

Косарська загальноосвітня школа I-III ступенів

Перетворення подібності та його властивості.

Гомотетія



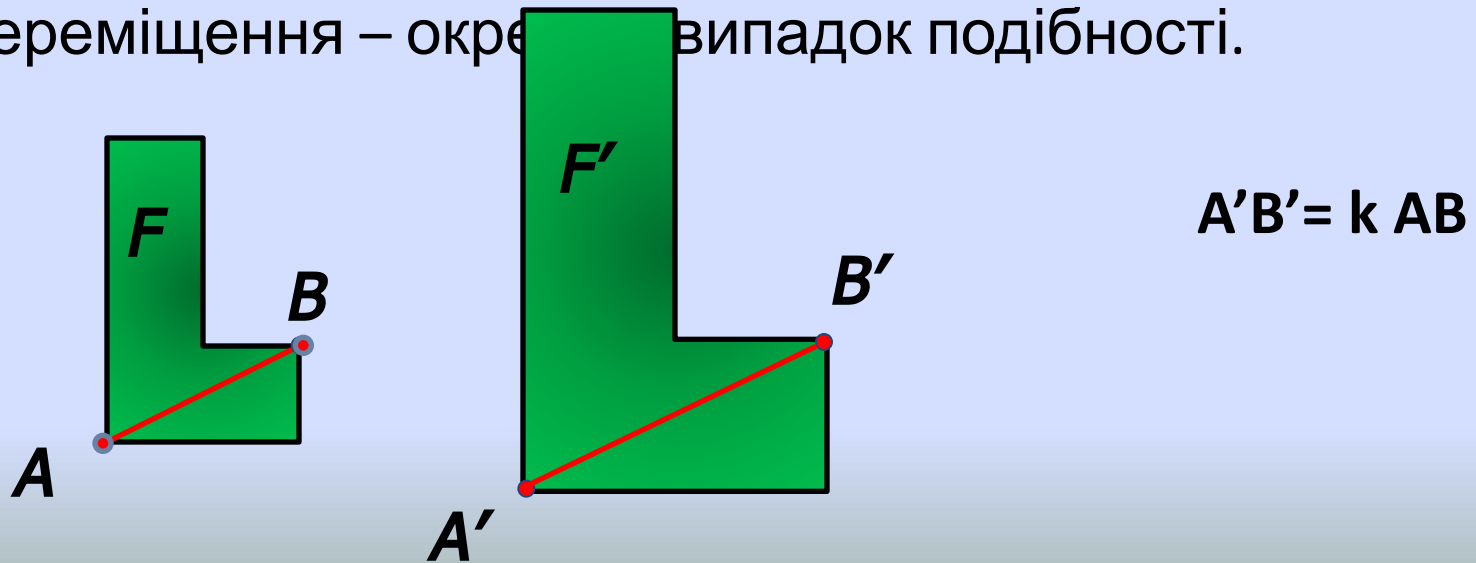
Геометрія, 9 клас
Т.М. Скічко

Означення

Перетворенням подібності (подібністю) називається таке перетворення фігури F у фігуру F' , внаслідок якого відстань між точками змінюється в тому самому відношенні k ($k > 0$). Число $k > 0$ називається коефіцієнтом подібності.

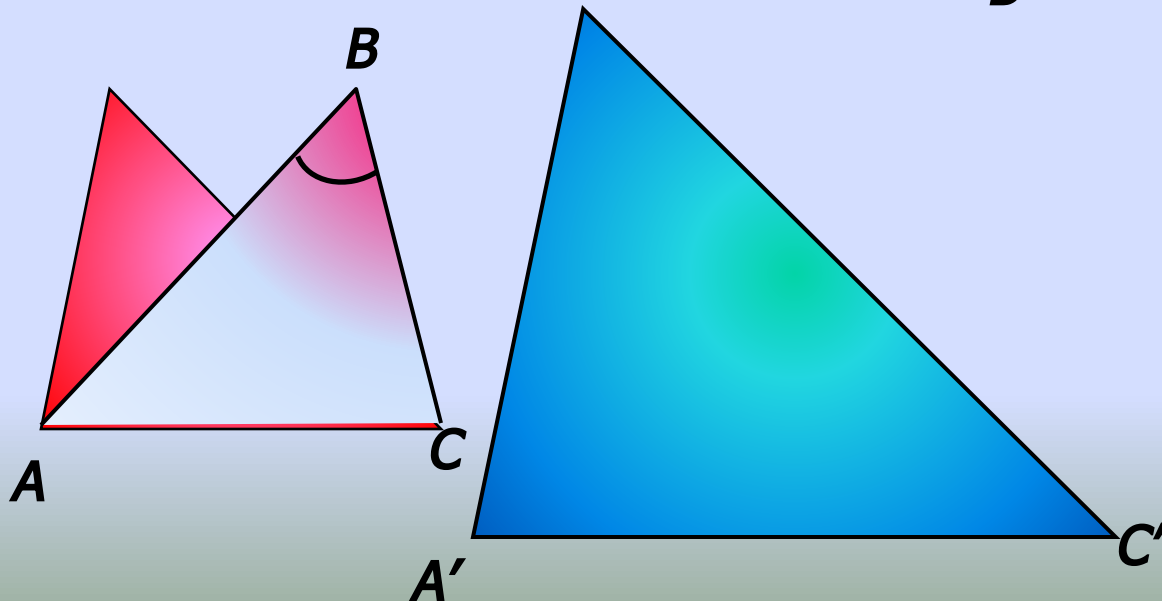
Якщо $k=1$, то маємо переміщення.

Переміщення – окремий випадок подібності.



Властивості перетворення подібності

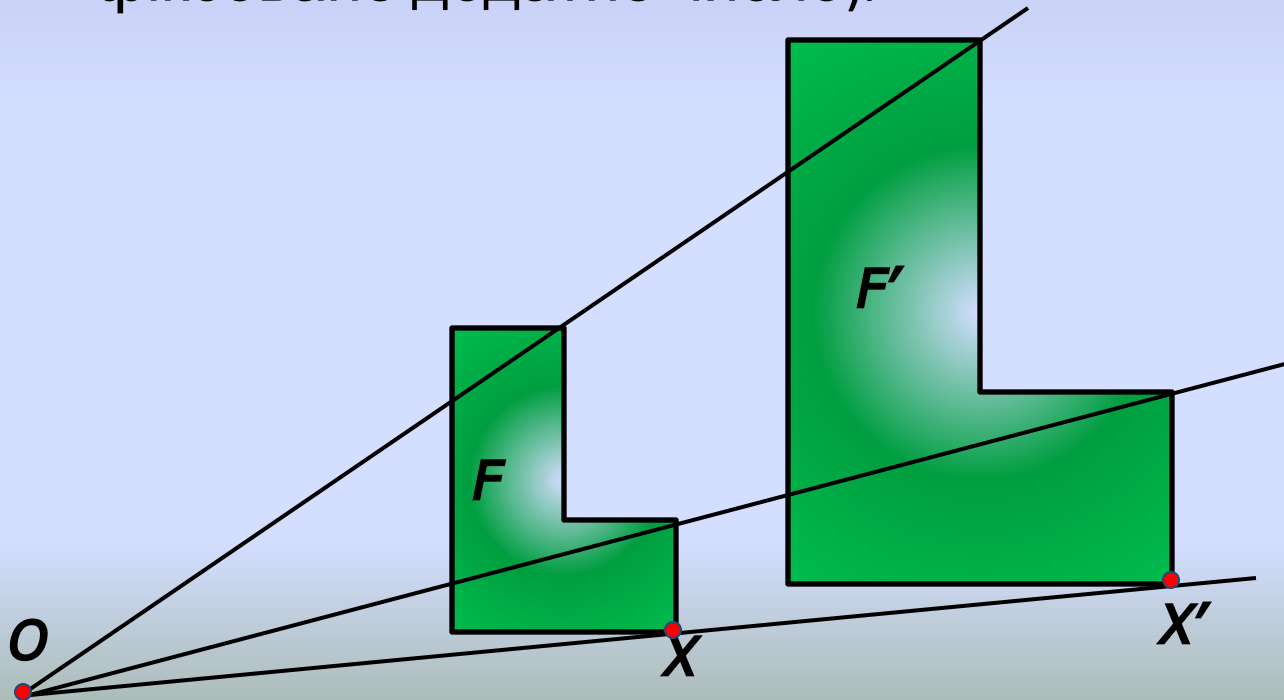
- 1) Перетворення подібності переводить прямі в прямі, промені – в промені, відрізки – у відрізки.
- 2) Кожна фігура подібна сама собі з коефіцієнтом подібності $k=1$.
- 3) Перетворення подібності зберігає кути між променями.



Трикутник ABC
подібний
трикутнику A'B'C'.
 $\angle ABC = \angle A'B'C'$

Означення

Гомотетією з центром O називається таке перетворення фігури F у фігуру F' , внаслідок якого кожна точка X фігури F переходить у точку X' фігури F' так, що точка X' лежить на промені OX і $OX' = k \cdot OX$ (k – фіксоване додатне число).



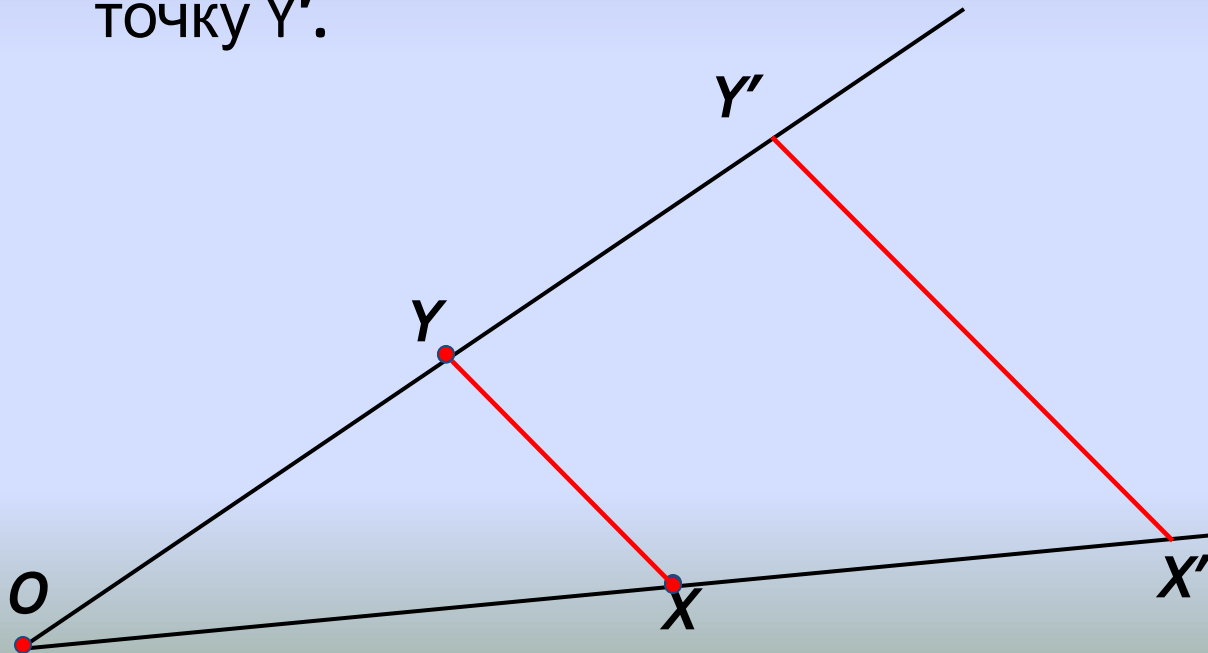
Число k – коефіцієнт гомотетії, фігури F і F' називають гомотетичними.

Основна властивість гомотетії

Теорема. **Гомотетія є перетворенням подібності.**

Доведення.

- Нехай точки O , X , Y не лежать на одній прямій.
- Гомотетія з центром O і коефіцієнтом k .
- Точка X – переходить в точку X' , точка Y переходить у точку Y' .



За означенням гомотетії: $OX' = k OX$, $OY' = k OY$.
Отже, трикутники OXY і $OX'Y'$ подібні за двома пропорційними сторонами й кутом між ними.

Властивості гомотетії

Гомотетія з коефіцієнтом k є перетворенням подібності з коефіцієнтом k .

- При гомотетії пряма переходить у паралельну їй пряму або сама в себе; відрізок – у паралельний йому відрізок; кут – у рівний йому кут.
- На координатній площині гомотетія точок $A(x; y)$ і $B(x_1; y_1)$ задається формулами: $x_1 = k x$; $y_1 = k y$.

Перевір себе

- Що таке перетворення подібності?
- Що таке гомотетія? Центр гомотетії? Коефіцієнт гомотетії?
- Середня лінія MN трикутника ABC відтинає від нього гомотетичний трикутник MVN . Чому дорівнює коефіцієнт гомотетії?

Означення

Розглянувши модель, сформулюйте означення перетворення подібності.

