

# Вариация

- Орындаған: Досмұқамет Д.Б
- Тексерген: Абсатарова К.С



Жоспары:

- 1) Вариация көрсеткіштері туралы түсінік және оның міндеттері, түрлері
- 2) Вариациялық қатар ,вариациялық бөлу қатарлары
- 3) Бөлу қатарын графикалық түрде бейнелеу

## Вариация көрсеткіштері туралы түсінік және оның міндеттері, түрлері

- **Вариация** – бұл зерттелетін жиынтықтың ішіндегі белгілердің жеке мәндерінің құбылмалылығы (ауытқуы, өзгермелілігі).

Вариация барлық құбылыстар мен процестерге тән.

Вариация көрсеткіштерінің міндеттері мыналар:

1. вариация көрсеткіштері орташа шаманы толықтырады;
2. жиынтықтың біртекті немесе әр текті екендігін анықтау;
3. белгі вариациясының шегін анықтау;
4. көрсеткіштердің арасындағы өзара байланысты анықтау.

## **Вариация көрсеткіштерінің мынадай түрлері бар:**

1. вариация өрісі;
2. орташа сызықты ауытқу;
3. дисперсия;
4. орташа квадраттық ауытқу;
5. осцилляция коэффициенті;
6. салыстырмалы сызықтық ауытқу;
7. вариация коэффициенті.

Олардың әрқайсысы белгілі бір функцияны атқарады және өзіндік формуласымен есептелінеді.

**Вариация көрсеткіштерін есептеу тәсілдері:**  
**Вариация өрісі** деп вариация көрсеткіштерінің ең қарапайым түрін айтады. Бұл көрсеткіш қатардағы барлық варианттардың орташа шамадан ауытқуын сипаттамайды ол тек белгінің ең үлкен және ең кіші мәндердің айырмасын көрсетеді. Вариация өрісін төмендегі формуламен есептейді.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Мұндағы  $R$ -вариация өрісі;

$x_{\max}$ - белгінің жоғарғы шегі;

$x_{\min}$ - белгінің төменгі шегі

Ең жоғарғы және ең төменгі зейнетақы, жалақы және т.с.с көрсекіштердің айырмасын есептегенде вариация өрісін қолданады.

**Орташа шамадан ауытқу деп белгі мәні мен орташа шаманың айырмасын айтады.**

Арифметикалық орташа шамалардың қасиеті бойынша:

$$E(x_i - \bar{x}) = 0$$

Мұндағы  $x_i$  - белгі варианты;

$\bar{x}$  - орташа шама.

Сондықтан сызықтық ауытқулардың орташасын анықтау үшін ауытқулардың модулін есептейді.

Орташа шамалар сияқты сызықтық ауытқулардың

2 түрі болады:

- жай сызықтық ауытқу;
- салмақталған сызықтық ауытқу.

**Топтастырылған мәліметтер үшін орташа сызықтық ауытқудың жай түрі анықталады:**

Мұндағы  $L$  - орташа сызықтық ауытқу;  
 $N$  - вариант саны.

## Топтастастырылған мәліметтер үшін сызықтық ауытқудың салмақталған түрі есептелінеді:

Мұндағы 1- вариант жиілігі.

Енді осы формула бойынша сызықтық ауытқудың салмақталған түрін есептеу алгоритмін көрсетейік:

1) Берілген мәліметтер бойынша арифметикалық орташаның салмақталған түрі есептеледі;

2) әр варианттың орташа шамадан ауытқуының модулі анықталады.

3) есептелген ауытқу модульдері вариант жиіліктеріне көбейтіледі.

4) салмақталған ауытқудың анықтайды.



- **Дисперсия** ( $\sigma^2$ ) статистикада оқылып отырған көрсеткіштің ауытқу дәрежесін өлшейтін көрсеткіш. Дисперсия мынадай формулалармен анықталады: қарапайым дисперсия
- өлшенген дисперсия
- Тәжірибеде дисперсияны жай қарапайым формуламен де анықтауға болады:  $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  мұнда  $x_i$  - варианттар квадраттарының ортасы;  $\bar{x}$  - орталар квадраты.
- Статистикада вариацияның өлшемі ретінде тәжірибеде кеңінен қолданылатыны және ең негізгісі дисперсия.

- **Орташа сызықтық ауытқу.** Әр белгінің арифметикалық ортадан абсолюттік айырмашылығының қосындыларының орта-сын орташа сызықтық ауытқу деп атайды. Орташа сызықтық ауытқуды (ОСА) есептегенде мынадай формулалар қолданылады:
- қарапайым ОСА үшін
- өлшенген ОСА үшін
- ОСА вариация құлашына қарағанда барлық жиындағы белгілердің вариациясын толығырақ көрсететін шама.

- **Орташа квадраттық ауытқу** (стандартты ауытқу) ( $\sigma$ ,  $\sigma^2$ ) (ОКА) дисперсиядан квадрат түбір алынғандағы оң таңбалы мән. Дисперсия оқылып отырған белгілердің квадраты өлшем бірліктерін көрсетуіне байланысты ОКА-ны есептеуге тура келеді. ОКА жай немесе өлшенген болуы мүмкін.
- Орташа квадратты ауытқу жиын белгілері сияқты өлшем бірлікпен өлшенеді.

**Вариация коэффициенті** ( $V$ ,  $C_v$ ). Дисперсия және орташа квадраттық ауытқу бір аттас орташа шамаларды салыстырып талдау үшін қажет. Ал тәжірибеде әр түрлі өлшем бірліктермен өлшенген мәліметтердің вариациялық өзгерістерін бір-бірімен салыстырып талдауға тура келеді. Осындай жағдайда абсолюттік және салыстырмалы вариация көрсеткіштері қолданылады. Осындай көрсеткіштердің бірі - вариация коэффициенті, Орташа квадраттық ауытқудың арифметикалық орта шамаға қатынасын вариация коэффициенті дейді және ол пайызбен өрнектеледі;

- Сонымен вариация коэффициенті оқылып отырған әртүрлі мәліметтерді бір өлшем бірлікпен өлшеп, оларды салыстыруға болатындай жағдай жасайды. Кейде осы көрсеткішпен жиынның бір қалыптас, бір тектес екенін бағалайды. Оның мәні кіші болған сайын жиынның бір тектестігіне сенім артады.

- **Вариациялық қатар деп** - қарастырылған жиынтықтағы бірліктердің орналасу заңнамасын көрсететін сандар қатары. Берілген жиынтықта жекеленген варианттар қанша рет кездесетінін көрсететін санды жиілік немесе вариант салмағы деп атайды. Оны  $p$  немесе  $f$  әріптерімен белгілейміз. Жиіліктің мөлшері берілген жиынтықтың көлеміне тең.  $\sum p = n$ . Мұндағы  $\sum$  -вариациялық қатардың жиілігі,  $n$  - іріктелген жиынтықтық көлемі.

$$l = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K}, \quad (1)$$

Статистикалық жиынтықты құрайтын көрсеткіш шамасы бойынша өзгереді (вариацияланады).

Сондықтан олардың мәндері варианттар  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  деп аталады, ал барлық жиынтығы-вариациялық қатар.

- Жиынтықтың құрамына кіретін жеке бірліктер, оның элементтері немесе ұжымның мүшелері деп аталады, барлық элементтердің саны жиынтықтың көлемі  $(n)$  деп аталады.
- Әрбір вариант неше рет байқалғанын көрсететін сандар жиіліктер деп аталады және  $m_1, m_2, \dots, m_n$  арқылы белгіленеді.

- Варианттарды өсуші немесе кемуші тәртіпте орналастырып және әрбір варианттың жиілігін көрсетіп, *тәртіпке келтірілген вариациялық қатар* немесе *белгіні бөлуді* аламыз.
- Вариациялық қатарды *интервалды қатар* түрінде берген ыңғайлы, онда жиіліктер жеке мәндерге емес, интервалдардың (кластардың) ортасына жатады.
- Интервалдың оңтайлы шамасы Стерджесстің формуласымен анықталады.

- $N = 1 + \log_2 N$

- Вариациялық қатарды табу үшін ең алдымен оның классын анықтау керек, екінші интервалын немесе жиынтықтың минимальды вариантынан максимальды вариантка дейінгі аралығын анықтайды. Класстық интервалдың ұзындығы жиынтықтың максимальды варианты мен минимальды вариантының айырмасының топ санының қатынасына теңдігімен ( $K$ ) анықталады:

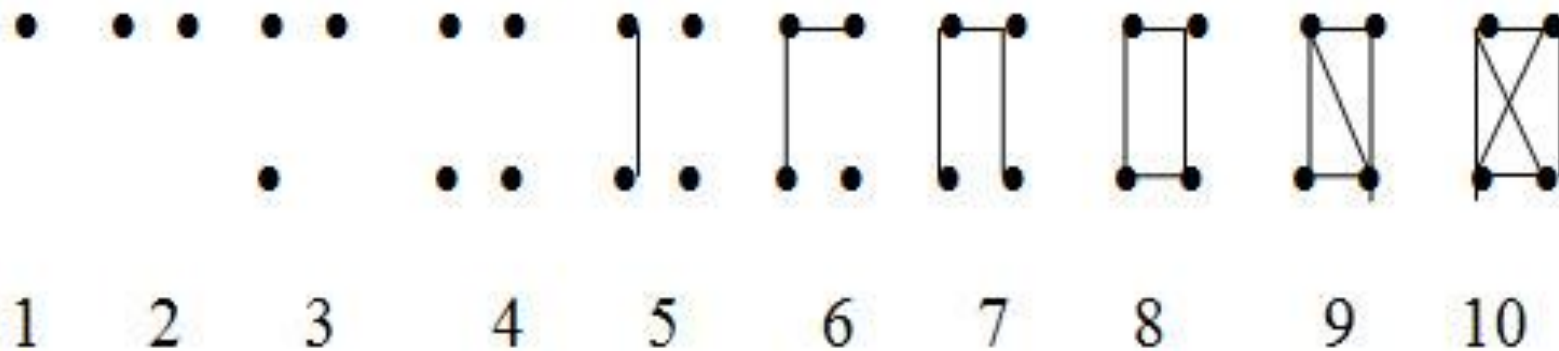
$$l = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{K}, \quad (1)$$



- **Вариациялық қатар құру үшін:**
- Варианттың лимитін немесе нақты минимальды және максимальды мәнін табу.
- Класстық интервалдың көлемін табу.
- Класстар құру. Қарастырылған белгінің минимальды мәніне класстық интервалдың көлемін максимум енгенге дейін қосып отыру. Жоғарғы шектеулер кластарының мөлшерін азайту, белгіні өлшегендегі дәлме-дәл мәнін табу, мысалы 1, 0,1, 0,01 және т.б. кластардың қажетті шегіне жетеді.

- Орталық класстың көлемін анықтау. Олар берілген төменгі шектеулердің және келесі кластардың жартылай мәніне тең, сондай-ақ берілген кластардың төменгі шектеулеріне кластық интервалдың жартысын қосуға болады.
- Класс бойынша вариантты тасымалдау. Бұл үшін төрт графадан тұратын және класс санының бағандарымен тең кесте құрамыз. Бірінші графада - класс шектеулері, екіншісінде - класс орталықтары, үшіншісінде - әртүрлі шартты белгілер жиілігін есепке алу, төртіншісінде - әрбір класта кездесетін вариант жиілігі (3 графадағыдай сандық бейнеленуі) беріледі.

Ірі іріктеу жүргізген кезде келесі жиілік шифрын қолданған ыңғайлы.



- Егер вариант класын ( $w$ ) бір қатарға, ал жиілікті басқа қатарға жазсақ, классты немесе жиілікті бейнелейтін екі қатар санды вариациялық қатар пайда болады. Вариациялық қатарда өзінің белгілі заңнамасы болады. Шеткі вариациялар аз санды болып келеді, ал ортаңғы қатарға жақындай келе вариация жиілігі жоғарылайды. Ортаңғы вариациялы қатарда немесе бір вариацияға жақын вариацияда жиілік саны көп кездесе ол модальді вариация деп аталады. Графикпен бейнеленген вариациялық қатар жиілік диаграммасын көрсетеді.

- Интервалсыз вариациялық қатардың графигін құрғанда абсцисс өсінде класс мәндері, ал ординат өсінде жиілік белгіленеді. Абсцисс өсіндегі перпендикуляр ұзындығы, класстың жиілігіне сәйкес келеді. Перпендикуляр ұзындықтарын түзу сызықтармен жалғау арқылы көпбұрышты геометриялық фигура аламыз. Вариациялық қатарға график құрғанда координациялық өстеріндегі масштабқа үлкен мән беру керек. Вариациялық қисықтың ұзындығы оған 5:8 қатынаста болу керек. Бұл ережелерді сақтамаған жағдайда кері мәнге әкеп соғады.

- Статистикалық байқаудың алғашқы мәліметерін өңдеу мен жүйелеудің нәтижесінде алынған топтауды бөлу қатарлары деп атайды.
- **Бөлу қатарлары** - белгілі бір нышанмен вариацияланатын реттелген жиынтықтың бірліктерінің біртекті тобы.
- Бөлу қатарын жасаудың негізіне салынған нышанға байланысты **атрибутикалық және вариациялық бөлу қатарлары** болып бөлінеді.
- **Атрибутикалық бөлу қатарлары** – зерттелетін әлеуметтік экономикалық құбылыстың қасиетін, сапасын сипаттайтын және сандық сипаты жоқ сапалық нышан бойынша жасалынған бөлу қатары. Атрибутикалық бөлу қатары жиынтықтың құрамын маңызды нышандар сипаттайды. Бірнеше кезеңнен алынған, осы мәліметтер құрылымының өзгеруін зерттейді.

- **Варияциялық бөлу қатары** - сандық нышан бойынша жасалынады. Кез келген осындай қатар сандық нышанның сандық мәндерінің варианттарынан тұрады, яғни жеке варианттардың немесе вариациялық қатардың жиілігінен тұрады. Бұл сан бөлу қатарында варианттардың қаншалықты жиі кездесетінін көрсетеді. Барлық жиіліктің сомасы барлық жиынтықтың санын анықтайды.
- **Топтардың саны абсолютті шамалармен сондай – ақ салыстырмалы шамалармен көрсетіледі.**

- **Жиілік шамасы** - салыстырмалы бірліктер немесе қорытынды пайыз түрінде келтірілген топтың санының жалпы санға қатынасы.
- **Нышанның вариациясының сипатына қарай дискреттік және интервалдық вариациялық бөлу қатарлары** болып бөлінеді.
- **Дискретті вариациялық бөлу қатарлары** – топтар дискретті өзгертін нышандардан тұратын және тек бүтін мәндерді қабылдайтын қатар.
- **Интервалдық вариациялық бөлу қатары** – топтаудың негізін құрайтын топтау нышаны белгілі бір интервалда кез келген мәнді қабылдайтын қатар. Интервалдық вариациялық бөлу қатарын нышанның үздіксіз вариациясында жасаған дұрыс, яғни нышанның үздіксіз вариациясының саны жеткілікті үлкен болуы қажет.



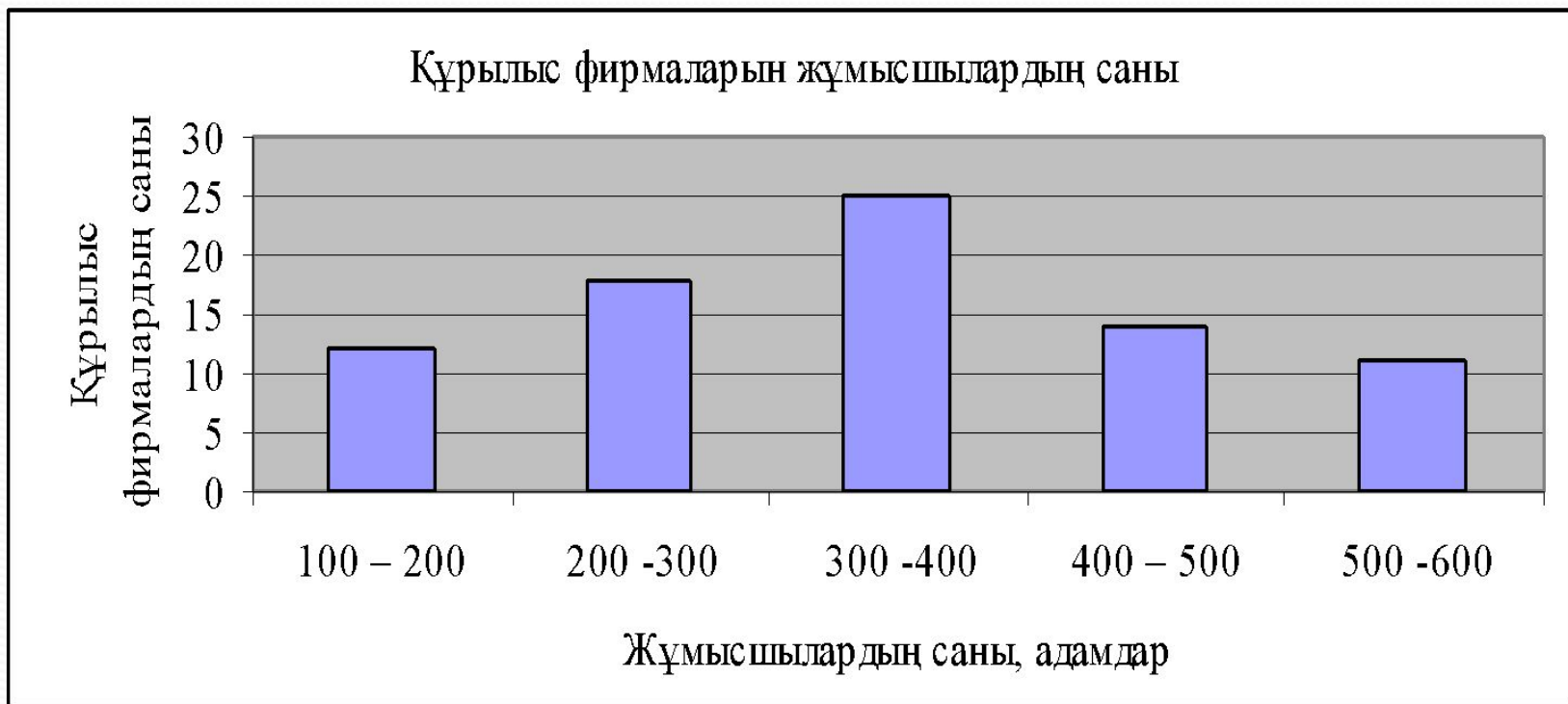
## Бөлу қатарын графикалық түрде бейнелеу

- Бөлу қатарын талдау үшін графикалық бейнелеу қолданылады. Осы мақсатқа байланысты бөлудің **полигоны, гистограммасы, огива және кумулятасы** қолданылады.
- **Полигон** дискретті вариациялық қатарды бейнелеу үшін қолданылады. Оны салу үшін координаттардың тікбұрышты жүйесінің абсцисс өсінде вариацияланатын нышанның ранжирленген мәні белгіленеді, ал ординат осі бойынша әрбір варианттың санын көрсететін шкаласы белгіленеді. Абсцисс пен ординаттың қиылысындағы нүкте тік сызықтармен қосылады, соның нәтижесінде жиіліктің полигоны деп аталатын қисық болып шығады. Студенттердің емтихандық балдар бойынша графикалық бөлінуі (1 – суретте) көрсетілген.



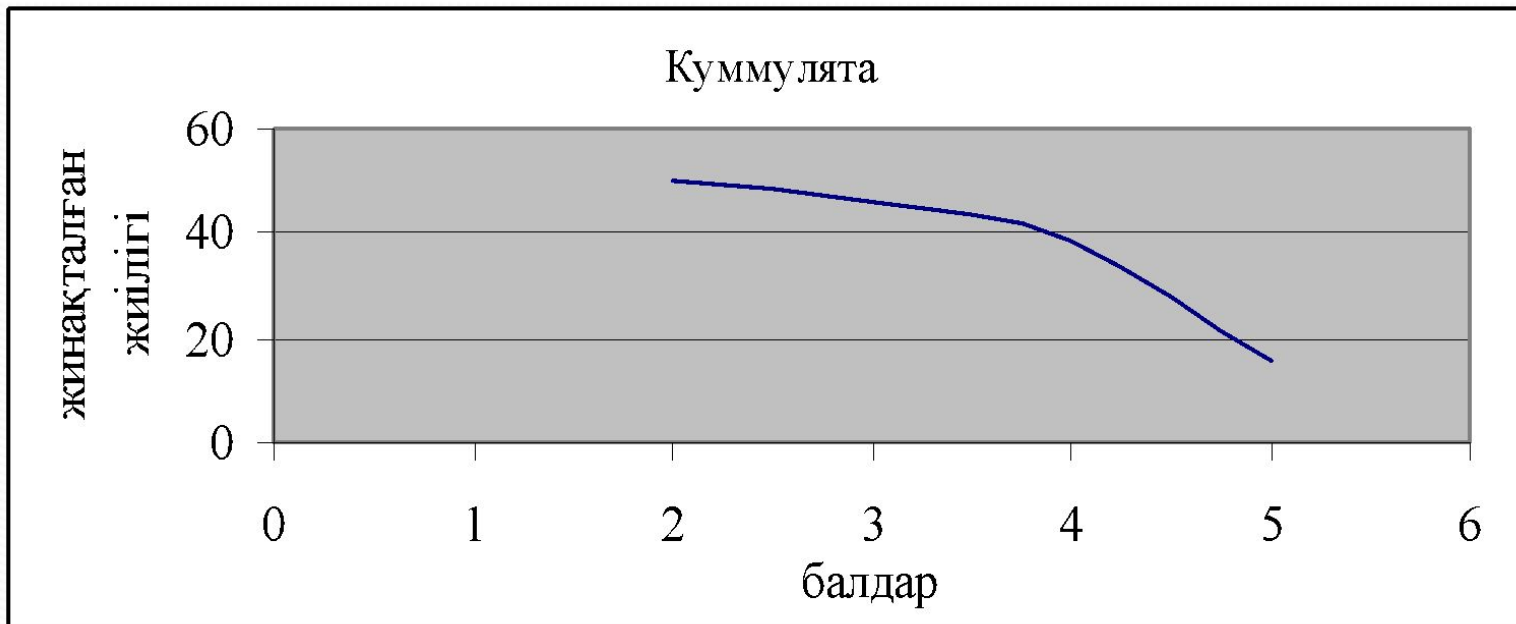
- 1 – сурет - Студенттердің емтихандық балдар бойынша графикалық бөлінуі

Гистограмма интервалдық вариациялық бөлу қатарына бейнелеу үшін қолданылады. Гистограмманы салу үшін координаттардың тікбұрышты жүйесінің абцисса өсінде интервалдардың шамасы салынады, ал жиіліктер сәйкес интервалдарға салынған тікбұрыш түрінде көрсетіледі. Бағананың биіктігі жиілікке пропорционалды болуы қажет. Нәтижесінде бөлу қатары бағаналық диаграмма түрінде көрсетілген графикті аламыз (2 – сурет).



2 – сурет-Құрылыс фирмаларын жұмысшылардың саны бойынша бөлу

- Вариациялық қатарларды графикалық бейнелеу үшін **кумулятивті сызық** қолданылады. Кумулятаның көмегімен жинақталған жиілігінің бөлу қатары көрсетілген (3 – сурет). Жинақталған жиіліктер топтар бойынша жиіліктерді біртіндеп жинақтау арқылы анықталады. Кумулятаны салу үшін координаттардың тікбұрышты жүйесінің абсцисса өсінде бөлудің варианттары белгіленеді. Осы перпендикуляр тік сызықтармен қосылып қисық сызық шығады, яғни кумулята шығады 12 - кесетегі ақпараттарға сәйкес салынған кумулятаның мысалы (3 – суретте) көрсетілген.



3 – сурет – Куммулята студенттердің емтихандық балдар бойынш