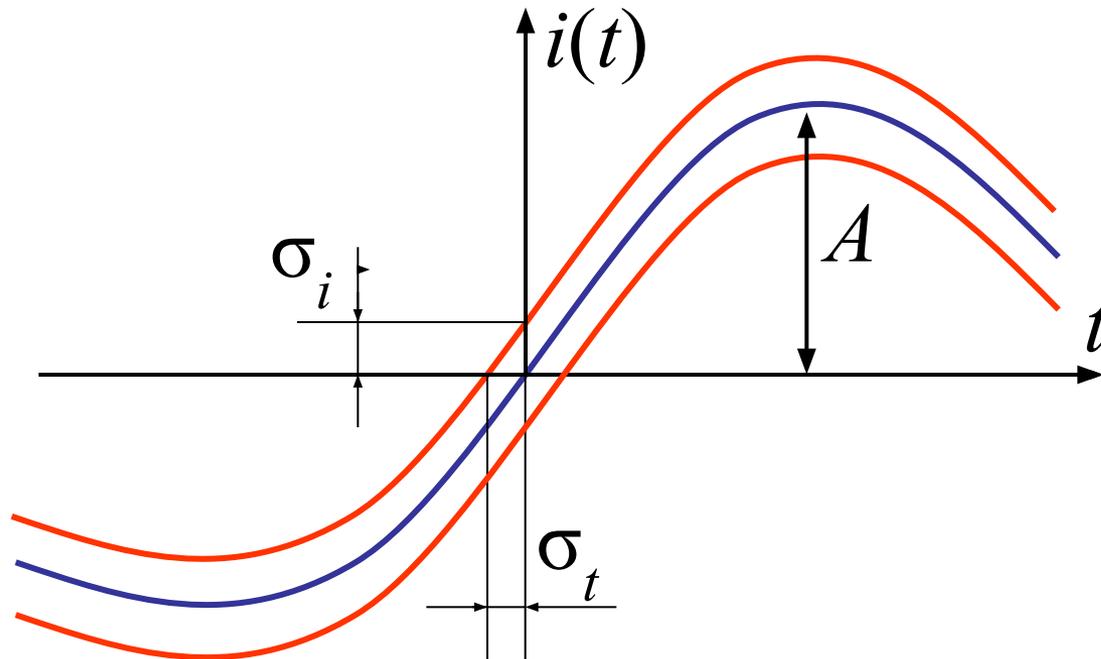
# Принцип проверки результатов

# Факторы, определяющие погрешность оценки частоты.

- Быстродействие и надежность триггерной системы.
- Временное разрешение при измерении длительности стробов.
- Соответствие частоты сформированных импульсов частоте сигнала (влияние шумов).

# Пример оценки погрешности, связанной с конечным временным разрешением таймера

# Влияние шума на работу каунтера









# Оптимальные условия работы каунтера



# Шумы в ЛИС

## Отношение сигнал/шум

# Расчет отношения сигнал/шум



# Три основные составляющие шума на выходе фотоприемника

- Дробовой шум детектируемого излучения
- Дробового шум темнового тока
- Тепловой шум

# Приведение шума к эквивалентной оптической мощности на входе фотоприемника входу

- Приведенная ко входу фотоприемника эквивалентная мощность дробового шума детектируемого излучения



- Приведенная ко входу фотоприемника эквивалентная мощность дробового шума темнового тока



- Приведенная ко входу фотоприемника эквивалентная мощность теплового шума



# Формула для расчета отношения сигнал/шум



При расчете  $(S/N)_0$ :

# Типичные характеристики используемых в ЛДА фотоприемников

Тип	Квантовая эффективность	Число темновых фотоэлектронов в секунду	Коэффициент шума
ФЭУ	$\eta=20\%$ $(\lambda=0,5 \text{ мкм})$ $\eta=14\%$ $(\lambda=0,6 \text{ мкм})$	$i_d/e \approx 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$	$F \approx 2,5$
ФОТО-ДИОДЫ	$\eta=72\%$ $(\lambda=0,6 \text{ мкм})$	$i_d/e \approx 10^{11} \text{ с}^{-1}$	$F \approx 1$

# Примечания

- В расчетах принимается стандартное значение сопротивления нагрузки  $R_L = 50$  Ом. Предполагается, что постоянная времени  $\tau = RC_{\text{пар}}$  не ограничивает временное разрешение.
- При использовании каунтера полоса  $\Delta f$  принимается равной полосе пропускания используемого ФЭУ  $\Delta f = \Delta f_{PM}'$ .
- При использовании следящих систем обработки полоса  $\Delta f$  принимается равной максимальной ширине спектра доплеровского сигнала  $\Delta f \approx \Delta f_{PM} / N_{ef}$ .
- Коэффициент  $M$  внутреннего усиления ФЭУ определяется из условия ограничения максимального анодного тока  $i_{\text{max}} < 100$  мкА.

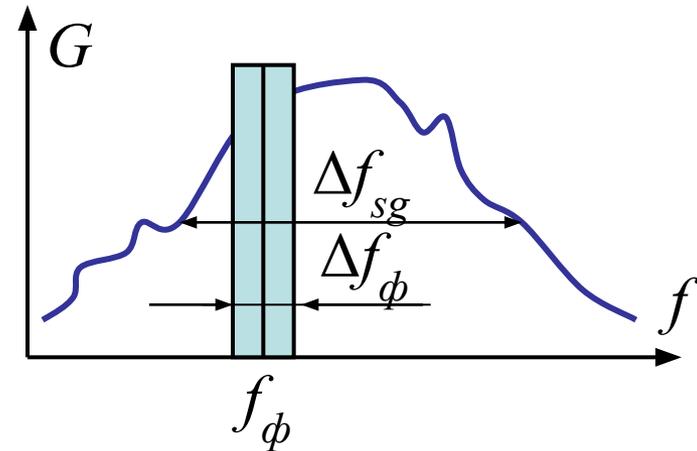
# Основы аппаратного спектрального анализа

- Оценка энергетического спектра сигнала (распределения мощности сигнала по частотам)
- Алгоритм оценки: фильтрация, возведение в квадрат, усреднение.

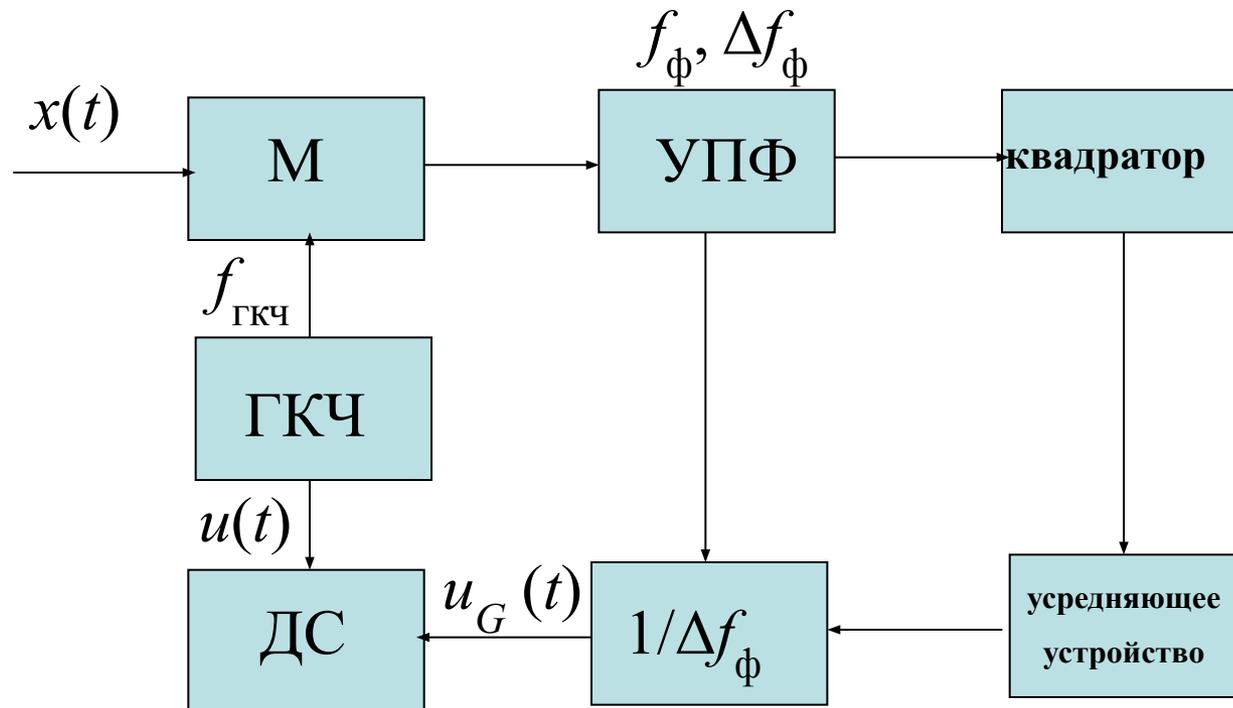
# Оценка энергетического спектра



# Оценка энергетического спектра



- Чтобы измерить всю функцию  $G(f)$  нужно просканировать  $f_\phi$  по всему интересующему диапазону частот.
- Практически удобнее сдвигать спектр сигнала относительно фиксированной частоты настройки УПФ.



# Условия правильной работы последовательной схемы спектрального анализа

- Обеспечивается малая величина ошибки смещения.
- Обеспечивается малая величина случайной ошибки ( $T/\tau_{\text{кор}} = n$  – число независимых интервалов оценивания).
- Ограничение на скорость сканирования (время смещения на  $\Delta f_{\text{ф}}$  не должно быть меньше времени усреднения).

# Основы аппаратного спектрального анализа

- Спектральная плотность (энергетический спектр) сигнала - распределения мощности сигнала по частотам
- Алгоритм оценки: фильтрация, возведение в квадрат, усреднение.

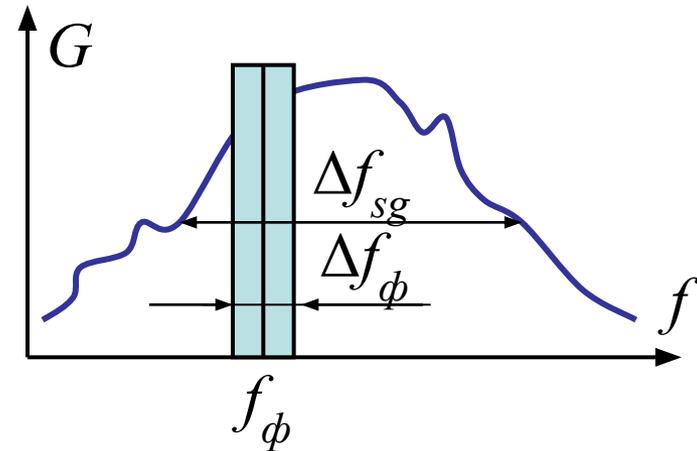
# Средства аппаратного спектрального анализа

- Панорамные анализаторы спектра
- Акустооптические
- Дисперсионно-временные
- Электронные корреляторы
- Фотонные корреляторы
- Цифровые методы. БПФ

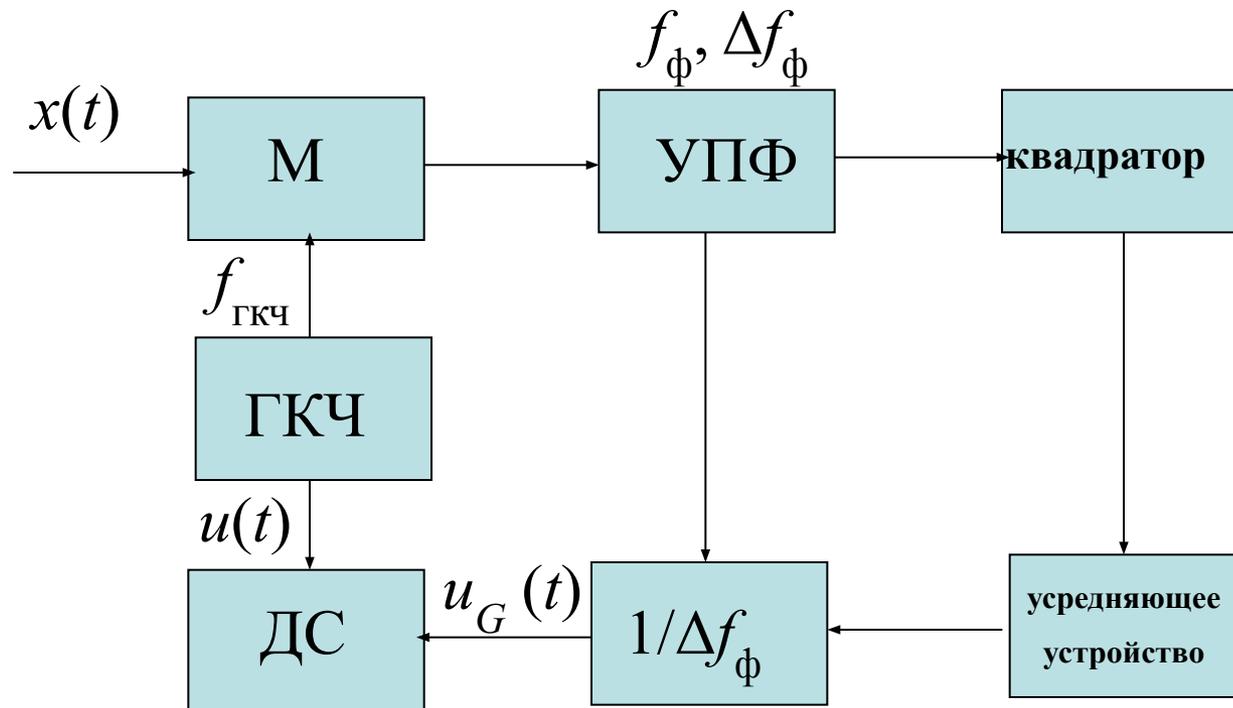
# Оценка энергетического спектра



# Оценка энергетического спектра



- Чтобы измерить всю функцию  $G(f)$  нужно просканировать  $f_\phi$  по всему интересующему диапазону частот.
- Практически удобнее сдвигать спектр сигнала относительно фиксированной частоты настройки УПФ.



# Условия правильной работы последовательной схемы спектрального анализа

- Обеспечивается малая величина ошибки смещения.
- Обеспечивается малая величина случайной ошибки ( $T/\tau_{\text{кор}} = n$  – число независимых интервалов оценивания).
- Ограничение на скорость сканирования (время смещения на  $\Delta f_{\text{ф}}$  не должно быть меньше времени усреднения).

# Влияние конечной ширины полосы УПФ

# Возможные записи ДС при неправильном выборе параметров анализа

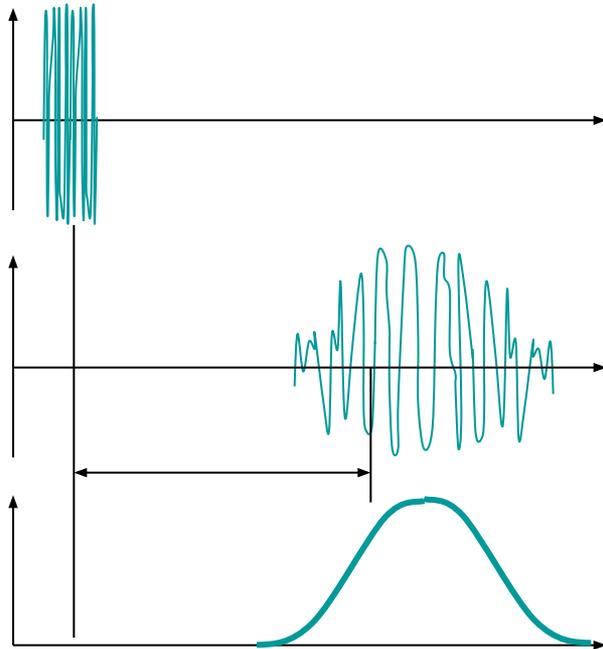
Время усреднения мало

Скорость сканирования велика

# Дисперсионно-временные устройства спектрального анализа (одноканальные, параллельные, широкий диапазон $10^4$ - $10^9$ Гц)



ДЛЗ – дисперсионная линия задержки

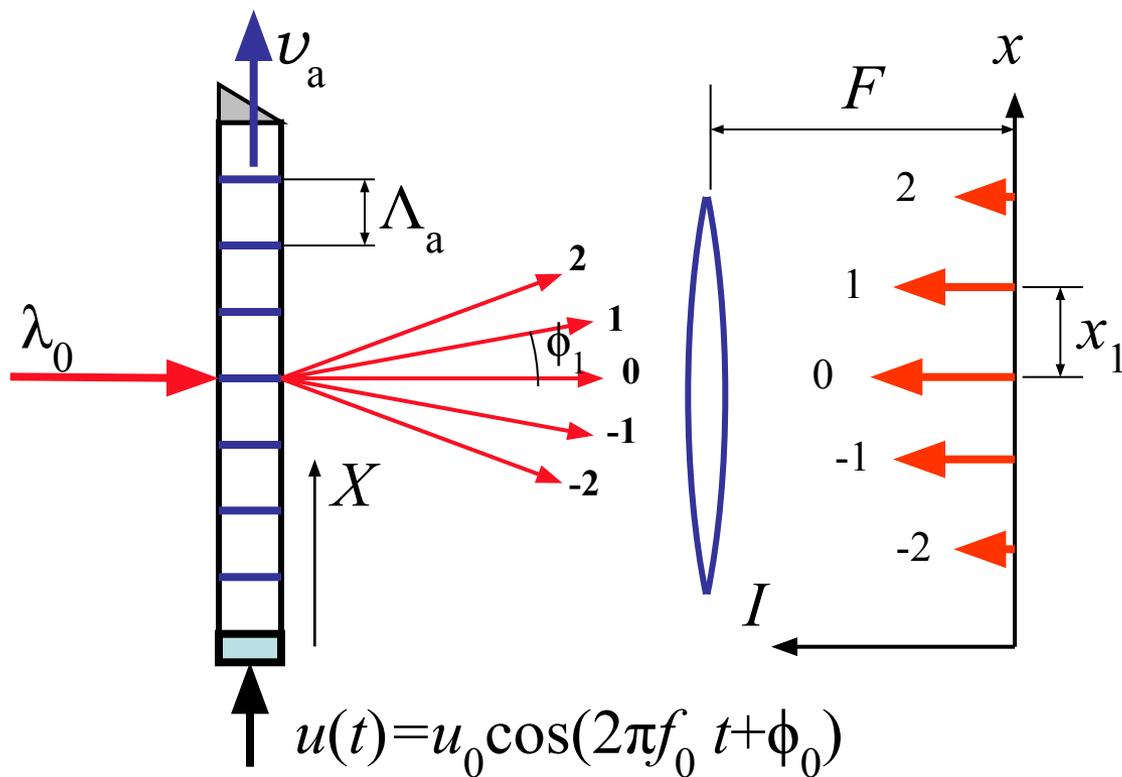


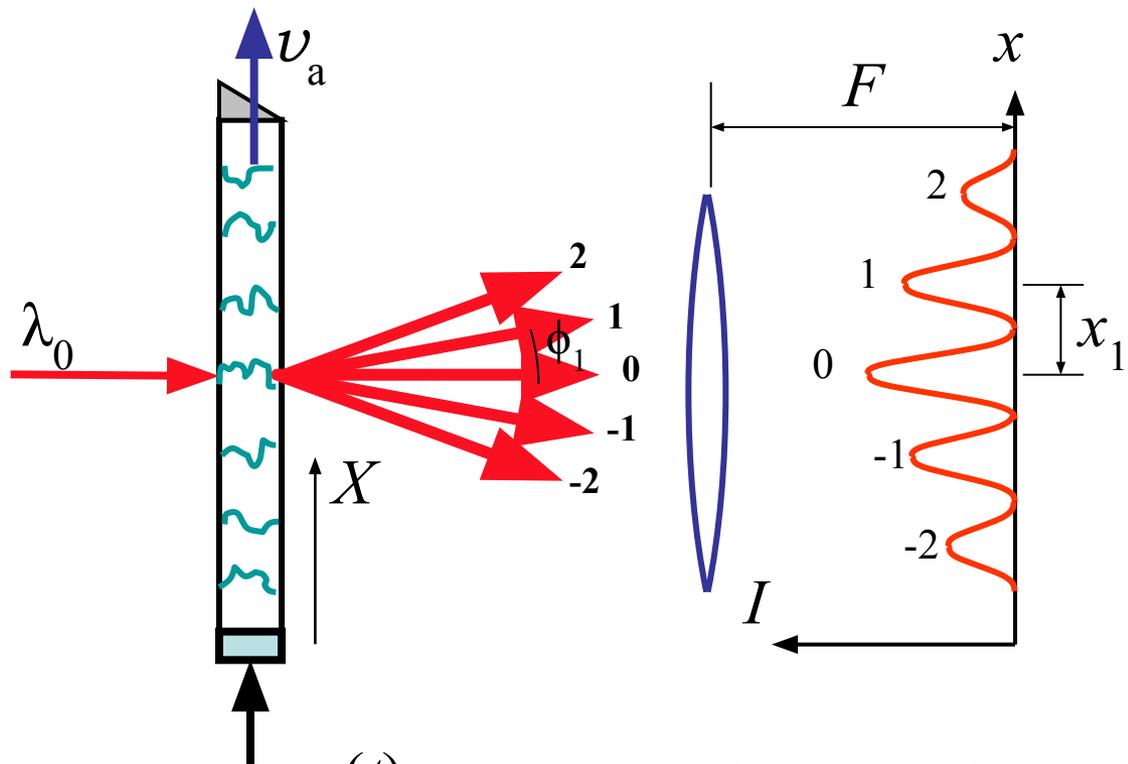
При распространении в ДЛЗ происходит размазывание относительно короткого импульса за счет дисперсии скорости:

Каждая спектральная компонента имеет свой сдвиг:

=> Форма импульса  $z(t)$  подобна форме энергетического спектра  $G(f)$  сигнала  $x(t)$ .

# Акустооптические анализаторы спектра



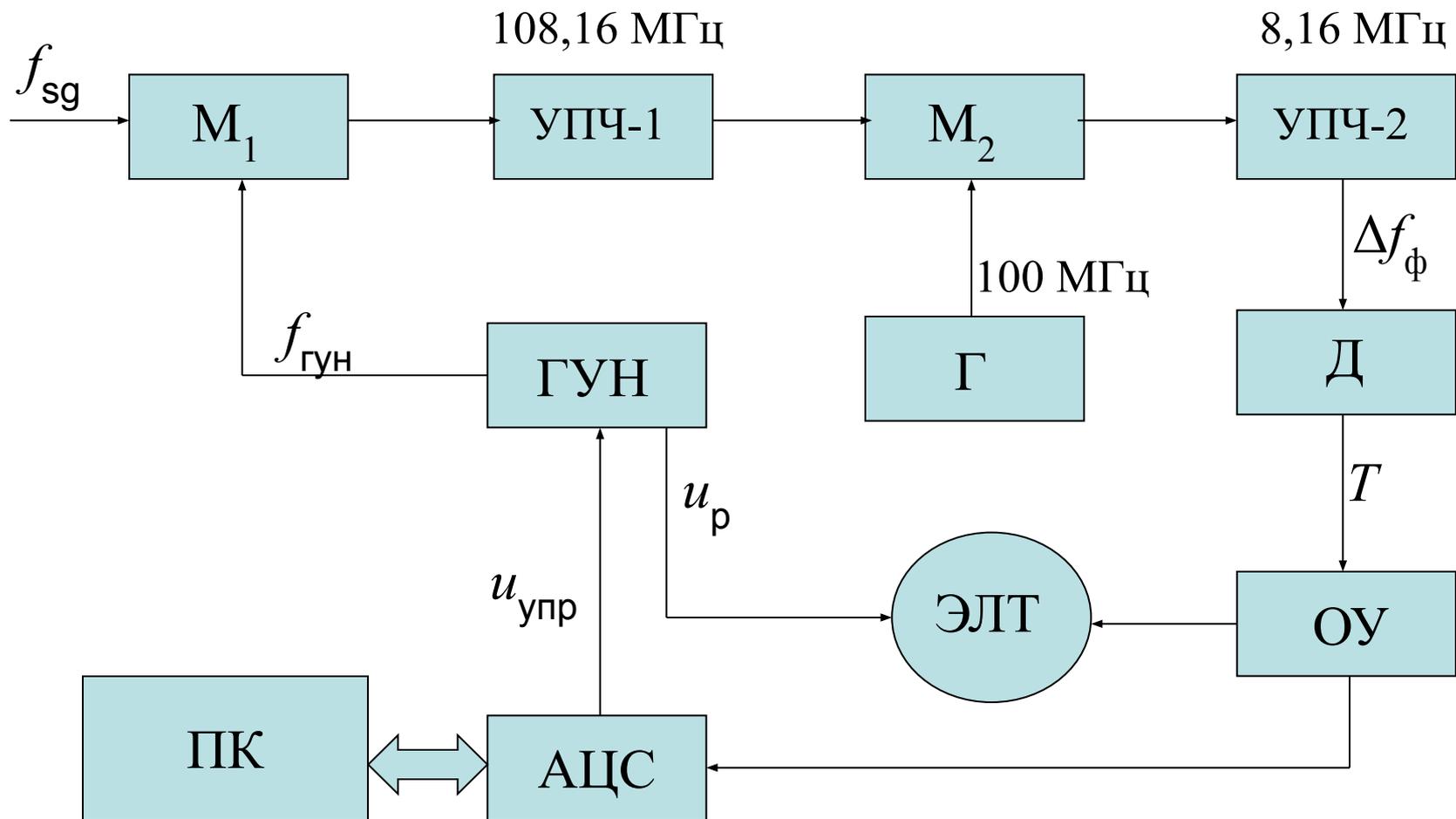


$u(t)$  – узкополосный случайный процесс



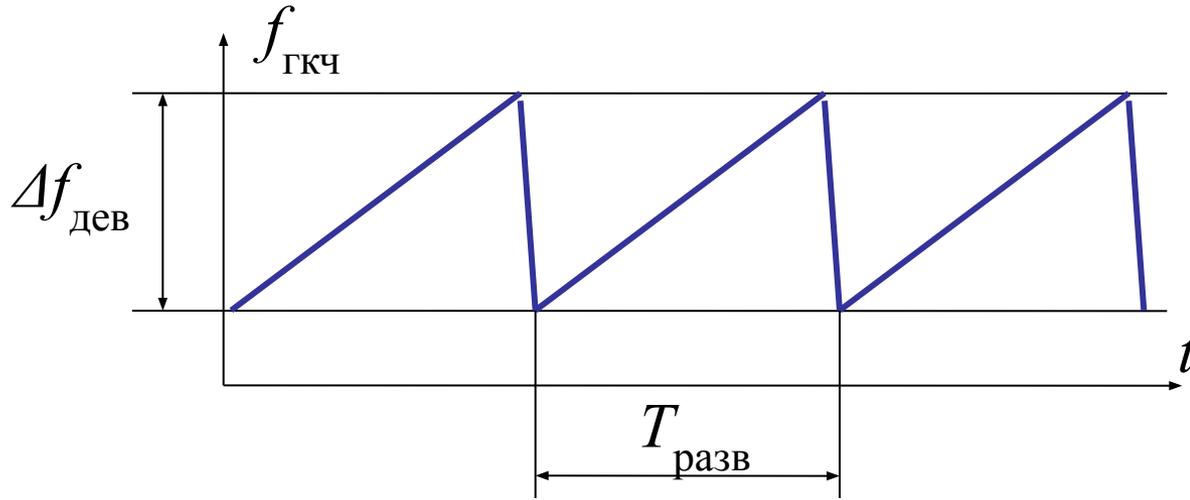
- Примечания:
- Параллельная фильтрация за счет угловой селекции, возведение в квадрат и усреднение => форма распределения интенсивности  $I_1(x)$  подобна энергетическому спектру сигнала  $u(t)$ .
- Схема инверсная по отношению к спектральному оптическому анализу с дифракционной решеткой.
- Если решетка регулярная, а излучение полихроматическое дифракционная картина показывает спектр излучения.
- Если излучение регулярное (лазерное), а решетка случайно-неодородная, картина дифракции дает спектр нерегулярностей решетки – энергетический спектр электрического сигнала питающего УЗМ.

# Панорамный анализатор спектра с компьютерной поддержкой



- Двойное преобразование частоты обеспечивает широкий частотный диапазон и высокую избирательность и чувствительность.
- Фактически это схема радиоприемника супергетеродинного типа.
- Компьютерная поддержка существенно расширяет возможности панорамного анализатора.
- Использование самых совершенных алгоритмов обработки данных.
- Увеличение времени усреднения.

# Работа ГУН в режиме ГКЧ



$$T_{\text{разв}} = 0,02-3 \text{ с}$$

$$\Delta f_{\text{дев}} = 0,02-50 \text{ МГц}$$

# Три режима работы детектора и ОУ

линейный

квадратичный

логарифмический

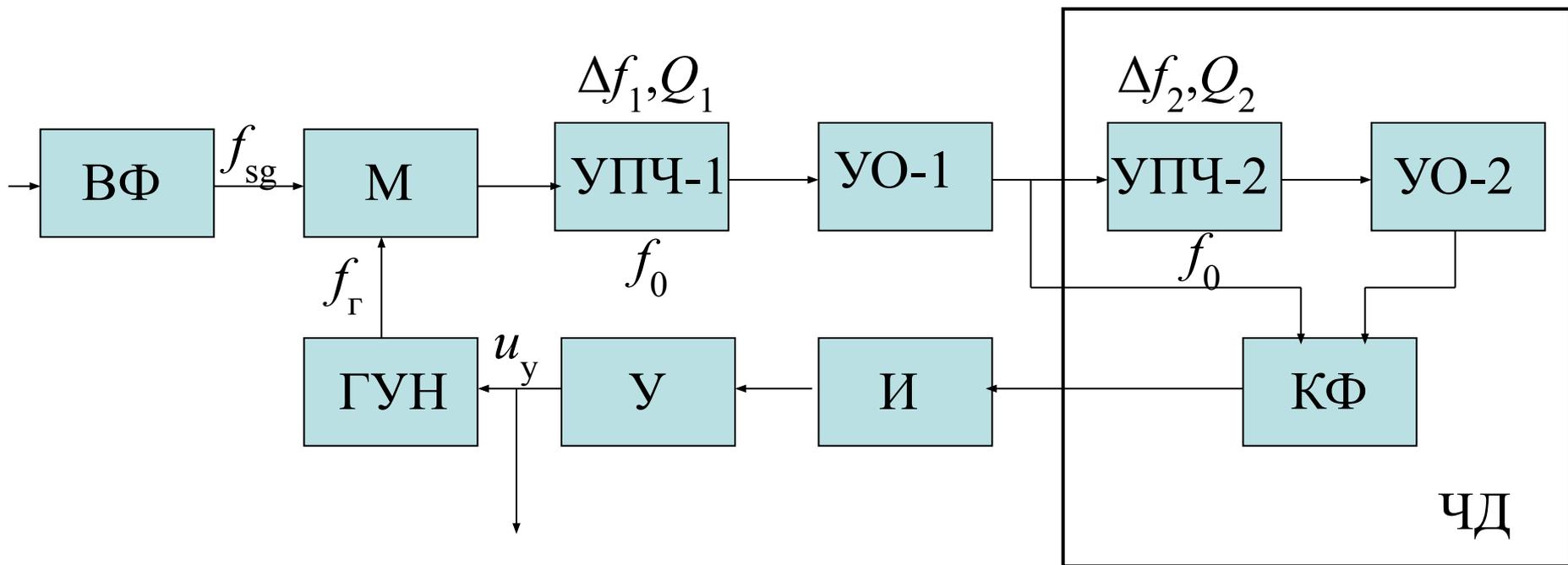
- Полоса УПФ регулируется плавно в диапазоне от 3 до 70 кГц и устанавливается фиксированной 300 кГц.
- Время усреднения можно варьировать в диапазоне от 0,03 до 3 мс.
- Динамический диапазон составляет 60 дБ (1:1000).
- Чувствительность 1 мкВ.

# Параллельный многоканальный спектроанализатор

- У панорамного анализатора последовательного типа низкая эффективность использования информации.
- При параллельном многоканальном анализе гребенкой фильтров этот недостаток устраняется.
- Возникают трудности калибровки, учета или выравнивания чувствительности и избирательности каналов. Дороговизна.

# Процессор сигнала ЛДА следящего типа

## Блок-схема



# Принцип работы следящей системы

- В результате действия обратной связи управляющее напряжение  $u_y$  меняется таким образом, чтобы разность  $f_{\Gamma} - f_{sg}$  оставалась неизменной и равной  $f_0$ .
- Таким образом,  $f_{\Gamma}$  повторяет изменения  $f_{sg}$  и  $u_y$  является аналогом пульсаций скорости в точке измерения.

# Графики сигналов

- На входе



- После ВФ



- После УПЧ-1

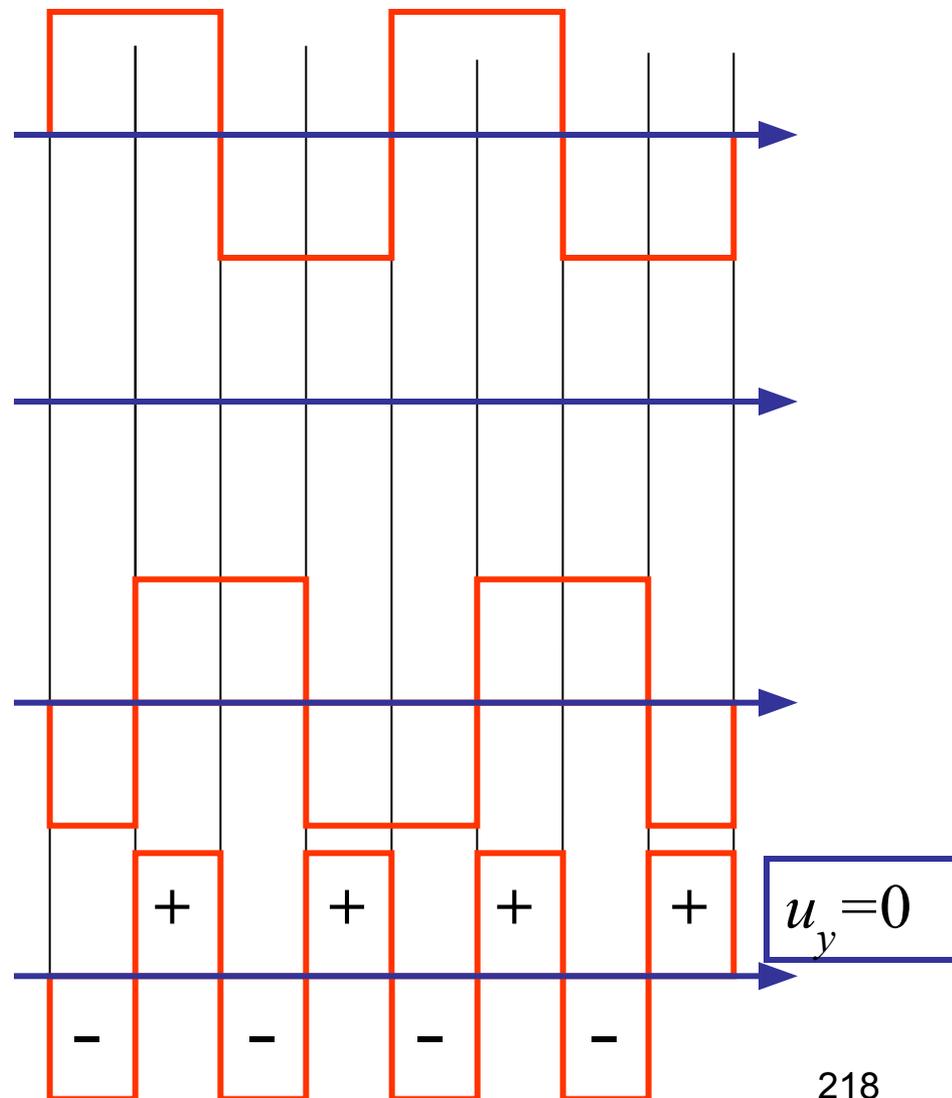


- После УО-1



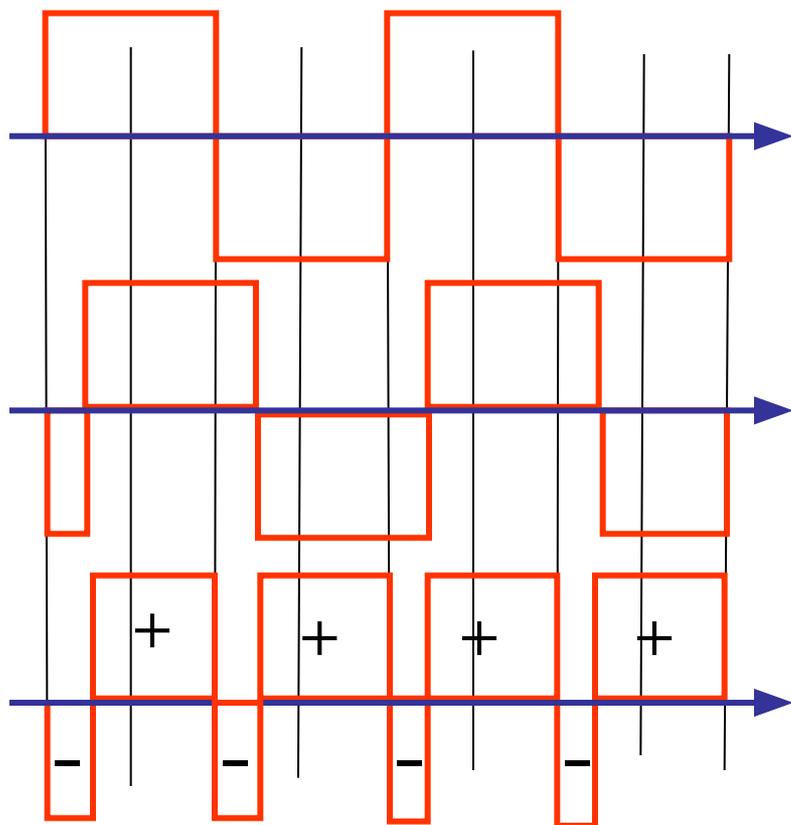
# Графики сигналов в ЧД при $f=f_0$

- После УО-1
- После УПЧ-2
- После УО-2
- На выходе КФ



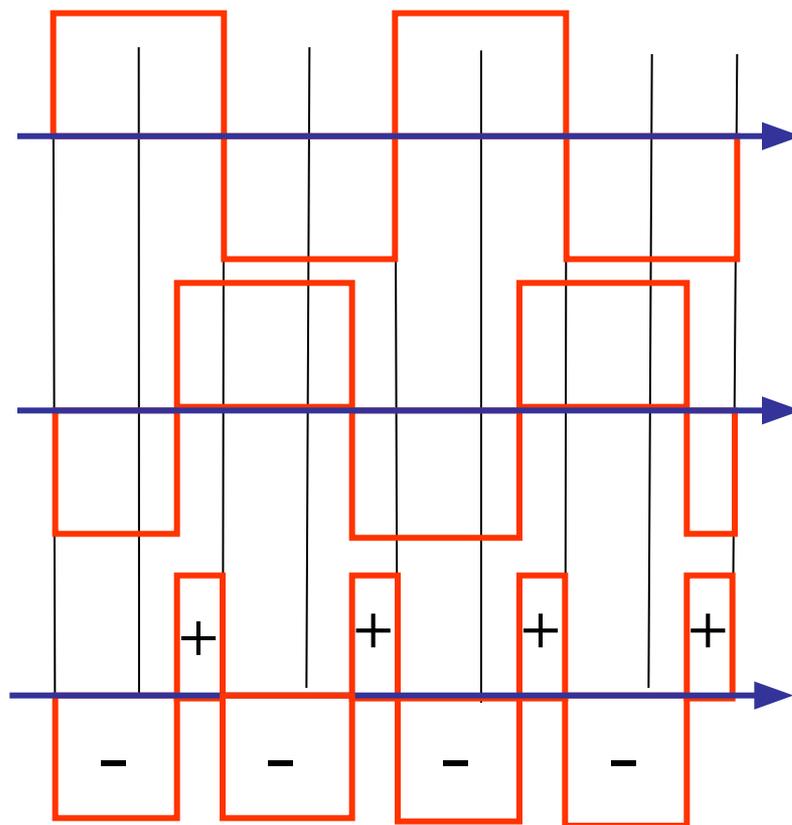
# Графики сигналов в ЧД при $f \neq f_0$

a)  $f < f_0$



a)  $u_y > 0$

b)  $f > f_0$

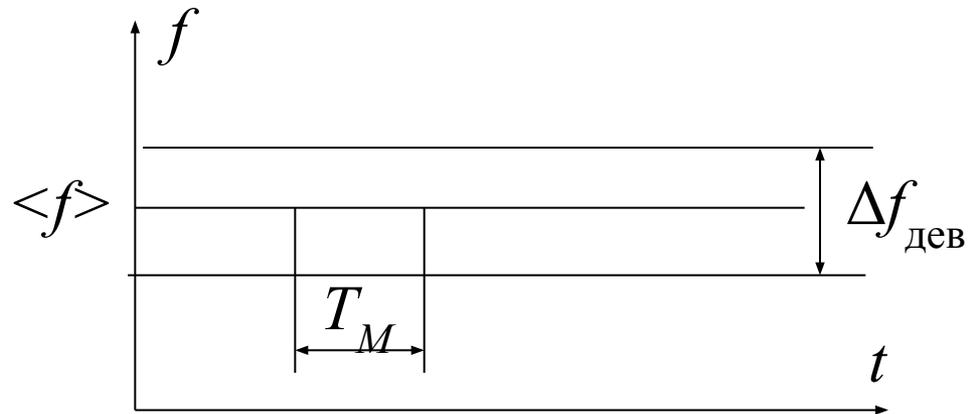


b)  $u_y < 0$

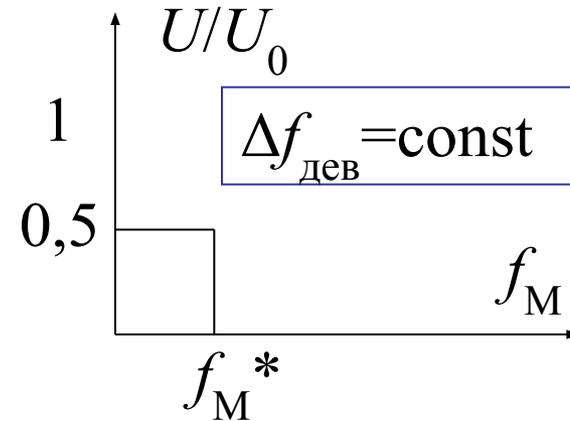
# Особенности следящей системы

- Два режима работы: поиск и слежение.
- В режиме поиска кольцо ОС разорвано и на ГУН подается пилообразное напряжение. Когда уровень сигнала превысит пороговое значение, происходит автоматический переход системы в режим слежения.
- Предусмотрено запоминание на время пропадания сигнала.
- Предусмотрено согласование полосы пропускания УПЧ-2 с полосой сигнала.
- Инерционность (постоянная времени, быстродействие) зависит от коэффициента усиления и добротности УПЧ-1 и УПЧ-2.
- Чем больше усиление и меньше добротность, тем больше быстродействие, но при этом возрастает шум и больше вероятность срыва слежения. На практике приходится идти на компромисс.

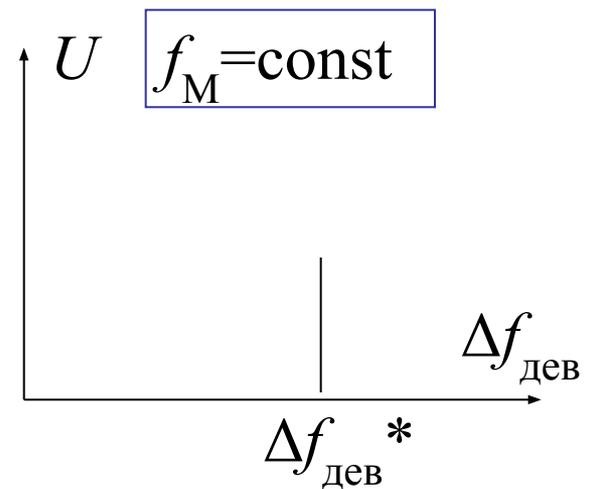
# Тестирование следящей системы с помощью генератора ЧМ-сигналов



- Модуляционная характеристика



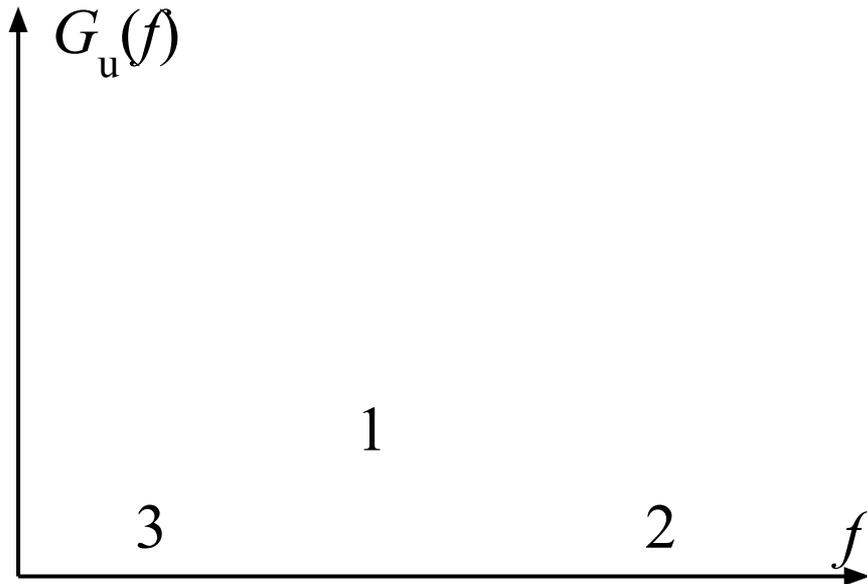
- Девиационная характеристика



# Особенности работы следящей системы

- Работает, в основном, в многочастичном режиме.
- Следит за средней частотой сигнала, которая лишь приблизительно отражает скорость потока из-за фазового шума.
- Фазовый шум связан со сменой ансамбля рассеивателей за время пролета частицы через измерительный объем.
- Чтобы уменьшить влияние фазового шума, приходится увеличивать время усреднения, то есть ограничивать быстродействие системы.

# Парадоксы измерения спектра турбулентных пульсаций с помощью ЛДА со следящей системой



- 1 – результат измерения;
- 2 – истинный энергетический спектр турбулентных пульсаций скорости;
- 3 – энергетический спектр фазового шума.

# Оценка погрешности фазового шума

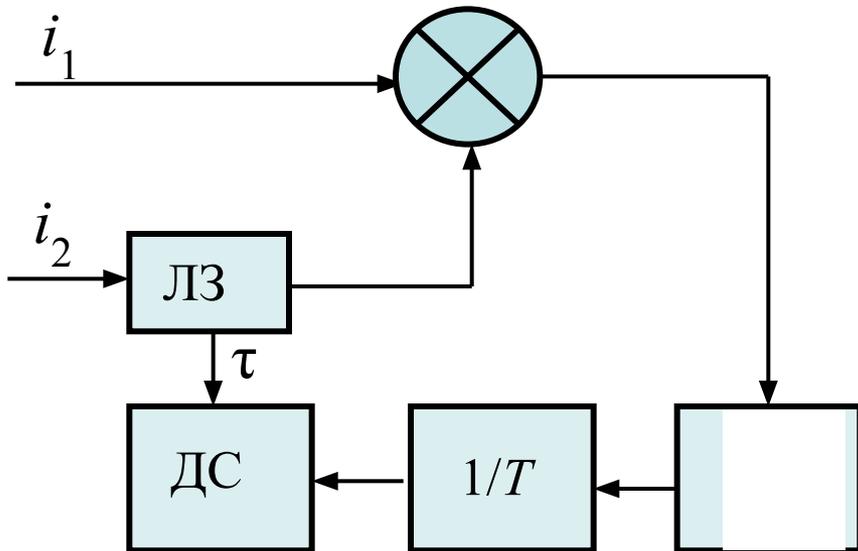
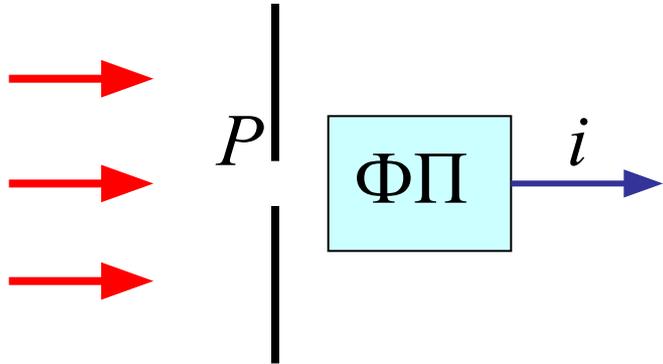
- При увеличении времени усреднения  $T$  погрешность фазового шума становится сколь угодно малой, но при этом уменьшается временное разрешение системы, что при измерении скорости в турбулентных потоках приводит к методическим ошибкам.

# Результирующая погрешность

# Результирующая погрешность

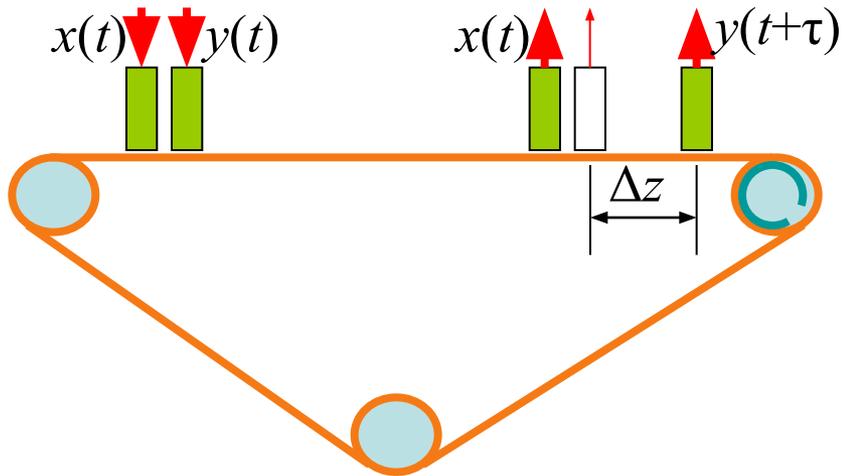
# Погрешность калибровки

# Электронные корреляторы



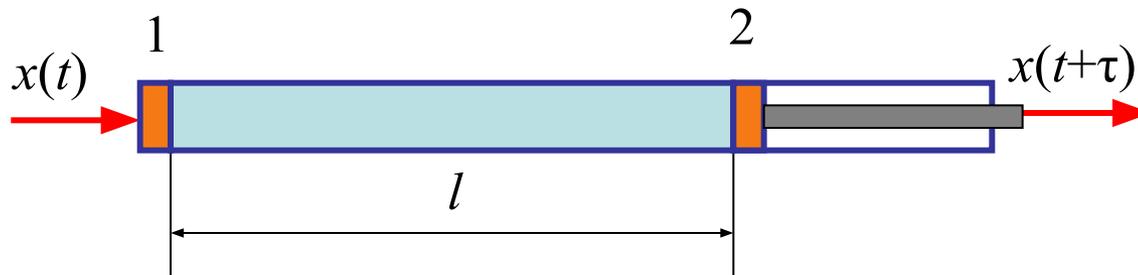
# Линии задержки

Магнитофонная линия задержки (корреллограф)



Частотный диапазон

Акустическая линия задержки



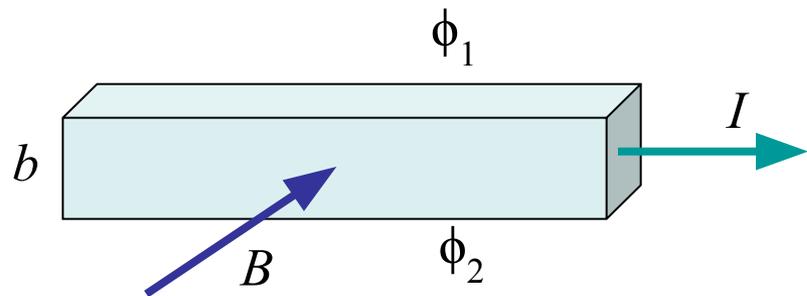
$$u_{\text{возд}} \cong 360 \text{ м/с}; u_{\text{воды}} \cong 1500 \text{ м/с}.$$

# Умножители

## Прямые методы

Использование ваттметра:

Использование эффекта Холла:



## Косвенные методы

Использование логарифмического усилителя:

Использование сумматоров и квадраторов:

# Осциллографический метод измерения двумерной ПВ

- Яркость свечения экрана в данной точке определяется относительным временем пребывания электронного луча в этой точке.
- Таким образом распределение яркости на экране соответствует распределению совместной плотности вероятности процессов поданных на пластины вертикального и горизонтального отклонения.

# Цифровые методы



Квантование по уровню

Дискретизация по времени

1

2

Теорема Котельникова о дискретном представлении процессов

$T$  – длина реализации,  $B$  – полоса частот,  $N$  – число отсчетов.

Временное разрешение

Спектральное разрешение

3

4

5

# Оценка шума квантования АЦП

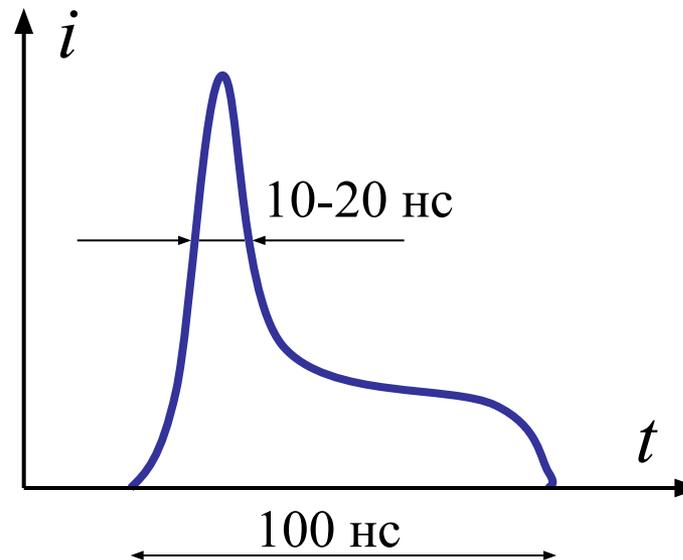
При 8-битовом преобразовании (8-разрядный АЦП) =>

- После аналого-цифрового преобразования сигналов для оценки статистических характеристик процессов, таких как ПВ, ХФ, КФ, СП и др. можно использовать стандартные программы.
- В среде Mathcad удобно использовать программы быстрого преобразования Фурье: CFFT, cfft, FFT, fft, ICFFT, icfft, IFFT, ifft.

# Фотонный коррелятор

- Созданию фотонных корреляторов способствовали два фактора:
- а) прогресс технологии в изготовлении ФЭУ с высокой чувствительностью и быстродействием;
- б) достижения в технологии изготовления интегральных схем (скорость обработки  $10^9$  бит/с).

Структура одноэлектронного импульса на выходе ФЭУ



# Одночастичный сигнал ЛДА

# Принцип действия простейшего фотонного коррелятора

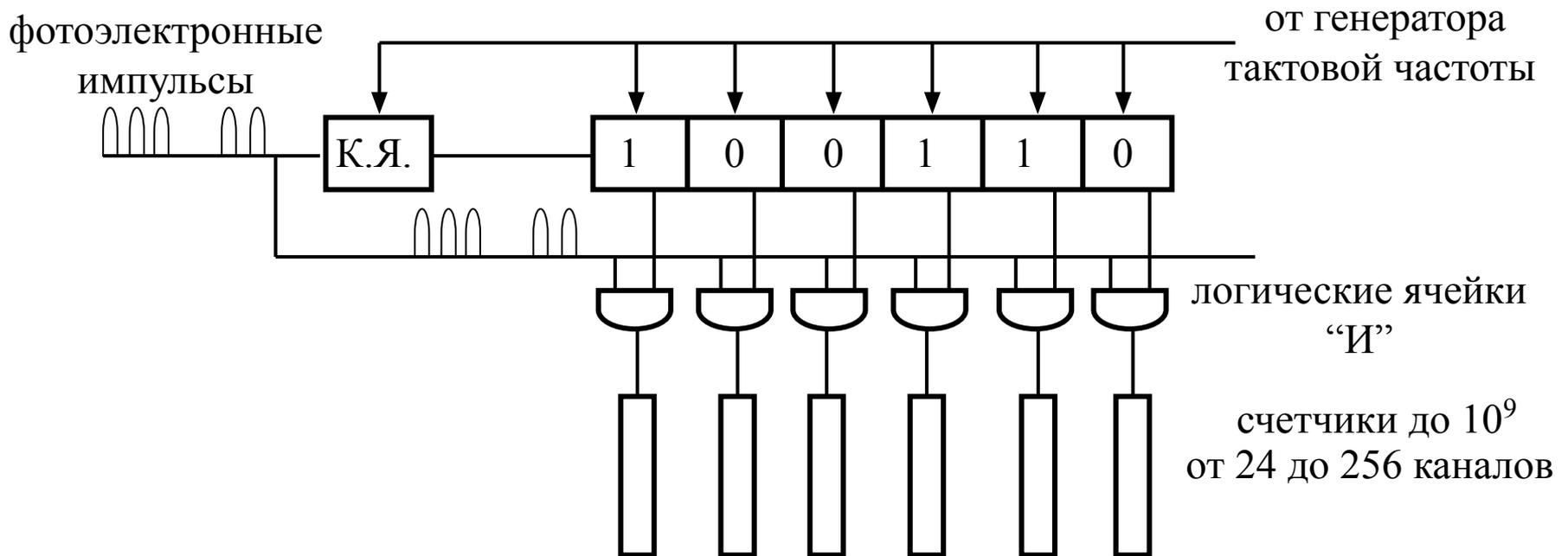
(\*)

- Прореживание – счет двойками, тройками и т.д.
- Вычитание фона ( $n' \rightarrow n$ ).
- Более грубая однобитовая редукция используется для сдвигового отсчета – клиппирование (привязка по уровню):



(\*\*)

# Блок-схема однобитового фотонного коррелятора



- Каждый импульс задающего генератора перебрасывает содержимое (0 или 1) из клиппирующей ячейки (К.Я.) в 1-ый регистр, содержимое 1-го регистра во 2-ой регистр и т.д.
- Импульсы проходят на счетчик, если в регистре 1.

- Алгоритм (\*\*) позволяет заменить операцию умножения на логическую операцию “И”, что значительно увеличивает быстродействие.
- Диапазон работоспособности по интенсивности  $10^4$ - $10^8$  ф/с. Снизу ограничение связано с шумовыми фотоотсчетами, сверху – параметрами одноэлектронного импульса и конечным временем его обработки (мертвое время).
- Области применения: звездная интерферометрия, лазерная диагностика турбулентности, медико-биологические исследования движения микроорганизмов и др.

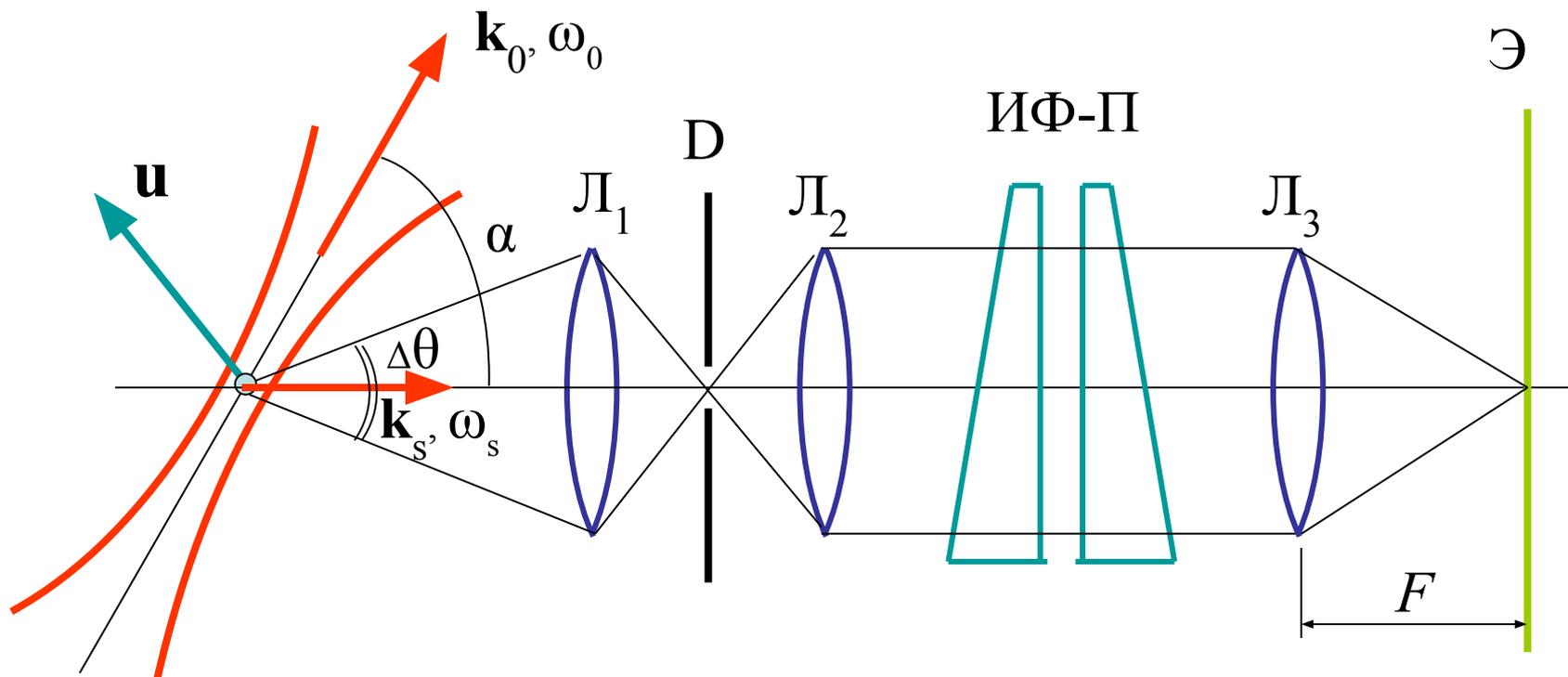
Пример фотон-корреляционных измерений сигнала ЛДА

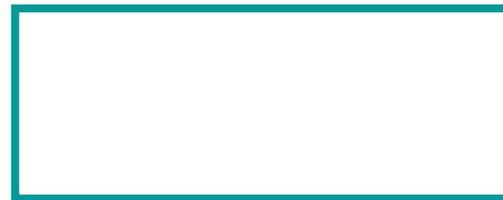
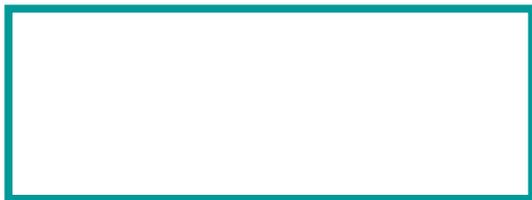
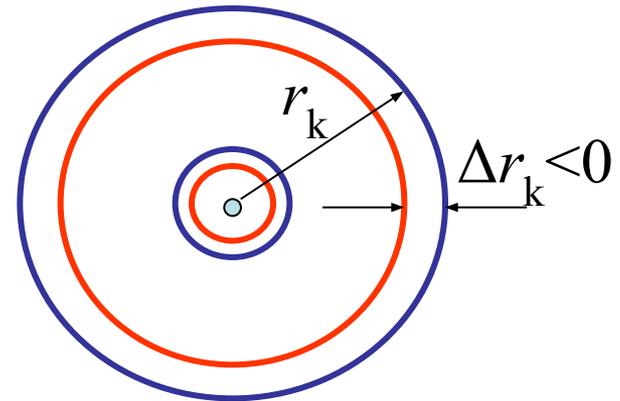
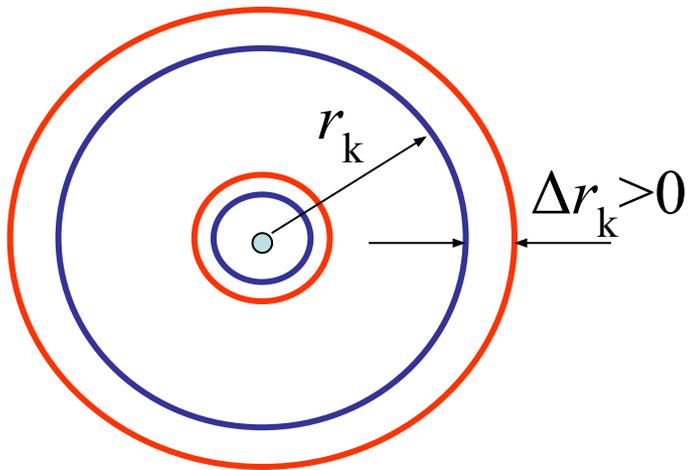
Поток с низкой степенью  
турбулентности

Поток с высокой степенью  
турбулентности

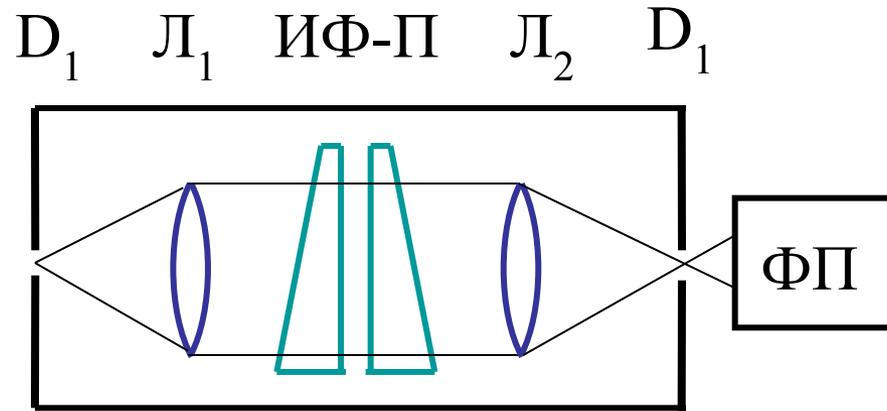
# Использование оптического спектрального анализа

## Гипотететическая схема



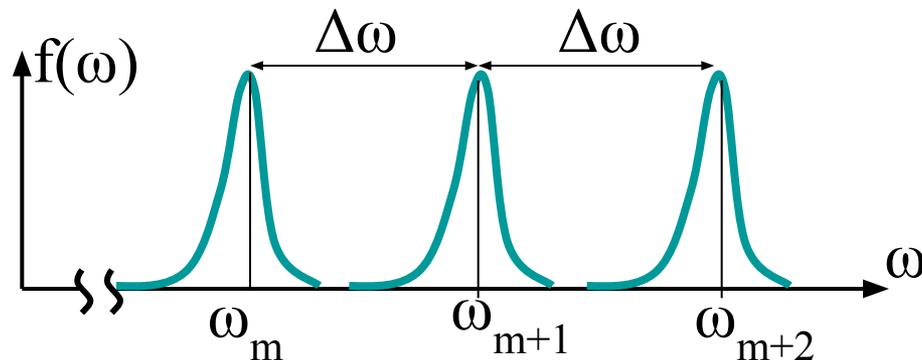


# Интерферометр Ф-П как оптический фильтр



Используется центральное пятно с максимальной концентрацией энергии.

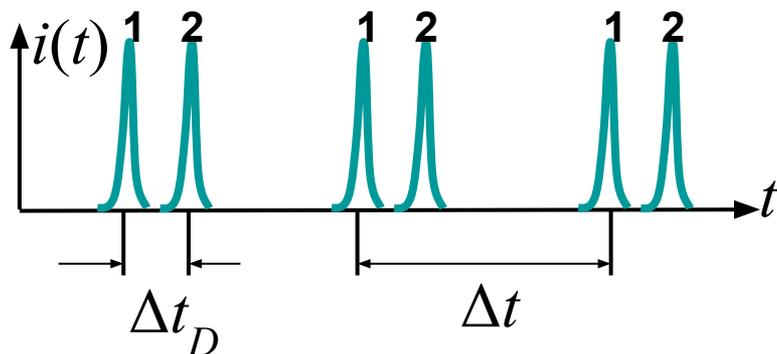
$f(\omega)$  — частотная характеристика интерферометра — коэффициент пропускания оптического фильтра.  
При высокой добротности:



$T$  — коэффициент пропускания,  
 $R$  — коэффициент отражения

# Использование интерферометра Фабри-Перо, сканируемого давлением воздуха, в ЛДА с дифференциальной оптической схемой

- ИФ-П помещается в барокамеру с повышенным давлением воздуха. Воздух медленно стравливается. Давление плавно уменьшается по линейному закону. Показатель преломления воздуха уменьшается по линейному закону.
- Если в таком режиме на входе поступает световой поток от дифференциального ЛДА с частотами  $\nu_{s1}$  и  $\nu_{s2}$  ( $\nu_{s1} - \nu_{s2} = \Delta\nu_D$ ), фототок на выходе будет меняться в соответствии частотной характеристикой ИФ-П:



Очевидно, что

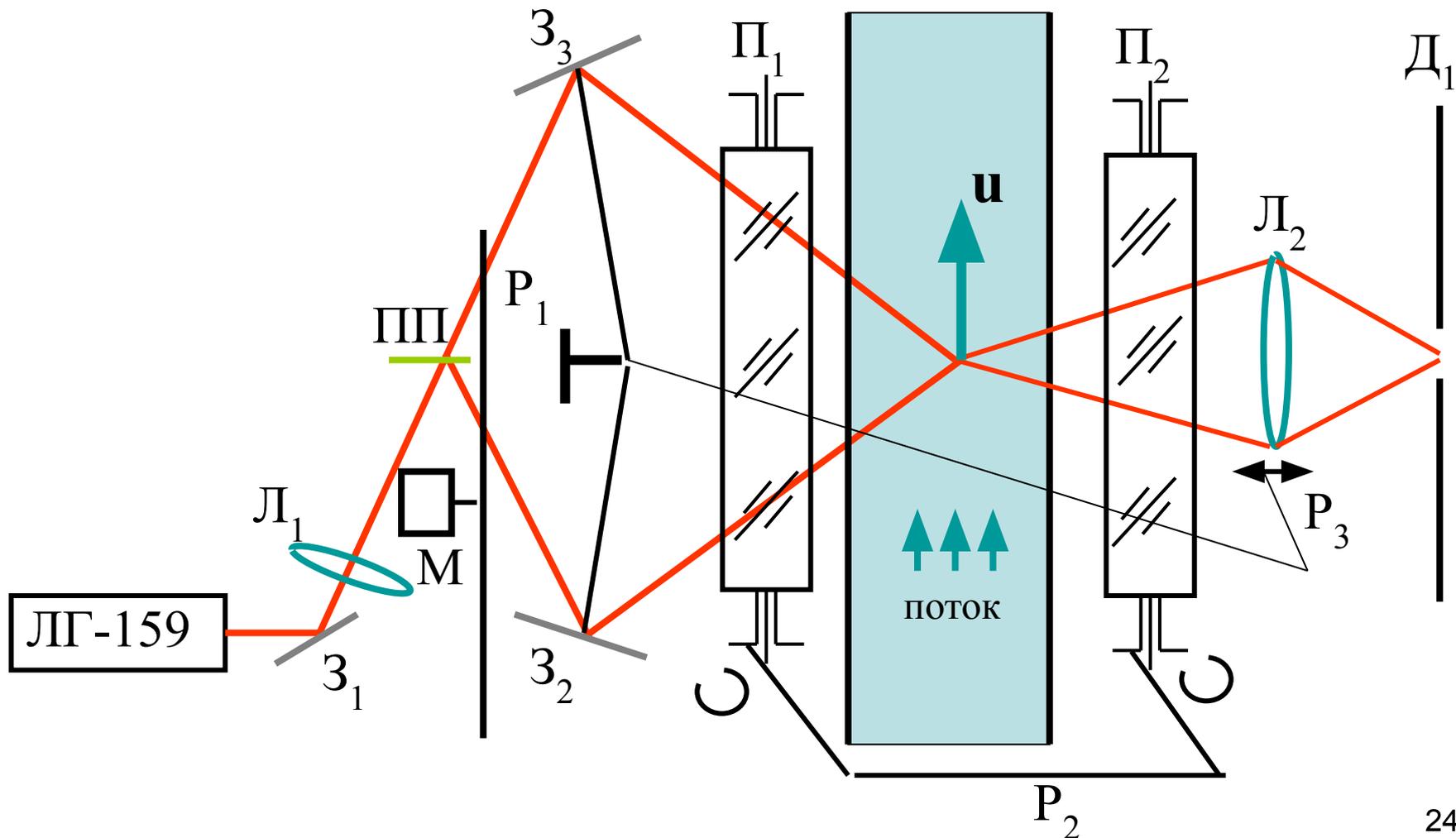
где

- область дисперсии.

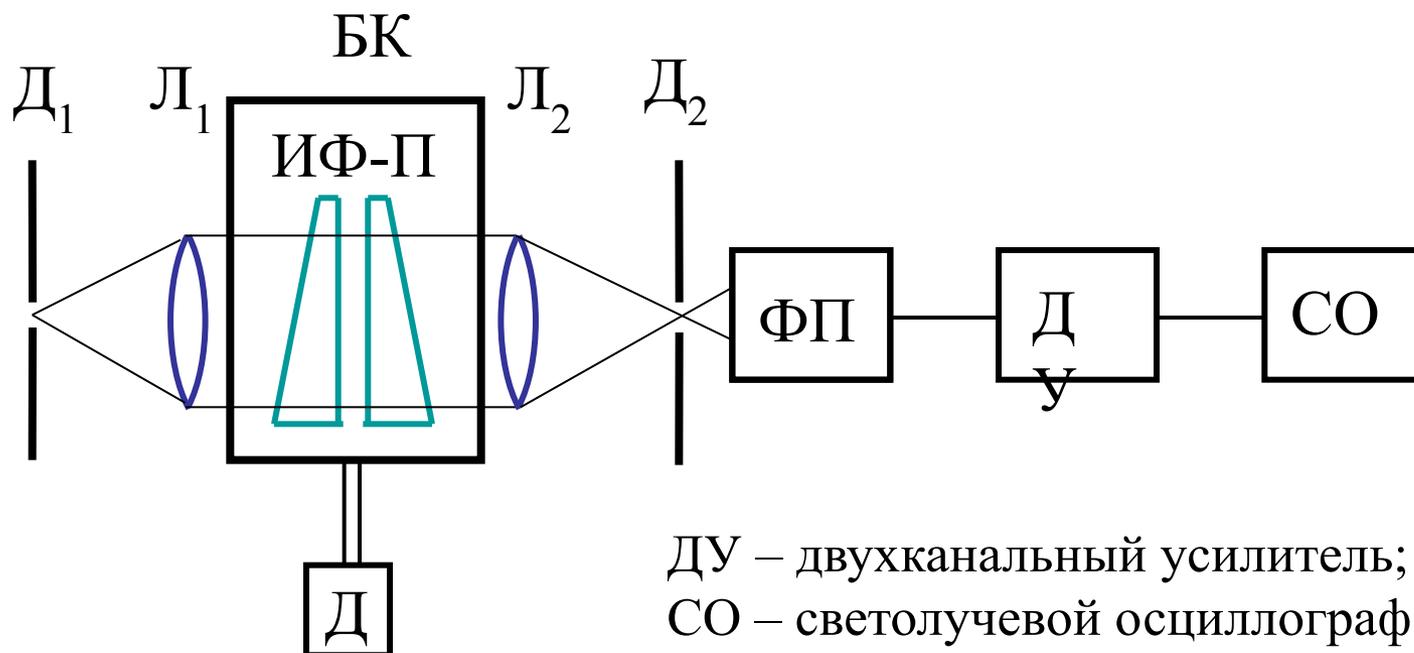
Поэтому, оценку доплеровского сдвига частоты можно производить по простой формуле:



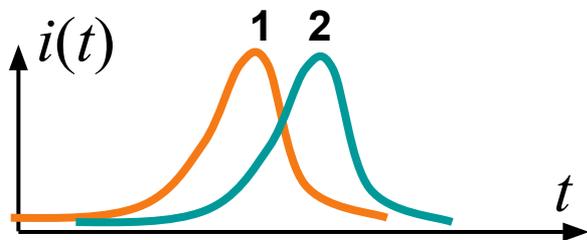
# Оптико-механическая сканирующая СФЗИ-ПОС (ЛДА для исследований сверхзвуковых потоков в аэродинамических трубах)



# Система обработки сигнала



Вид сигналов на экране СО



Особенности обработки:  
синхронное детектирование,  
раздельное наблюдение,  
сверхразрешение.

## Некоторые технические характеристики ЛДА

Диапазон по скорости: 5-5000 м/с

Диапазоны сканирования:

±250 мм (вдоль оси ЛДА)

±15 мм (перпендикулярно оси ЛДА)

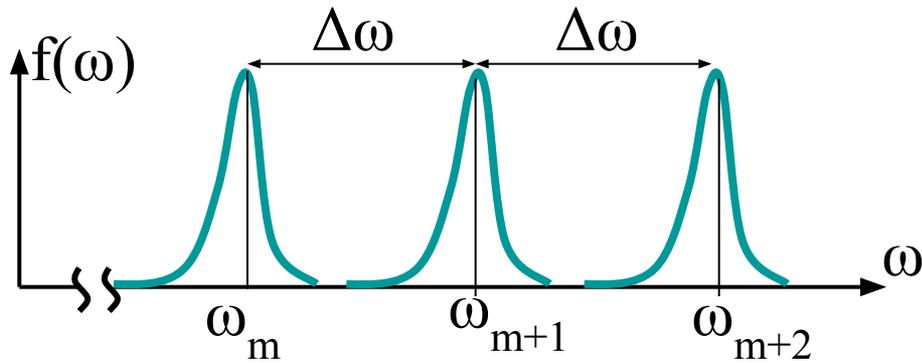
Лазер ЛГ-159: гелий-неоновый, одночастотный,  
мощность 5 мВт, длина волны 0,6328 мкм.

Частоты модуляции:

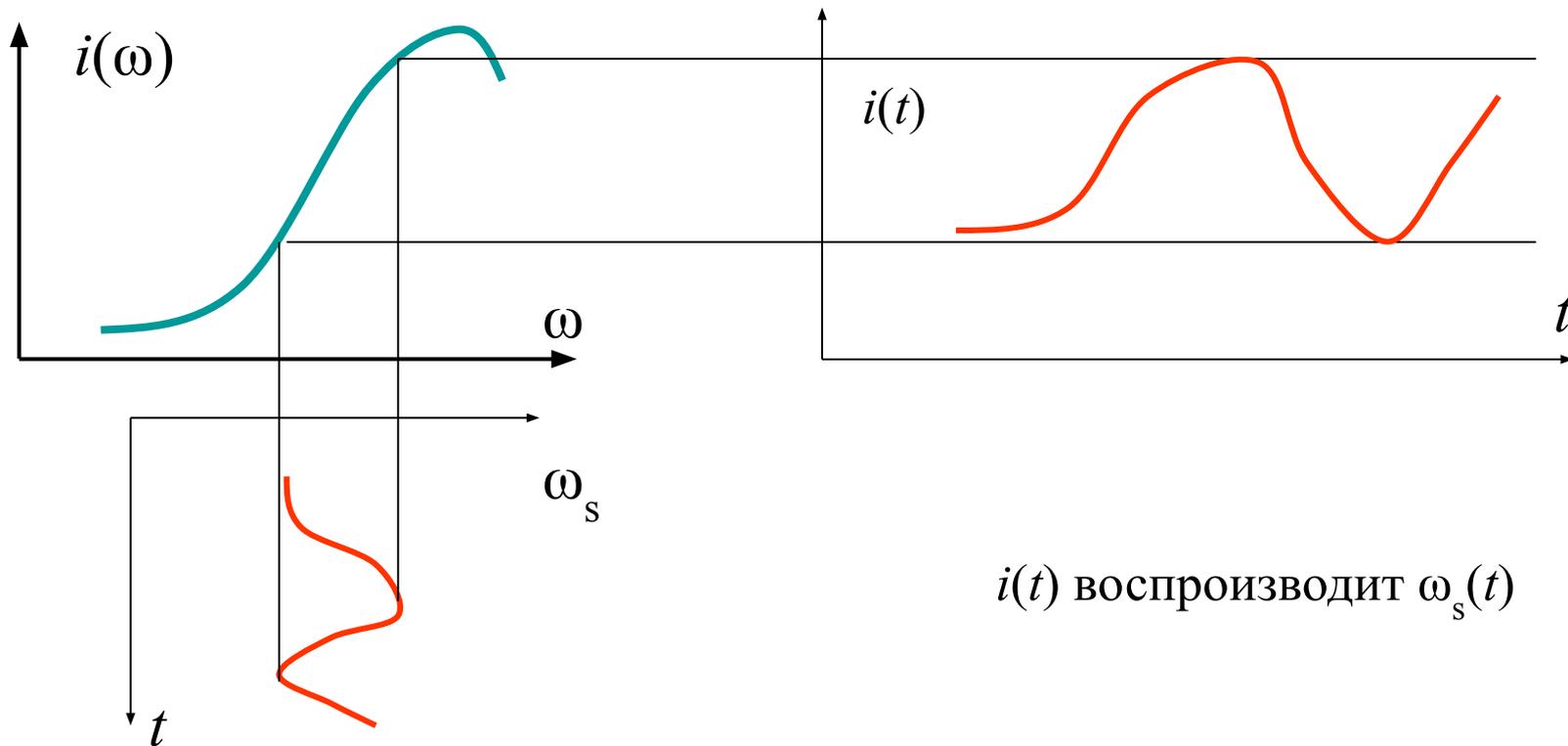
$f_1=459$  Гц – 1ый луч,

$f_2=1065$  Гц – 2ой луч.

# Использование интерферометра Фабри-Перо для частотной демодуляции.

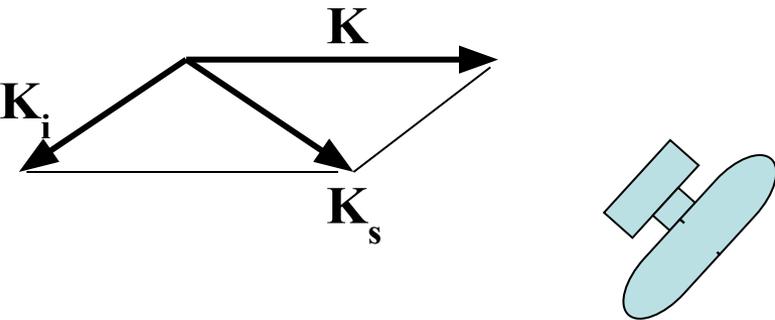
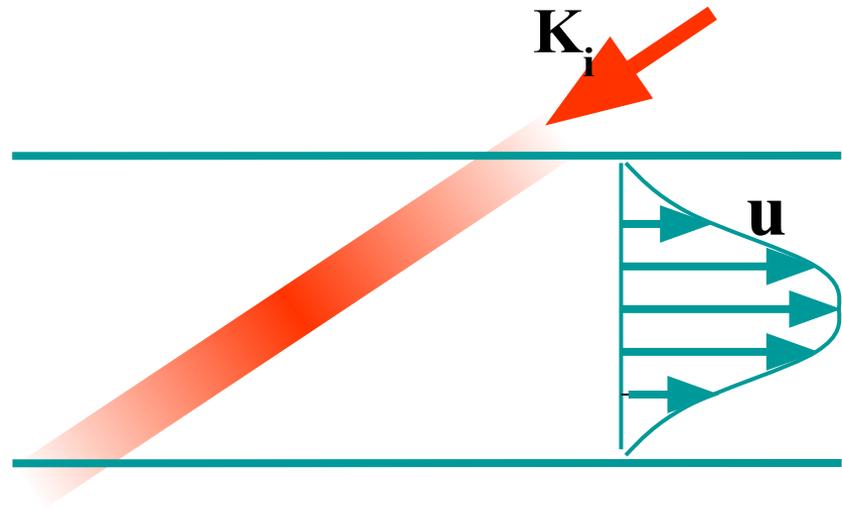
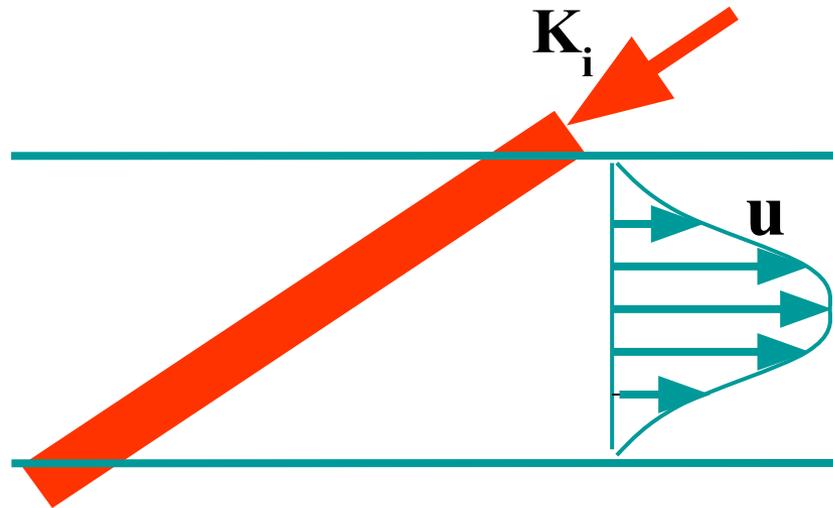


Выбираем рабочую точку на склоне одного из пиков.



$i(t)$  воспроизводит  $\omega_s(t)$

# Использование интерферометра Фабри-Перо для визуализации поля скорости



Обычное фото вдоль  $K_s$

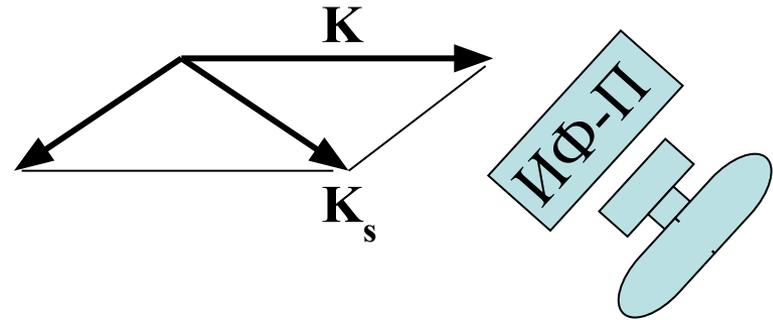
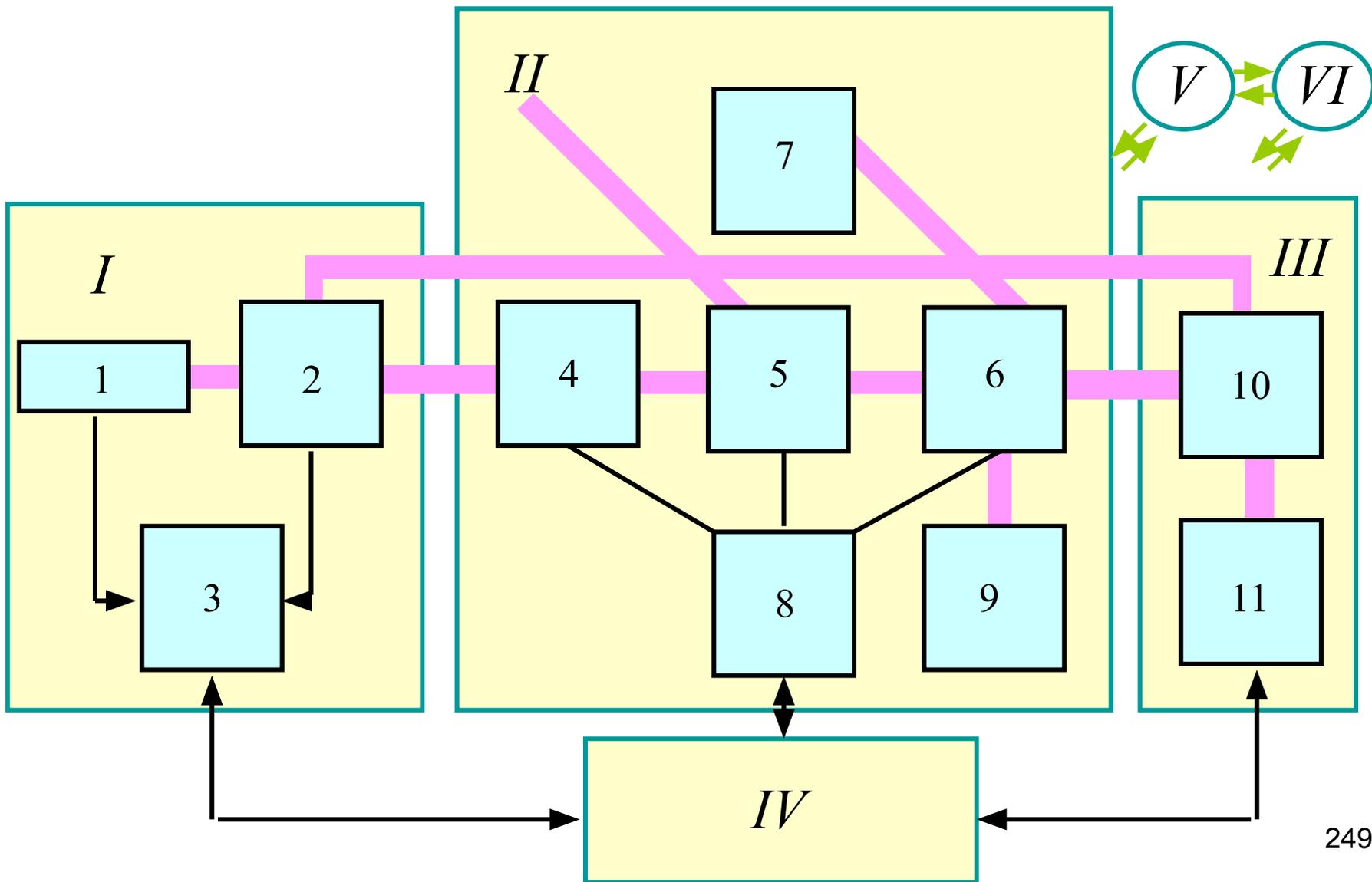


Фото вдоль  $K_s$  через ИФ-П

(Выбираем рабочую точку на склоне одного из пиков частотной характеристики ИФ-П)

# Обобщенная структурная схема ЛИС



- *I* — измерительный генератор, формирующий зондирующее излучение с заданными и контролируруемыми характеристиками;
- *II* — канал распространения и взаимодействия излучения с объектом исследования;
- *III* — средство измерения параметров сигнального излучения на выходе канала взаимодействия;
- *IV* — система обработки информации и управления процессом измерений.
- К названным четырем структурным единицам при анализе погрешностей следует добавить еще две, непосредственно не входящие в систему, но определяющие точность результата измерения: блок *V* отображает исследователя, проводящего измерения, а блок *VI* — внешние факторы, не учтенные другими структурными единицами.

- Измерительный генератор  $I$  состоит из метрологического лазера 1, системы формирования зондирующего излучения 2 и аппаратуры контроля и управления 3 параметрами метрологического лазера и оптической системы 2.
- Канал взаимодействия  $II$  включает в себя исследуемый облучаемый объект или объект, оптические характеристики которого функционально связаны с измеряемым параметром исследуемого объекта 5, среды распространения зондирующего 4 и сигнального излучений 6, посторонние облучаемые объекты 7, источники фонового излучения 8, аппаратуру контроля и управления 9 параметрами канала взаимодействия.

- Средство измерения параметров сигнального излучения *III* состоит из входной согласующей оптики 10 и блока первичных и вторичных измерительных преобразователей 11.
- Первичный измерительный преобразователь трансформирует оптический сигнал в электрический и может функционировать в двух основных режимах: в режиме прямого фотодетектирования, когда на вход воздействует только сигнальное излучение, и в режиме фотогетеродинамирования, когда осуществляется фотосмещение сигнального излучения с опорным излучением измерительного генератора.
- В режиме фотогетеродинамирования блок 10 служит для согласования сигнальной и опорной волн.
- Вторичные измерительные преобразователи служат для согласования первичных сигналов с системой обработки измерений.

# Классификация погрешностей

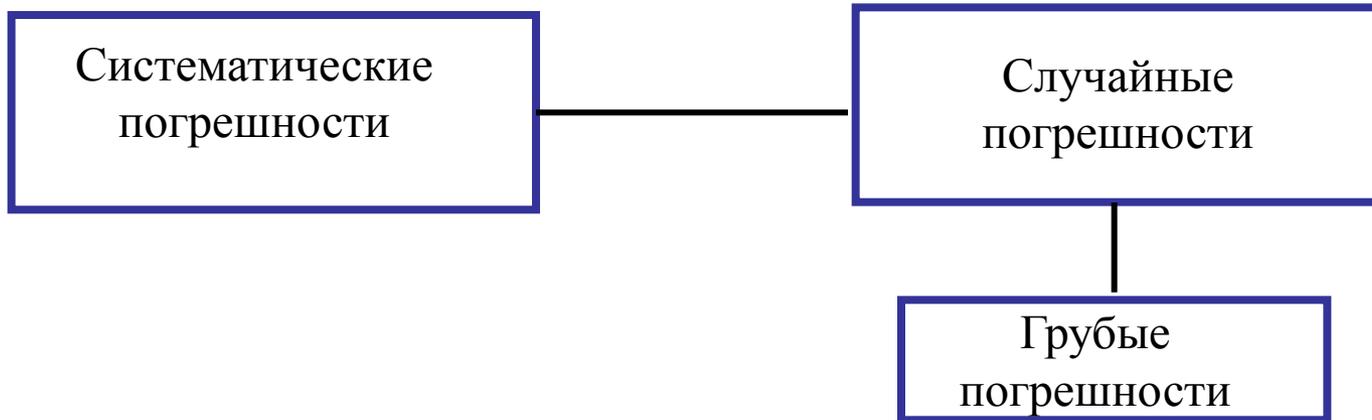
- Классификация погрешностей ЛИС по происхождению



- Инструментальная погрешность связана с несовершенством изготовления элементов ЛИС и определяется уровнем технологии. Примерами инструментальных погрешностей могут служить погрешность обработки оптических поверхностей, погрешность нанесения делений, люфты механических частей приборов, отклонения параметров элементов электрических схем от номиналов и т. д.
- Особую важность в современных ЛИС имеют методические погрешности или погрешности модели. Эти погрешности связаны с приближенностью физической модели процесса измерений, положенной в основу измерения параметров объекта, Ока имеет составляющие, связанные с приближенностью представления об объекте, о свойствах зондирующего излучения, приближенностью описания реального характера взаимодействия излучения с объектом, не учетом всей совокупности сложных явлений, определяющих работу любого из элементов ЛИС.
- Например, при измерении скорости воздушного потока использование модели сплошной среды сопряжено с ошибкой из-за броуновского движения рассеивателей.
- Использование для зондирующего излучения модели плоской монохроматической волны связано с ошибкой из-за реальной кривизны волновых фронтов лазерных пучков и их частичной когерентностью. Использование более совершенной модели гауссова пучка ограничено абберрациями оптических элементов и т. д.

- К методическим относятся погрешности, обусловленные приближенностью принятого метода нахождения конечного результата, используемого в алгоритме, и имеющие место при отсутствии помех; погрешности измерения первичной информации из-за нестабильности характеристик первичных преобразователей, шумов усилителей, наводок в каналах связи; погрешности, обусловленные переходом к цифровой форме обработки (динамические погрешности АЦП, ошибки квантования сигнала по времени и по уровню, нестабильность шага квантования и т. д.); ошибки округления при вычислениях, аппроксимации, используемые в алгоритмах вычислений, погрешности, связанные с конечностью разрядной сетки ЭВМ, методом вычисления стандартных функции.
- Грубая погрешность модели, связанная с отнесением измерения параметров постороннего объекта к исследуемому объекту, называется ошибкой классификации. Например, в лазерной доплеровской анемометрии процессоры иногда срабатывают не по доплеровскому сигналу, а по различным узкополосным наводкам, возникающим, если измерительные сети плохо экранированы. При этом возможна ошибка классификации, когда за доплеровский сдвиг может быть принята несущая частота одной из радиостанций.

# Классификация погрешностей ЛИС по характеру

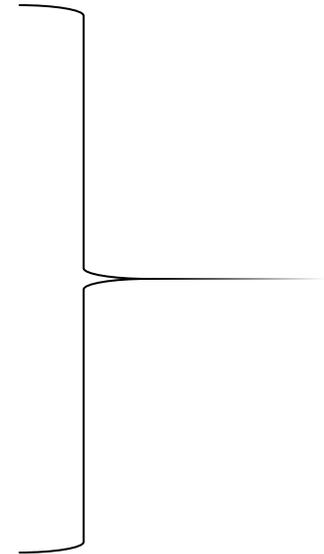


- Систематической называют погрешность измерения, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины.
- Она выражает существенные связи, возникающие в процессе измерений или в процессе их обработки и воспроизводится всякий раз при создании определенных условий.
- Систематические погрешности выявляются в результате детальных исследований физических явлений, лежащих в основе измерений, и при измерении одной и той же величины принципиально различными методами (разными экспериментаторами, в разных лабораториях).
- Для выявления изменяющихся систематических погрешностей используются статистические методы, в частности корреляционный и регрессионный анализ.

- Случайной погрешностью называют погрешность, которая изменяется случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Она отражает менее существенные связи и ее невозможно в точности воспроизвести, создавая те или иные условия наблюдений.
- Частный вид случайной ошибки, когда эта ошибка намного превосходит номинальные характеристики погрешности измерительной системы, называют грубой ошибкой. Обычно грубая ошибка связана с поломкой, неисправностью, резким нарушением условий эксперимента, грубым просчетом обслуживающего персонала. Грубые погрешности следует исключать из результатов измерений. Для этого существуют специальные статистические критерии объективной браковки данных.

- Деление ошибок по происхождению носит условный характер. Например, включив в канал взаимодействия *II* среду распространения излучения, влияние среды на параметры зондирующей волны мы должны отнести к ошибке модели. В то же время, если вынести среду во внешние факторы *VI*, то та же ошибка будет считаться внешней. Ошибки, связанные с настройкой аппаратуры, можно считать как личными, так и инструментальными и т. д.
- Неопределенный характер имеет и граница между систематическими и случайными ошибками. Если какой-нибудь фактор действует на протяжении всего интервала измерений, то ошибку, вызванную действием этого фактора, следует считать систематической. Если тот же фактор действует прерывисто в течение коротких интервалов, общая длительность которых мала по сравнению с интервалом измерений, то ее следует считать случайной. Все зависит от конкретного содержания и интерпретации условий эксперимента.

# Фундаментальная система уравнений измерений



- Представленная система уравнений называется фундаментальной системой уравнений измерений. Она является основным объектом исследования в параметрической теории информации и может быть компактно записана в символической векторной форме:



# Основы параметрической теории информации

- $n$ -мерный вектор результатов измерений;
- $m$ -мерный вектор определяемых параметров;
- $n$ -мерный вектор моделей;
- $n$ -мерный вектор погрешностей.

- Типичная задача лазерной диагностики состоит в том, чтобы оценить параметры электрических сигналов на выходе фотоэлектрического преобразователя лазерной измерительной системы, которые в свою очередь непосредственно или косвенным образом связаны с параметрами исследуемого физического процесса.

- Фундаментальная система уравнений измерений всегда является недоопределенной. Она содержит  $n$  уравнений, в которых имеется  $n+m$  неизвестных.
- Не имеет решения в классическом математическом понимании.
- Решается только в статистическом смысле. Подбираются наилучшие по определенным критериям оценки неизвестных параметров.
- Статистическое решение определяется видом моделей и статистикой погрешностей.
- Примеры:
  - измерение параметров лазерного пучка;
  - измерение параметров турбулентности;
  - измерение параметров интерференционной картины.

# Статистика погрешностей

- Центральная предельная теорема теории вероятностей указывает на то, что во многих практических ситуациях распределение вероятности погрешностей является нормальным и описывается гауссовой функцией:

- Законы распределения погрешностей можно обосновывать и с помощью принципа максимума **информационной энтропии** (неопределенности) результатов в условиях конкретного эксперимента.

## Информационная энтропия

- Решается вариационная задача нахождения экстремума (максимума) функционала  $S$  при заданных условиях, накладываемых на  $w(x)$ .

При стандартных условиях:

экстремум информационной энтропии достигается в случае **нормального распределения**

В случае, когда точность измерений меняется случайным образом в процессе эксперимента можно отбросить условие 4) и положить:

В этом случае принцип максимума информационной энтропии дает **лапласовское распределение** погрешности результата измерения  $x$

и релеевское распределение для  $\sigma$

# Свойства оценок

- Оценкой может быть названа любая функция измерений, принимаемая в качестве подходящего значения определяемого параметра.
- Как функция измерений, оценка является случайной величиной.
- Качество оценки характеризуется следующими основными свойствами:
  - 1) *несмещенность*;
  - 2) *эффективность*;
  - 3) *состоятельность*.

# Несмещенность

- Смещением оценки называется разность
- Если среднее значение оценки совпадает с истинным значением  $y$ ,  $b=0$  и оценка называется несмещенной.
- Источниками смещения оценок являются систематические погрешности.

$b$  – смещение;

$\sigma_p^2$  – рассеяние;

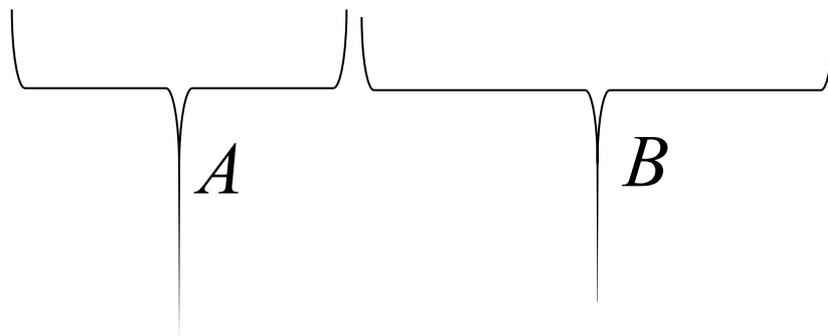
$\sigma^2$  – дисперсия.

# Эффективность

- Для класса несмещенных оценок можно указать нижнюю границу дисперсии оценки (минимальную дисперсионную границу), которая соответствует полному использованию информации при обработке данных.
- Оценка, обладающая минимальной из возможных дисперсий, называется эффективной.
- Эффективность любой произвольной оценки, обладающей некоторой дисперсией можно характеризовать относительной эффективностью
- Эффективность может меняться от 0 до 1. При обработке данных следует стремиться к тому, чтобы  $E$  было близким к единице.

# Неравенство информации Рао-Крамера

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{=1}$$



Воспользуемся неравенством Коши-Буняковского



# Обобщение на случай измерения нескольких параметров

Диагональные элементы МДМГ дают минимальные дисперсии оценок параметров, недиагональные элементы – корреляции этих оценок.

## Пример анализа свойств оценок

- Измерение средней скорости турбулентного потока каунтером ЛДА.
- Измерения независимые, равноточные с  $\sigma_0$  несмещенные  $\langle x_i \rangle = y$  с нормальной статистикой.
- Принимаем в качестве оценки среднее арифметическое единичных измерений скорости.
- Исследуем свойства такой оценки.

Для определения эффективности используем неравенство информации

Таким образом, выбранная оценка является несмещенной, эффективной и состоятельной.

# Оценка интенсивности турбулентных пульсаций

(1)



(2)



- Из (3) следует, что оценка (2) является смещенной при конечном  $n$ . Смещение равно
  
- Оценка (2) является асимптотически несмещенной.

# Эмпирическая дисперсия

- Из проведенного анализа следует, что несмещенная оценка  $z$  определяется по формуле:



(4)

- Оценка дисперсии (4) при любых  $n$  несмещенная и асимптотически эффективная при сформулированных условиях. Оценка (4) утверждена ГОСТом и называется эмпирической дисперсией.

# Квантовые флуктуации лазерного излучения

## Распределение Пуассона

- Анализ статистики фотоотсчетов можно выполнить, основываясь на следующих двух постулатах.
- Среднее число фотособытий на площади фоточувствительной поверхности, малой по сравнению с площадью когерентности падающего света, за время, много меньшее времени когерентности света, пропорционально интенсивности падающей волны  $I(x,y,t)$ , длине интервала времени  $t$  и рассматриваемой площади фоточувствительной поверхности  $S$ .
- Вероятность каждого фотособытия не зависит от других фотособытий и, следовательно, числа фотособытий, происходящих в любых двух неперекрывающихся пространственно-временных интервалах, статистически независимы.
- При такой постановке задача о статистике фотоотсчетов сводится к классической задаче математической теории вероятности — задаче Бернулли.

# Задача Бернулли

- В схеме независимых испытаний Бернулли некоторое событие при каждом испытании может произойти с вероятностью  $p$ .
- Вероятность того, что это событие не произойдет, равна  $q = 1-p$ . Тогда, вероятность того, что в серии из  $n$  независимых испытаний событие произойдет ровно  $k$  раз, равна

где

— число сочетаний из  $n$  по  $k$ .

# Применение схемы Бернулли к фотоэффекту.

- Пусть  $\mu$  — среднее число эмитированных фотоэлектронов в единицу времени, причем  $\mu$  постоянно на некотором интервале  $t$ .
- Разобьем интервал  $t$  на  $n$  одинаковых интервалов  $\Delta t = t/n$ . Величина  $p = \mu \Delta t$  имеет смысл среднего числа фотоэлектронов, эмитируемых за  $\Delta t$ .
- При  $n \rightarrow \infty$ , для любого конечного  $t$ ,  $p \rightarrow 0$  так, что при некотором достаточно большом  $n$  будет выполнено неравенство  $p \ll 1$ .
- В этом случае  $p$  можно рассматривать как вероятность появления одного электрона на интервале  $\Delta t$ , так как вероятностями появления двух и более электронов на  $\Delta t$  можно пренебречь, как малыми более высокого порядка по  $p$ .
- При  $p \ll 1$  на каждом малом интервале  $\Delta t$  эмитируется либо один электрон с вероятностью  $p$ , либо эмиссии вообще нет с вероятностью  $q = 1 - p$ .
- Тем самым задача свелась к схеме независимых испытаний Бернулли.

- Вероятность эмиссии  $k$  электронов за время  $t$  при этих условиях можно определить, подставив в (1)  $p = \alpha/n$ . Получим

где  $\alpha = \mu t$  — среднее число эмитированных электронов за  $t$ .

- Переходя в (1.2) к пределу при  $n \rightarrow \infty$ , получаем:

- Отсюда, учитывая, что  $\langle k \rangle = \lambda$ , получаем
- Распределение  $P(k)$  называется **распределением Пуассона**. Используя угловые скобки для обозначения усреднения, для первых двух моментов распределения Пуассона имеем
- Таким образом, для распределения Пуассона абсолютная среднеквадратичная флуктуация возрастает пропорционально корню квадратному из среднего значения числа частиц, а относительная среднеквадратичная флуктуация уменьшается обратно пропорционально корню квадратному из среднего числа частиц:

- Распределение Пуассона описывает не только статистику рассмотренного фотоэлектрического эффекта.
- Математическую схему независимых испытаний Бернулли можно использовать для статистического анализа потоков любых частиц, а не только фотонов и электронов.
- Распределение Пуассона описывает случайные флуктуации числа частиц в потоках, где частицы движутся независимо и вероятность появления одной из них не влияет на появление других.
- Подобные флуктуации называются дробовыми (**дробовой эффект**), они обусловлены дискретностью вещества и носителей зарядов.

- Примеры выборочных функций (реализаций) пуассоновского процесса и соответствующих распределений вероятности показаны ниже на рисунках. Рассмотрены три случая при  $\langle k \rangle = 10, 100$  и  $1000$ .
- Относительный уровень шума для пуассоновского процесса составляет  $1/\sqrt{k}$  и при увеличении среднего числа фотособытий асимптотически стремится к нулю.

# Интегральная интенсивность

- При фотоэлектрической регистрации излучения средняя скорость счета фотособытий определяется энергией света  $W$ , достигающей фоточувствительной поверхности приемника за время регистрации, средней энергией кванта  $h \langle \nu \rangle$  ( $h$  — постоянная Планка,  $\langle \nu \rangle$  — средняя оптическая частота излучения) и квантовым выходом  $\eta$  (средним числом фотособытий, вызываемых одним упавшим фотоном,  $\eta \leq 1$ ):

$$\alpha = (\eta W) / (h \langle \nu \rangle).$$

- Энергию  $W$  называют интегральной интенсивностью. Если интенсивность (плотность мощности) падающего излучения  $I$  не меняется на интервале регистрации  $t$  и постоянна по светочувствительной поверхности фотоприемника  $S$ , то

$$W = ISt.$$

- Используя представление об интегральной интенсивности, распределение Пуассона можно записать в виде
  
- Для типичных лазерных измерительных систем, например из области лазерной анемометрии, при временном разрешении  $t \approx 10^{-8}$  с и квантовой эффективности  $\eta \approx 0.1$  среднее число фотоотсчетов для излучения лазера с длиной волны  $\lambda = 0,63$  мкм и мощности оптического сигнала  $10^{-9}$  Вт составит 3,2.
- Такая количественная оценка показывает значимость дробового квантового шума для лазерных измерений.

# Учет классических флуктуаций интенсивности

- Во многих задачах, представляющих практический интерес, световая волна, падающая на фоточувствительную поверхность, является стохастическим объектом: ее интенсивность является случайным полем.
- В такой ситуации распределение Пуассона следует рассматривать как условное распределение.
- Чтобы найти безусловное распределение фотоотсчетов, необходимо усреднить условное распределение по распределению интегральной интенсивности.

# Формула Манделя



# Избыточный шум

- Для среднего значения и дисперсии случайной величины  $k$  из формулы Манделя можно найти:
- Существенное значение имеет тот факт, что дисперсия числа фотоотсчетов состоит из двух слагаемых.
- Первое слагаемое, пропорциональное полной энергии, определяется квантовыми шумами.
- Второе слагаемое, пропорциональное дисперсии флуктуаций классической интенсивности, часто рассматривают как **избыточный шум**, добавляемый к чисто пуассоновским флуктуациям из-за случайной модуляции скорости счета фотонов вследствие флуктуаций классической интенсивности.

# Параметр вырождения

- В общем случае отношение дисперсий классических флуктуаций и флуктуаций квантового (дробового) шума равно так называемому параметру вырождения фотоотсчетов  $\delta_c = \delta_w/\eta$ , где  $\delta_w$  — волновой параметр вырождения.
- Волновой параметр вырождения  $\delta_w$  определяют как среднее число фотонов, приходящихся на один интервал когерентности падающего излучения.
- Используя параметр вырождения, дисперсию числа фотоотсчетов можно представить в универсальной для рассмотренной полуклассической теории форме

$$\sigma_k^2 = \langle k \rangle (1 + \delta_c).$$

- Видно, что при  $\delta_c \ll 1$  дробовой шум преобладает над классическим шумом. При  $\delta_c \gg 1$  интенсивность классических флуктуаций значительно превосходит интенсивность квантовых шумов.
- Исключение составляет излучение хорошо стабилизированного одномодового лазера, для которого интенсивность  $I = \text{const}$ , классические флуктуации просто отсутствуют и распределение фотоотсчетов является пуассоновским, хотя параметр вырождения может быть очень большим.

## Распределение числа фотоотсчетов для многомодового лазерного излучения

- В этом случае компоненты напряженности электрического поля лазерного излучения имеют нормальное статистическое распределение и соответственно для интегральной интенсивности можно написать
- Формула Манделя в этом случае дает распределение Бозе-Эйнштейна:

# Сравнение распределений Пуассона ( $\square$ ) и Бозе-Эйнштейна ( $\circ$ ) при $\langle k \rangle = 5$

- Дисперсия распределения Бозе-Эйнштейна для любого  $\langle k \rangle$  может быть выражена через среднее значение числа частиц в виде

$$\sigma_k^2 = \langle k \rangle + \langle k \rangle^2.$$

- Первое слагаемое определяется квантовыми флуктуациями, второе слагаемое связано с флуктуациями классической интенсивности.
- Относительный уровень шума в этом случае составляет более 100%. Как следствие, многомодовое излучение не обеспечивает предельной точности измерений.

# ПРИМЕРЫ ОЦЕНОК ПРЕДЕЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ЛАЗЕРНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

- Прикладные задачи лазерной диагностики связаны с измерением параметров лазерных пучков, параметров пространственной и временной модуляции лазерного излучения при его рефракции, дифракции и рассеянии на исследуемых объектах.
- Особое место занимает лазерная интерферометрия, в которой измеряются параметры интерференционных полей. К интерференционным задачам можно отнести не только обработку сигналов амплитудных интерферометров и интерферометров интенсивностей, но и сигналов Фурье-спектрометров, фотонных корреляторов, лазерных анемометров.
- Интерференционный эксперимент напрямую связан с когерентностью света. Основные статистические характеристики излучения, такие как степень когерентности, взаимная когерентность, взаимная спектральная плотность, непосредственно выражаются через характеристики интерференционного поля.

*Параллельная схема регистрации с линейкой приемных элементов:*

*1 — исследуемое оптическое поле; 2 — линейка или матрица фотоприемников*

- Каждый элемент накапливает фотоотсчеты и в конце общего периода счета регистрируется  $n$ -компонентный вектор  $\mathbf{k}$ .
- Каждая составляющая вектора  $\mathbf{k}$  есть число фотособытий  $k_i$ , зарегистрированных отдельным  $i$ -м элементом многоэлементного фотоприемника за время регистрации.

*Последовательная схема регистрации с рассеивающей частицей:  
1 — исследуемое оптическое поле, 2 — рассеивающая частица,  
движущаяся в исследуемом поле, 3 — приемник рассеянного излучения.*

- Для стационарных полей при перемещении одного фотоприемника в сечении исследуемого поля излучения можно получить эквивалентный  $n$ -компонентный вектор фотоотсчетов. В модификации такой схемы используется сканирование оптического поля относительно неподвижного фотоприемника, например с помощью вращающегося зеркала.
- Временную развертку пространственного распределения интенсивности и эквивалентный вектор фотоотсчетов  $\mathbf{k}$  можно также получить, регистрируя неподвижной приемной оптической системой излучение, рассеянное движущейся в этом поле микроскопической частицей.

# Квантовые пределы точности лазерной анемометрии

- Рассмотрим три наиболее характерные схемы лазерных измерений скорости.
- В простейшей времяпролетной схеме ЛВА-1 для облучения может использоваться один лазерный пучок и измеряться длительность  $T_1$  сигнала, возникающего при пересечении пучка частицей в области перетяжки радиусом  $r = l_1$ .
- В схеме ЛВА-2 для облучения используются два пучка и измеряется время задержки  $T_2$  между двумя сигнальными импульсами, возникающими при последовательном пролете частицей двух пучков, разнесенных на расстояние  $l = l_2$ .
- В доплеровской схеме ЛДА измерение скорости производится по измерению периода  $T_3$  сигнала, возникающего при пересечении частицей интерференционного поля с пространственным периодом  $L = l_3$ , образованного в результате пересечения двух когерентных лазерных пучков.

- Оценка скорости во всех трех описанных схемах производится по формуле

•

- где индекс  $i$  принимает значение 1, 2, 3 в зависимости от типа схемы (ЛВА-1, ЛВА-2 или ЛДА соответственно).
- Математические модели сигналов имеют следующий вид:

- Используются следующие обозначения:  $r$  — радиус лазерного пучка по уровню интенсивности  $e^{-1/2}$ ;  $L = \lambda/[2\sin(\alpha/2)]$ ,  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения,  $\alpha$  — угол пересечения пучков в схеме ЛДА;  $\mathbf{u}$  — вектор скорости частицы;  $m$  — глубина модуляции,  $\phi_0$  — начальная фаза сигнала.

*Картины облучения частицы в лазерных анемометрах ЛВА-2 и ЛДА*

*Примеры регистрации последовательности отсчетов в ЛВА-2 и ЛДА*

Таким образом, сигнал ЛВА1 описывается трехпараметрической моделью; сигнал ЛВА2 — четырехпараметрической моделью; сигнал ЛДА — шестипараметрической моделью.

При измерении скорости информативными являются параметры  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ , но поскольку другие параметры в условиях реальных измерений заранее неизвестны, речь должна идти о совместном оценивании, что требует расчетов минимальных дисперсионных матричных границ оценок параметров сигналов.

- Излучение лазера будем предполагать идеально когерентным с постоянной интенсивностью и пуассоновской статистикой фотонов. В этих условиях найдем информационные для сигналов ЛВА1, ЛВА2 и ЛДА. Обращением этих матриц получим минимальные дисперсионные матричные границы.
- Рассмотрим предельный случай ограничения точности фотонным шумом сигнала, считая фотоприемник идеальным с квантовой эффективностью  $\eta=1$  линейным преобразователем числа квантов в единицу времени  $n'$  на входе в фототок  $i = en'$  на выходе.
- Анализ результатов показывает, что минимальные относительные среднеквадратичные погрешности измерения скорости при пуассоновской статистике фотоотсчетов во всех случаях обратно пропорциональны корню квадратному из  $n$ , где  $n$  — общее среднее число квантов излучения, регистрируемых фотоприемником от всего сигнального импульса.

$\Phi$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от формы сигнала, или *форм-фактор*.

Для сигнала ЛВА-1

Для сигнала ЛВА-2

Для сигнала ЛДА

- Предположим, что энергетика оптических схем ЛВА1, ЛВА2 и ЛДА одинакова, и при сравнении потенциальных погрешностей  $n$  можно считать одинаковым.
- Тогда из сопоставления форм-факторов следует, что времяпролетный метод с двумя пучками имеет преимущество по точности перед времяпролетным методом с одним пучком. Вместе с тем видно, что выигрыш по точности достигается за счет увеличения размеров измерительного объема, поскольку возможности уменьшения размеров пучков во всех схемах одинаково ограничены аберрациями оптических систем.
- Анализ также показывает, что при одинаковой локальности измерений и большой глубине модуляции потенциальная точность доплеровского метода примерно на два порядка выше, чем у времяпролетного.

- Полученные соотношения для потенциальных погрешностей нетрудно обобщить на случай фотодетектора с  $\eta < 1$  и внутренним усилением, характеризуемым фактором шума  $F$ , не нарушающим пуассоновской статистики фотоотсчетов. Для этого достаточно вместо числа фотонов  $n$  подставить в полученные соотношения величину  $h\nu/F$ .
- Если взять типичные значения  $F = 2,5$ ,  $h = 0,1$ ,  $N_{\text{эф}} = 10$ , то для обеспечения составляющей погрешности, вызванной лишь квантовым шумом излучения лазера, не более 0,1% потребуется, чтобы на светочувствительную поверхность фотоприемника упало в среднем не менее  $n_{\text{min}} = 2,5 \cdot 10^4$  фотонов за полное время пролета рассеивающей частицы через облучаемую область.
- Знание  $n_{\text{min}}$  позволяет рассчитывать в зависимости от конкретной постановки задачи предельные дальность, скорость, параметры рассеивающей частицы или необходимую мощность лазера.

# Квантовые пределы точности лазерной интерферометрии.

- Многие задачи лазерной интерферометрии связаны с измерением параметров интерференционного поля, имеющего конечные размеры.
- Пусть центр распределения расположен в начале координат и нормаль к полосам задает направление оси  $X$ .
- Огибающая распределения интенсивности по  $x$  имеет гауссову форму с полушириной  $r$ , определенной по уровню  $1/e$  от максимального значения, ширина полос  $\Lambda$  и видность  $V$  постоянны вдоль  $x$ .
- Параметрическая модель такого поля имеет вид

- Если уравнение движения рассеивающей частицы задать в виде  $x = ut$  (линейное сканирование с постоянной скоростью вдоль оси  $x$ ), модель скоростной функции можно представить в следующей обобщенной форме:

где  $b = ul/r$ ;  $N = \pi r/\Lambda$  - эффективное число интерференционных полос.

- Модель содержит пять параметров:  $\mathbf{y} = (\mu_0, b, V, N, \phi)$ . Часть из них в зависимости от конкретного содержания эксперимента можно считать известными константами.

- Расчеты информационной матрицы и минимальной дисперсионной матричной границы показывают, что минимальные относительные погрешности оценок параметров интерференционной картины также определяются общим средним числом фотоотсчетов  $n$ .
- Абсолютная погрешность оценки амплитуды равна
  
- абсолютная погрешность измерения видности равна
  
- абсолютная погрешность измерения фазы равна относительной погрешности измерения видности
  
- С практической точки зрения формулы позволяют рассчитать параметры интерференционного эксперимента и мощность излучения, необходимые для определения параметров интерференционного поля с заданной точностью.

# Методы получения оценок

- вектор невязок;

- целевая функция;

Формальная процедура:

ищется экстремум целевой функции по

Примеры целевых функций:

- метод наименьших квадратов (МНК);

- метод наименьших модулей (МНМ);

# Метод максимального правдоподобия (ММП)

**Функция правдоподобия** – условная плотность вероятности как функция вектора параметров:

ИЛИ

**Система уравнений правдоподобия:**

# Применение ММП при нормальном распределении погрешностей

Равноточные измерения

ММП при нормальном распределении дает МНК

# Применение ММП при нормальном распределении погрешностей

Неравноточные измерения

ММП дает МНК со взвешиванием.

# Применение ММП при лапласовском распределении погрешностей

- В этом случае целевая функция соответствует методу наименьших модулей.
- Уравнение правдоподобия решить нельзя, так как нет непрерывности производной функции правдоподобия по  $y$ .

# Байесовские оценки. Метод максимума апостериорной вероятности.

## Формула Байеса



ММАВ в отличие от ММП позволяет учесть априорную вероятность оценки. При увеличении числа измерений ММАВ оценки совпадают с ММП оценками, так как информация, получаемая из эксперимента становится больше любой априорной информации.

# ДОВЕРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТА СЕРИИ ОДНОРОДНЫХ ИЗМЕРЕНИИ

- Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — единичные результаты серии из  $n$  независимых измерений величины  $y$ . Точечная оценка дисперсии этих результатов может быть представлена в виде эмпирической дисперсии:
- Предположим, что  $x_i$  имеет нормальное распределение со средним  $y$  и дисперсией  $\sigma^2$ , которые априори неизвестны.
- Тогда случайная величина

описывается распределением Стьюдента  $S_k(t)$ , где  $k$  — параметр распределения, называемый числом степеней свободы. Для рассматриваемого случая  $k = n - 1$ .

- Поскольку

распределение  $S_k(t)$  при  $k \rightarrow \infty$  сходится к стандартному нормальному. При конечных  $k$  оно отличается от нормального. Примерный вид  $S_k(t)$  при различных  $k$  показан на рисунке ниже.

- Вероятность того, что

равна

- Можно решить и обратную задачу нахождения доверительного интервала  $[-t^*, t^*]$  при заданной надежности  $P$ . Доверительная оценка может быть выражена через граничное значение  $t^*$ , являющееся функцией числа степеней свободы  $k$  и надежности  $P$  следующим образом:



- Коэффициенты  $t^*(k, P)$  находятся из таблиц процентных точек распределения Стьюдента. В таблице на следующем слайде приведены коэффициенты  $t^*(k, P)$  для наиболее типичных ситуаций в практике учебных лабораторных измерений.

Распределение Стьюдента  
Значение  $t^* = t^*(k, P)$

$k \backslash P$	0,90	0,95	0,99
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,37	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
20	1,73	2,09	2,85
$\infty$	1,65	1,96	2,58

# ПОГРЕШНОСТЬ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

На практике часто возникает потребность дать оценку величины  $y$ , которая связана с некоторыми другими величинами  $x_1, x_2, \dots, x_n$  известной функциональной зависимостью

При заданных доверительных оценках величин

доверительную оценку  $y$  можно представить в виде

В случае некоррелированных погрешностей  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$

В любом случае верхняя граница погрешности  $\Delta y$  определяется неравенством

- **Пример.** Для расчета скорости в ЛДА используется формула

где  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения;  $f$  — частота доплеровского сигнала;  $\alpha$  — угол пересечения пучков.

В результате измерений получено  $f = 1,25 \pm 0,01$  МГц,

$\alpha = (209 \pm 1) \cdot 10^{-3}$  рад,  $\lambda$  для красной линии гелий-неонового лазера взята по справочным данным с точностью до четырех знаков

$$\lambda = (6328 \pm 1) \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Рассчитывая погрешность  $\Delta u$  по формуле, представленной на предыдущем слайде, после деления полученного результата на  $u$  для относительной погрешности измерения скорости получим

# МНК ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Пусть эксперимент описывается линейной по некоторому фактору  $t$  моделью

и получена серия результатов

При нормальной статистике погрешностей и независимости результатов измерений использование метода максимального правдоподобия для нахождения параметров  $A$  и  $B$  приводит к МНК и следующим оценкам:

Погрешности оценок можно рассчитать по формуле погрешности косвенных измерений. После несложных расчетов получим

где  $\sigma^2$  — дисперсия единичного результата измерения.

Иногда для приближенного оценивания пользуются полученными формулами линейного МНК без анализа статистики погрешностей (формальный линейный МНК), сводя нелинейные двухпараметрические модели к линейному виду заменой переменной и функциональным преобразованием. Например, экспоненциальная модель

после логарифмирования приводится к линейной

где

Сначала определяют  $\hat{\beta}_1$  и  $\hat{\beta}_2$  по формулам линейного МНК, где в качестве результатов берут

Затем рассчитывают

# Проверка гипотез

- Проверяется простая гипотеза  $H_0$  против простой альтернативы  $H_1$ .
  - Два рода ошибок
- $\alpha$  - вероятность отвергнуть правильную гипотезу  $H_0$  (ошибка 1-го рода) – уровень значимости.
- $\beta$  - вероятность принять ложную гипотезу  $H_1$  (ошибка 2-го рода – ложная тревога).
  - Два рода правильных решений
- $(1 - \alpha)$  - вероятность принять правильную гипотезу  $H_0$ .
- $(1 - \beta)$  - вероятность отвергнуть ложную гипотезу  $H_1$  – **мощность** правила выбора решения.

# Правила выбора решения

- В простейшем случае задаются уровнем значимости (обычно выбирают  $\alpha=5\%$ ). Следует иметь в виду, что с уменьшением  $\alpha$  возрастает  $\beta$ .
- В более сложном варианте задаются потери (риски) при принятии того или иного решения.

**Матрица потерь:** по главной диагонали расположены расходы на правильные решения, а по побочной – платы (потери) за ошибочные решения.

Определяется среднее значение потерь (или среднего риска)

где  $p$  и  $q$  априорные вероятности истинности гипотез  $H_0$  и  $H_1$ . Правило выбора состоит в том, что принимается та гипотеза, средний риск для которой меньше.

- Как задавать риски?
- На этот вопрос данная теория не отвечает.
- Бывают случаи, когда риски можно задать в денежном выражении, исходя из экономических рыночных ситуаций, но это крайне редко.
- Как правило, риски задаются интуитивно на основании предшествующего опыта.

# Исключение выбросов

Если величина среднеквадратической ошибки заранее неизвестна, то она оценивается приближенно по результатам измерений, т. е. вместо нее применяют эмпирический стандарт

При этом абсолютную величину разности между «выскакивающим» и средним значением остальных  $n$  (приемлемых) результатов делят на эмпирический стандарт и полученное отношение

сравнивают с критическими значениями из таблицы (см. следующий слайд). Если при данном числе  $n$  приемлемых результатов отношение  $t$  оказывается между двумя критическими значениями при надежности  $P_1$  и  $P_2$ , ( $P_2 > P_1$ ), то с надежностью вывода, большей  $P_1$ , можно считать, что «выскакивающее» значение содержит грубую ошибку, и исключить его из дальнейшей обработки результатов.

Таблица критических значений отношения  $t$  для браковки “выскакивающих” значений ( $n$  – число приемлемых результатов,  $P$  – надежность вывода)

$n \backslash P$	0,95	0,98	0,99	0,999	$n \backslash P$	0,95	0,98	0,99	0,999
5	3,04	4,11	5,04	9,43	20	2,145	2,602	2,932	3,979
6	2,78	3,64	4,36	7,41	25	2,105	2,541	2,852	3,819
7	2,62	3,36	3,96	6,37	30	2,079	2,503	2,802	3,719
8	2,51	3,18	3,71	5,73	35	2,061	2,476	2,768	3,652
9	2,43	3,05	3,54	5,31	40	2,048	2,456	2,742	3,602
10	2,37	2,96	3,41	5,01	45	2,038	2,441	2,722	3,565
11	2,33	2,89	3,31	4,79	50	2,030	2,429	2,707	3,532
12	2,29	2,83	3,23	4,62	60	2,018	2,411	2,683	3,492
13	2,26	2,78	3,17	4,48	70	2,009	2,399	2,667	3,462
14	2,24	2,74	3,12	4,37	80	2,003	2,389	2,655	3,439
15	2,22	2,71	3,08	4,28	90	1,998	2,382	2,646	3,423
16	2,20	2,68	3,04	4,20	100	1,994	2,377	2,639	3,409
17	2,18	2,66	3,01	4,13	$\infty$	1,960	2,326	2,576	3,291
18	2,17	2,64	2,98	4,07					

# Проверки нормальности

В качестве приближенного метода проверки нормальности распределения применяют метод, связанный с оценками центральных моментов третьего и четвертого порядков. В случае нормального распределения случайных ошибок эти моменты равны соответственно

и

Оценками этих моментов по результатам эксперимента служат эмпирические центральные моменты. Для удобства сравнения подсчитывают безразмерные характеристики, связанные с этими моментами: эмпирические коэффициенты асимметрии и эксцесса

и

где  $\bar{x}$  — оценка среднего значения и  $s$  — эмпирический стандарт  
ошибки рассчитываются по формулам:

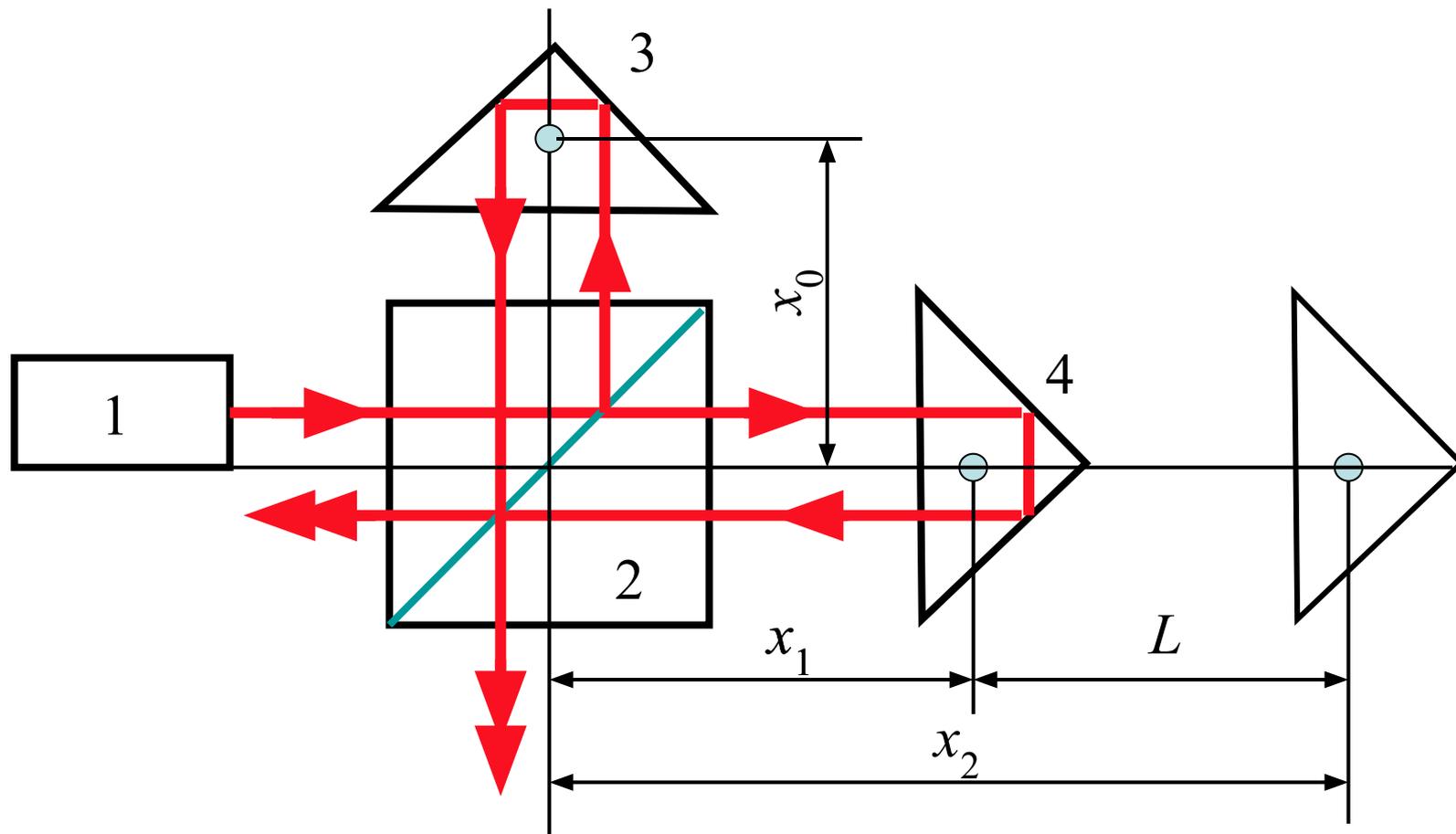
О малости этих характеристик обычно судят по сравнению их с их средними квадратическими ошибками, соответственно равными

где  $n$  — количество измерений.

Если хотя бы одна из указанных характеристик по абсолютной величине значительно (в 2—3 раза) превосходит свою среднюю квадратическую ошибку, то нормальность закона распределения следует подвергнуть сомнению и провести более тщательный анализ результатов эксперимента. В противном случае для такого сомнения нет оснований.

# Анализ погрешностей лазерного интерферометра

(Пример расчета точностных характеристик современной ЛИС)



Упрощенная схема лазерного интерферометра для измерения длины [4]

Лазерный интерферометр состоит из лазера 1, светоделительного кубика 2, двух отражателей 3, 4. Отражатель 4 связан с объектом и перемещается на искомый отрезок  $L$ .

При движении отражателя со скоростью  $v(t)$  выходной сигнал фотоприемника имеет следующий вид:

(1)

где  $A_0$  — интерференционный фон;  $A$  — амплитуда переменной составляющей;  $(x_0 - x_1)$  — некомпенсированная разность хода;  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения в воздухе.

Фаза переменной части сигнала связана с величиной перемещения следующим образом:

Пусть  $\phi/2\pi = N_1$  - число полных волн, отсчитываемое устройством. С другой стороны,  $N_1 = 2L/\lambda$  и, значит,  $L = N_1 \lambda / 2$ .

Формула для расчета длины  $L$ , приведенной к нормальным условиям, может быть представлена в виде

(2)

где  $N_1$  — число длин волн излучения лазера, укладываемых в  $2L$ ;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме;  $k$  — коэффициент пересчета, равный

где  $\alpha_1$  — коэффициент линейного расширения измеряемого объекта;  $T_1$  — его температура во время измерения;  $n_B$  — показатель преломления воздуха.

- Анализ формулы (1) показывает, что точность измерения длины принципиально ограничена неопределенностью значения длины волны лазера в вакууме, дискретностью отсчета результата измерения, погрешностью определения показателя преломления воздуха.
- Точность определения приведённой длины ограничивается также погрешностями измерения температуры образца и неопределенностью температурного коэффициента  $\alpha_1$ .

- Неопределенность значения  $\lambda_0$  приводит к погрешности измерения длины



где  $R$  — воспроизводимость длины волны лазера;  $\delta_\lambda$  — погрешность аттестации  $\lambda_0$  по первичному эталону. В соответствии с принятой поверочной схемой для аттестации  $\lambda_0$  в интерферометрах допускается использование рабочих эталонов, аттестованных по первичному эталону. Таким рабочим эталоном служит обычно гелий-неоновый лазер, стабилизированный по насыщенному поглощению в иоде—127.

- Методика аттестации основана на фотосмещении излучений поверяемого и образцового лазеров и выделении сигнала биений при сканировании длины резонатора образцового лазера. Погрешность определения длины волны поверяемого лазера при этом обычно составляет не более  $6 \cdot 10^{-9}$ .

- Воспроизводимость аттестованного значения длины волны лазера  $R$  зависит от выбранного метода стабилизации частоты. Чаще используется метод стабилизации по провалу Лэмба. При этом опытным путем установлено, что воспроизводимость составляет  $10^{-8}$ — $10^{-7}$  и определяет в основном погрешность  $\Delta_1$ . Фирма «Хьюлетт—Паккард»—наиболее известный изготовитель лазерных интерферометров — проводит аттестацию длины волны каждого изготавливаемого лазера и указывает значение длины волны с погрешностью  $\pm 10^{-7}$ , откуда  $\Delta_4 = 10^{-7} L$ .

- Дискретность отсчета  $\Delta N_1$  принципиально ограничена дробовыми флуктуациями электрического сигнала. Используя модель (1) и методику оценки потенциальной точности на основе неравенства информации, можно получить, что при помощи лазера мощностью 0,1 мВт, потерях в интерферометре 10% и скорости движения отражателя 20 м/мин погрешность определения дробной доли порядка интерференции составит  $0,25 \cdot 10^{-8}$ . Последняя цифра отражает высокие возможности лазерной интерферометрии. Для их реализации необходимо поддерживать стабильность параметров экспериментальной установки на таком же уровне.
- Практически **вибрации, тряски, температурные колебания, турбулентные шумы и другие факторы** приводят к «дрожанию» интерференционной картины с амплитудой  $(2—3) \cdot \lambda/8$ . Поэтому для большинства применений дискретность отсчета  $\Delta N_1$  выбирают равной 1/8. Оптимальность такого выбора подтверждается практикой. Таким образом, составляющая погрешности измерения длины, связанная с  $\Delta N_1$  может быть оценена как  $\Delta_2 = \lambda/8$ .

- Показатель преломления воздуха определяется по известным значениям давления  $p$ , температуры  $t$  и влажности  $e$ . Для  $\lambda_0 = 0,63299140$  зависимость  $n_e(p, t, e)$  с учетом дисперсионной формулы Эдлена имеет следующий вид:
- При небольших отклонениях от нормальных условий ( $p = 760$  мм рт. ст.,  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $e = 10$  мм рт. ст.) используется линейное приближение

где  $a = -93$  1/°C;  $b = 36$  1/мм рт. ст.;  $c = -6$  1/мм рт. ст.;  $n_e^0$  — показатель преломления воздуха при нормальных условиях. Таким образом, погрешность измерения длины, связанная с неопределенностью значения  $n_e$ , ограничивается точностью измерений  $p, t, e$ . При  $\Delta p = \Delta e = 1$  мм рт. ст. и  $\Delta t = 0,1^\circ\text{C}$  она составляет  $\underline{\Delta_3 = 1,4 \cdot 10^{-7} L}$ .

- Температурные деформации детали приводят к погрешностям измерения длины, которые можно оценить по формуле
- При  $\delta\alpha=10^{-7}$ ,  $\alpha=11,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ,  $\Delta t = 0,01^\circ\text{C}$ ,  $t=(20\pm 1)^\circ\text{C}$  получим  $\underline{\Delta_4=1,4 \cdot 10^{-7}L}$ .
- Существенными для лазерных интерферометров являются также погрешности, вызванные дрейфом нуля, неточностями юстировки и установки образца. Дрейф нуля обусловлен тепловыми деформациями опорного плеча и нескомпенсированного расстояния  $(x_0 - x_1)$ . Наиболее эффективным способом уменьшения дрейфа нуля является конструктивное отделение интерферометра от лазера и приближение его к объекту (выносная конструкция). Суммарную погрешность дрейфа нуля, юстировки и выставления для типичных серийных образцов можно оценить как  $\underline{\Delta_5=0,3 \text{ мкм}}$ .

- При измерениях на больших трассах следует принимать во внимание влияние **турбулентности воздуха**. В [4] приведены данные одного из экспериментов, в котором на трассе длиной 80 м были зарегистрированы флуктуации оптического пути  $3 \cdot 10^{-7}$  м в течение нескольких минут. Движение воздуха является одной из основных причин, ограничивающих надежную работу лазерных интерферометров на расстояниях 60—100 м. Наиболее простой способ уменьшения влияния этого фактора — ограждение луча в измерительном плече интерферометра.
- Подводя итог анализу, можно сделать вывод, что **суммарная погрешность лазерного интерферометра при указанных условиях составляет примерно 0,5 мкм/м**. Именно такая цифра приводится обычно в проспектах зарубежных фирм, изготавливающих лазерные интерферометры, в качестве гарантированной величины погрешности.

# Оптическая локация

- - совокупность методов обнаружения, измерения координат, а также распознавания формы удалённых объектов с помощью электромагнитных волн оптического диапазона — от ультрафиолетовых до дальних инфракрасных.
- О. л. позволяет с высокой точностью (до нескольких десятков см) производить картографирование земной поверхности, поверхности Луны, определять расстояние до облаков, самолётов, космических, надводных и подводных (используя зелёный участок спектра) объектов, исследовать распределение инверсионных и аэрозольных слоев в атмосфере.

- Практически создание оптических локаторов с большой дальностью действия, высокими точностью и разрешающей способностью стало возможным только с появлением таких мощных источников когерентного излучения, как оптические квантовые генераторы — [лазеры](#).
- В О. л. используются те же принципы определения координат, что и в [радиолокации](#): оптический локатор облучает объект с помощью передатчика и принимает отражённое от него излучение при помощи приёмника.
- Электрический сигнал на выходе приёмника содержит информацию о параметрах лоцируемого объекта; характеристики этого сигнала в среднем пропорциональны координатам объекта.

- Методы обнаружения объектов оптическим локатором и определения их угловых координат в основном такие же, как в тепlopеленгации, а методы определения дальности такие же, как в радиолокации.
- Вследствие квантового характера взаимодействия лазерного излучения с детектором приёмника и когерентности лазерного излучения методы обработки сигнала в О. л. являются статистическими.
- Если оптический локатор определяет только расстояние до объектов, он называется электрооптическим дальномером.

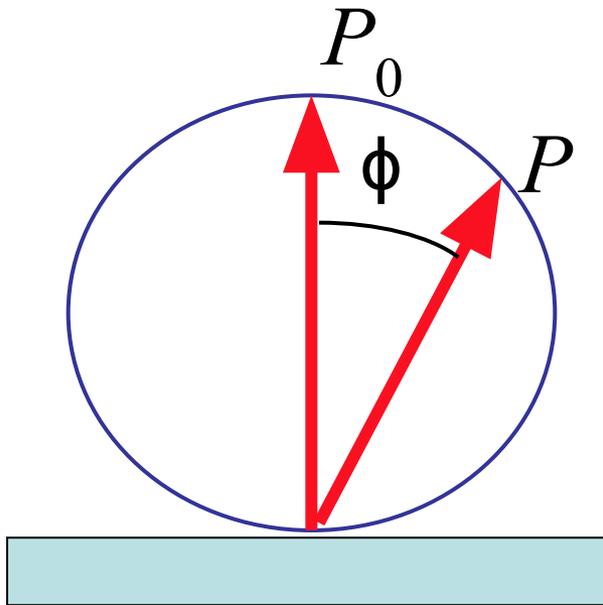
# Схема и принцип действия одного из типов оптического локатора для слежения за авиационными и космическими объектами

# Области применения и характеристики

- Обнаружение целей и другие задачи военного назначения.
- Получение изображения местности.
- Определение параметров спутников.
- Стыковки космических объектов.
- Высокое разрешение по дальности, углу, скорости.
- ИК-диапазон:
- $\text{CO}_2$ -10,6 мкм;
- ИАГ- $\text{Nd}^{3+}$ -1,06 мкм;
- п/п GaAs-0,9 мкм.

# Отражательные характеристики целей

- а) Энергетические характеристики
- Модель диффузного рассеивателя по закону Ламберта.



- мощность излучения,  
отраженного перпендикулярно  
поверхности объекта.

- угол наблюдения.

# Эффективная поверхность рассеяния (ЭПР)

- ЭПР служит для сравнения отражательных свойств любых целей независимо от их формы, материала, геометрически размеров. ЭПР численно равна площади такой плоской поверхности, которая при изотропном расееянии создает на приемной апертуре лазерной локационной системы интенсивность излучения, равную фактической.
- $I$  - интенсивность лазерного излучения вблизи цели;
- $\sigma$  - ЭПР;
- $P$  - эквивалентная мощность, рассеиваемая по всем направлениям.
- Интенсивность на приемной апертуре:
  
- $L$  - дальность до цели.
- Мощность на приемной апертуре:
  
- $S$  - площадь приемной апертуры.

# Дальность действия ( $L$ )

$P_n$  - мощность передатчика;       $2\theta$ - угол расходимости передатчика;

$\Pi$  - потенциал локатора (размерность –  $\text{м}^2$  ).

С учетом потерь в оптико-механическом тракте, затухания в атмосфере и деполяризации при отражении от цели:



## б) Статистические характеристики

- Если рассеиватель диффузный, то в силу ЦПТ имеем гауссово нормальное распределение плотности вероятности для компоненты напряженности, релеевское распределение для амплитуды напряженности и экспоненциальное распределение для интенсивности.
- Поскольку для гетеродинного приема  $i_s \sim A$ , а для прямого детектирования  $i_s \sim I$ , статистические характеристики сигнала в этих двух случаях оказываются разными.

- При гетеродинном приеме нужно учитывать частичную пространственную когерентность. Согласно теореме Ван-Циттерта-Цернике
- где  $\rho$  - радиус когерентности,  $r$  - размер цели. Если  $\rho \ll d$  ( $d$  - диаметр приемной поверхности), то режим одномодовый и статистика шума релеевская.
- При наличии зеркальной компоненты, статистика усложняется. Если имеется лишь один зеркальный блик, получаем распределение Райса
- $A_3$  – амплитуда зеркальной компоненты;  $I_0$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.
- Зная статистику шума, можно рассчитать вероятность правильного обнаружения цели и вероятность ложной тревоги.

# Ослабление лазерного излучения в атмосфере

- Ослабление связано с рассеянием и поглощением.
- Резонансное поглощение  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ , озон ( $\text{O}_3$ ).
- ИАГ- $\text{Nd}^{3+}$ -1,06 мкм – исключительно слабое поглощение в чистой атмосфере;
- $\text{CO}_2$ -10,6 мкм – заметное поглощение, совпадение с линиями резонансного поглощения  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ .
- Вместе с тем, с учетом выпадения осадков и появлением примесей в целом длина волны 10,6 мкм оказывается предпочтительней.

# Рефракция и турбулентность атмосферы

- Рефракция связана с изменением давления и температуры воздуха с высотой. Погрешность за счет рефракции может достигать нескольких угловых минут.
- Турбулентность приводит к случайным изменениям амплитуды и фазы. Происходит дефокусировка. Уменьшается радиус когерентности.
- Ухудшается разрешающая способность.
- Падает отношение сигнал/шум.

# Элементная база ИК-локаторов

- **Передающие устройства:** CO<sub>2</sub>; ИАГ-Nd<sup>3+</sup>; п/п GaAs.
- **Сканирующие устройства.**

Механические (преломляющие, отражающие, вращающиеся зеркальные барабаны, пирамиды). Надежность и большие углы отклонения. Инерционность, трудно обеспечить режим быстрого сканирования, сопровождения цели.

Пьезоэлектрические дефлекторы. Повышенное быстродействие, малые углы сканирования.
- **Приемные устройства.**

Лавинные фотодиоды. Малые габариты. Питание менее 100 В. Чувствительность, сравнимая с ФЭУ; полоса до 100 ГГц. Для автоматического сопровождения цели используются квадрантные фотодетекторы с коммутацией сигналов с четырех площадок.
- **Модулирующие устройства.**

Акустооптические и электрооптические (ячейки Керра, Фарадея).
- **Устройства оптической развязки.**

Применяются для разделения отраженного и зондирующего сигналов в локаторах с единым приемо-передающим трактом. (Часто используется поляризационная развязка.)

# Литература

- Криксунов Л. З., Усольцев И. Ф., Инфракрасные системы обнаружения, пеленгации и автоматического сопровождения движущихся объектов, М., 1968;
- Волохатюк В. А., Кочетков В. М., Красовский Р. Р., Вопросы оптической локации, М., 1971;
- Курикша А. А., Квантовая оптика и оптическая локация, М., 1973.
- Протопопов В.В., Устинов Н.Д. Инфракрасные лазерные локационные системы. М.:Воениздат, 1987.

# АДАПТИВНАЯ ОПТИКА

- АДАПТИВНАЯ ОПТИКА, в астрономии — автоматическая оптико-механическая система, предназначенная для исправления в реальном времени атмосферных искажений изображения, которое дает телескоп.
- Системы адаптивной оптики применяются в оптических и инфракрасных телескопах наземного базирования для повышения четкости изображения. Они необходимы также для работы астрономических интерферометров, используемых для измерения размеров звезд и поиска их близких спутников, особенно планет.

- Системы адаптивной оптики имеют и неастрономические приложения: например, когда требуется наблюдать форму искусственных спутников Земли с целью их опознания.
- Разработка систем адаптивной оптики началась в 1970-е годы и приобрела особый размах в 1980-е в связи с программой "звездных войн", включавшей разработку лазерного противоспутникового оружия наземного базирования.
- Первые штатные системы активной оптики начали работать на крупных астрономических телескопах около 2000 года.

- Развитие фото- и видеотехники позволило быстро фиксировать изображение объекта в режиме киносъемки с последующим отбором наиболее удачных изображений.
- Были разработаны и более тонкие методы апостериорного анализа изображений, например, методы спекл-интерферометрии, позволяющие выявлять в размытом атмосферой пятне расположение и яркость объектов с заранее известными свойствами, таких как "точечные" звезды.
- Математические методы восстановления изображений также позволяют повышать контраст и выявлять мелкие детали. Но указанные методы неприменимы в процессе наблюдения.

- Задача адаптивной оптики состоит в нейтрализации в реальном времени искажений, вносимых атмосферой в изображение космического объекта.
- Обычно адаптивная система работает совместно с системой активной оптики, поддерживающей конструкцию и оптические элементы телескопа в "идеальном" состоянии.
- Действуя совместно, системы активной и адаптивной оптики приближают качество изображения к предельно высокому, определяемому принципиальными физическими эффектами (в основном — абберацией света на объективе телескопа).

- Для выработки сигналов, управляющих формой корректирующего зеркала, обычно анализируется мгновенное изображение яркой одиночной звезды.
- В качестве приемника используется анализатор волнового фронта, размещенный у выходного зрачка телескопа.
- Через матрицу из множества небольших линз свет звезды попадает на ПЗС-матрицу, сигналы которой оцифровываются и анализируются компьютером.
- Управляющая программа, изменяя форму корректирующего зеркала, добивается того, чтобы изображение звезды имело идеально "точечный" вид.

- **Искусственная звезда.** Для быстрого анализа изображения в системе адаптивной оптики используется опорная звезда, которая должна быть весьма яркой, поскольку ее свет делится анализатором волнового фронта на сотни каналов и в каждом из них регистрируется с частотой около 1 кГц. К тому же яркая опорная звезда должна располагаться на небе вблизи изучаемого объекта.
- Однако в поле зрения телескопа далеко не всегда встречаются подходящие звезды: ярких звезд на небе не так много, поэтому до недавних пор системам адаптивной оптики были доступны наблюдения лишь 1% небосвода. Чтобы снять это ограничение, было предложено использовать "искусственный маячок", который располагался бы вблизи изучаемого объекта и помогал зондировать атмосферу.

- Эксперименты показали, что для работы активной оптики очень удобно при помощи специального лазера создавать в верхних слоях атмосферы "искусственную звезду" (LGS = Laser Guide Star) — маленькое яркое пятно, постоянно присутствующее в поле зрения телескопа. Как правило, для этого используется лазер непрерывного действия с выходной мощностью в несколько ватт, настроенный на частоту резонансной линии натрия (например, на линию D2 Na).
- Его луч фокусируется в атмосфере на высоте около 90 км, там, где присутствует естественный слой воздуха, обогащенный натрием, свечение которого как раз и возбуждается лазерным лучом. Физический размер светящейся области составляет около 1 м, что с расстояния в 100 км воспринимается как объект с угловым диаметром около 1".



- **Адаптивная оптика.** М., 1980
- Токовинин А.А. **Звездные интерферометры.** М., 1988
- Уокер Г. **Астрономические наблюдения.** М., 1990

# Литература

## *Основная*

1. Информационная оптика: // Н.Н. Евтихийев, О.А. Евтихьева, И.Н. Компанец, А.Е.Краснов, Ю.Н. Кульчин, С.Б. Одинокоев, Б.С. Ринкевичюс // Под. Ред. Н.Н. Евтихьева. – М.: Изд. МЭИ, 2000. – 612 с.
2. Б.С. Ринкевичюс, В.И.Смирнов. Вопросы метрологии лазерных измерительных систем. М.: МЭИ, 1989.
3. В.И.Смирнов, Г.М.Янина. Расчет и проектирование лазерных анемометров. М.: МЭИ, 1996.
4. В.И.Смирнов. Фундаментальные пределы точности лазерных измерений. М.: МЭИ, 2006.

## *Дополнительная*

1. Б.С. Ринкевичюс. Лазерная диагностика потоков. М.: МЭИ, 1990.
2. Ю.Н. Дубнищев, Б.С. Ринкевичюс. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.
3. Дж. Бендат, А. Пирсол. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989.
4. Дж. Гудмен Статистическая оптика. М.: Мир. 1988. 528 с.
5. В. И. Мудров, В. Л. Кушко. Методы обработки измерений. М.: Сов. радио. 1983. 192 с.
6. Й. Бард. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика. 1979. 349 с.
7. В.И. Смирнов Когерентность излучения. Задачи и расчетное задание. М.: Издательство МЭИ, 2000. 28 с.