

Тема 3. ПЛОСКИЕ ЭМВ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ СРЕДАХ

Лекция №7 (7). Электромагнитные волны в различных средах

1. Классификация сред.
2. Плоские однородные волны в изотропных средах без потерь.
3. Плоские однородные волны в изотропных средах с потерями. Дисперсия ЭМВ.
4. Поляризация плоских волн.

1 Классификация сред

Параметры среды, влияющие на распространение ЭМВ, описываются:

- относительной диэлектрической проницаемостью ε ,
- относительной магнитной проницаемостью μ ,
- удельной электрической проводимостью σ .

В зависимости от соотношения данных переменных проводят классификацию сред. *Критерии классификации:*

- 1) соотношение омических и диэлектрических потерь;
- 2) зависимость параметров среды от ориентации векторов и направления распространения волн;
- 3) зависимость параметров среды от уровня ЭМП.

1. По соотношению омических и диэлектрических потерь среды

делятся на

- проводники;

- полупроводники;

- диэлектрики.

Разделение по соотношению действительной и мнимой частей относительной комплексной диэлектрической проницаемости

$$\tilde{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_\alpha - i \frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right) = \varepsilon_0 (\varepsilon - i 60 \lambda_0 \sigma)$$

λ_0

где - длина волны в вакууме.

$$\varepsilon \begin{cases} \ll \\ \approx \\ \gg \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} \ll \\ \approx \\ \gg \end{matrix}} \right\} 60 \lambda_0 \sigma \begin{matrix} \text{проводник} \\ \text{полупроводник} \\ \text{диэлектрик} \end{matrix}$$

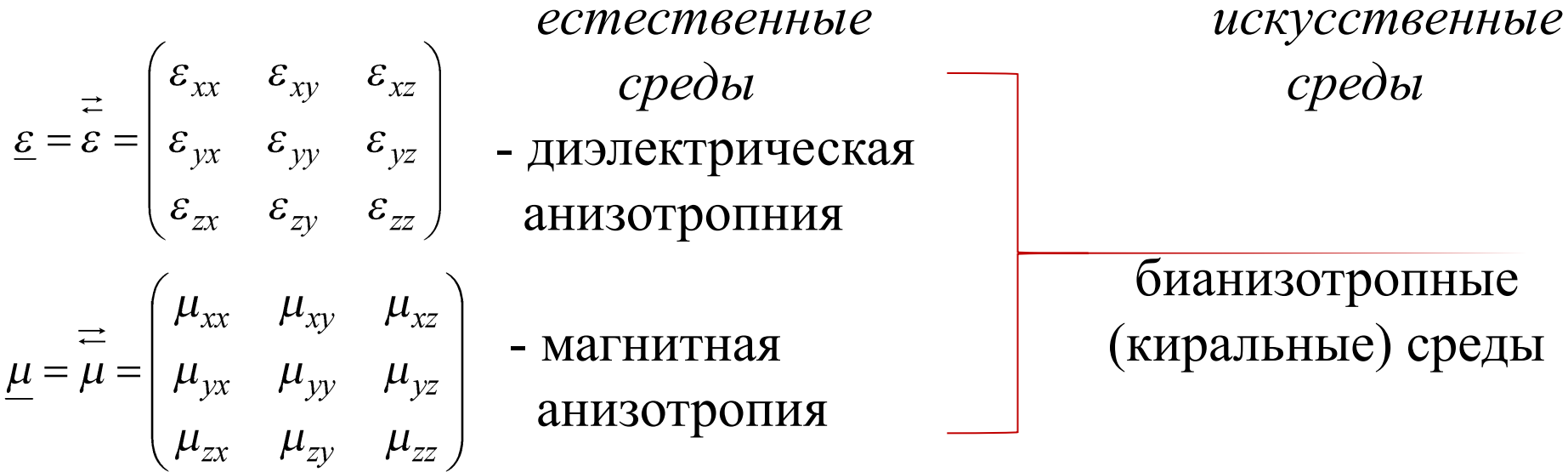
2. По зависимости от ориентации векторов и направлений распространения волны:

- **изотропные;**
- **анизотропные.**

Изотропные среды – среды, свойства которых не зависят от направления распространения волны.

В данных средах $\vec{D} \parallel \vec{E}$, $\vec{B} \parallel \vec{H}$.

В анизотропных средах хотя бы один из параметров среды является тензором:



Среда гиротропна (обладает вращающим действием), если

ИЛИ $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$ $\underline{\underline{\mu}} = \underline{\underline{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix}$

плазма

феррит

3. По зависимости от уровня ЭМП:

- *линейные;*

- *нелинейные.*

Линейными называют среды, у которых параметры не зависят от электромагнитного поля. В противном случае среды называются **нелинейными**.

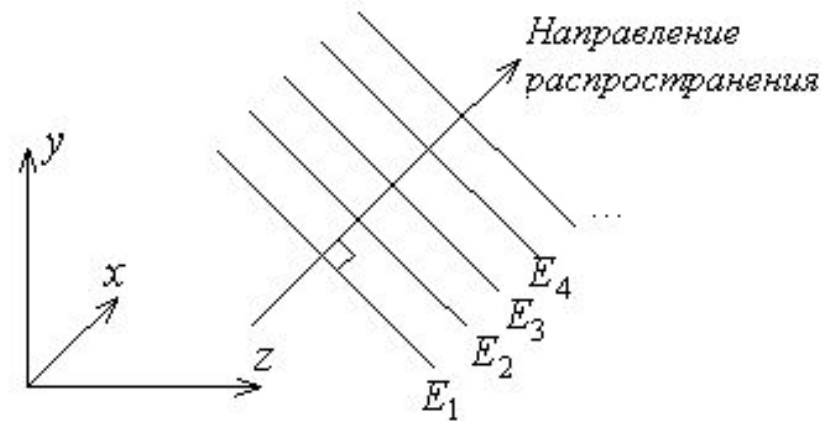
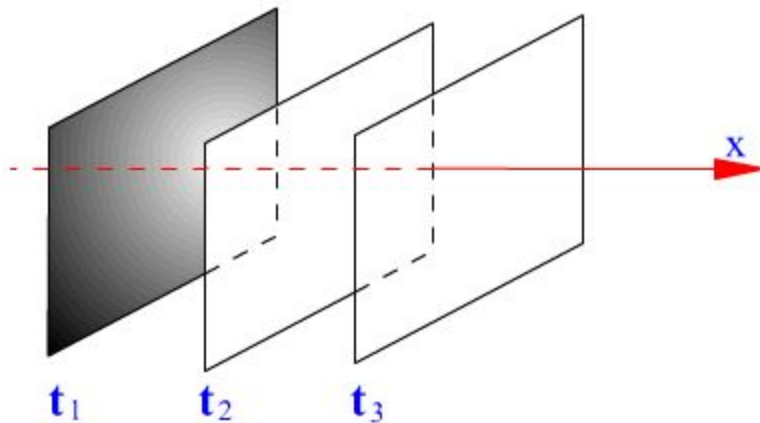
Примером нелинейных сред является ионосфера, подвижность электронов которой зависит от напряженности электромагнитного поля.

2 Плоские однородные волны в изотропных средах без потерь

Плоская волна – волна, фронт которой имеет бесконечную протяженность, причем амплитуды и фазы векторов поля во всех точках фазового фронта одинаковы.

Волна называется *однородной*, если ее амплитуда постоянна во всех точках фазового фронта, и *неоднородной*, если ее амплитуда зависит от координат точек фазового фронта.

Фазовым фронтом волны называется поверхность, проходящую через точки с одинаковыми фазами.



Характеристики волны:

- ***фазовая скорость*** – скорость движения фазового фронта:

$$\vec{v}_\phi = \vec{i}_z \frac{\omega}{k_\beta} = \vec{i}_z \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \vec{v}_0$$

- ***длина волны*** - расстояние между двумя фазовыми фронтами волны, различающимися на 2π :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{|\vec{v}_0|}{f}$$

- ***волновой вектор***

$$\vec{k} = \vec{i}_\perp \tilde{k} = \vec{i}_\perp (k_\beta - ik_\alpha)$$

Определение характеристик плоской волны в идеальном диэлектрике ($\mu_a = \mu_0$)

1. Предположим, что волна распространяется в направлении Oz и отсутствуют сторонние источники.

2. Уравнения Максвелла сводятся к двум независимым системам дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -i\omega\varepsilon_a E_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -i\mu_a H_y \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{- волна} \\ (E_x, H_y) \end{array} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial z} &= i\omega\varepsilon_a E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega\mu_a H_x \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{- волна} \\ (E_y, H_x) \end{array}$$

Рассуждения будем проводить для системы (E_x, H_y)

Уравнение Гельмгольца:
$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + k^2 H_y = 0$$

где $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu} = k_0\sqrt{\varepsilon\mu} = k_0\sqrt{\varepsilon}$

$k_0 = 2\pi / \lambda_0$ - волновое число в вакууме.

В диэлектрике без потерь длина волны и фазовая скорость уменьшаются в $\sqrt{\varepsilon}$ раз по сравнению с вакуумом.

Решение уравнения Гельмгольца $\vec{H}_y(z) = \vec{H}_y(0) \cdot \exp[-ikz]$

описывает плоскую ЭМВ, распространяющуюся в положительном направлении оси $0z$.

Соотношение между поперечными компонентами волны:

$$E_x(z) = -\frac{\omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}}{\omega \epsilon_a} \vec{H}_y(z) = \sqrt{\mu_a / \epsilon_a} \cdot \vec{H}_y(z)$$

Волновое (характеристическое) сопротивление среды:

$$W = Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon}}$$

Вещественный характер сопротивления означает, что вектора поля имеют одинаковую фазу.

Вектор Пойнтинга: $\vec{\Pi} = 0.5 \cdot [\vec{i}_x \cdot \vec{E}_x, \vec{i}_y \cdot \vec{H}_y^*] = \vec{i}_z \frac{E_x^2}{Z_c}$

$E_x = 0.707 \cdot |\vec{E}_x|$ - действующее значение поля.

Имеется только активный поток энергии в направлении оси $0z$.

Плотность потока энергии не зависит от координат и от частоты.

Скорость распространения энергии равна фазовой скорости.

3 Плоские волны в средах с потерями.

Дисперсия электромагнитных волн

Воздействие ЭМП в реальных средах вызывает *два вида потерь, обусловленных:*

- *проводимостью* среды (металл, диэлектрики на низких частотах);
- *поляризационными эффектами* в диэлектриках и магнитных материалах (диэлектрический и магнитный гистерезис).

Потери отражаются в записи комплексных проницаемостей среды:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon'_a - i\varepsilon''_a = \varepsilon'_a (1 - i \operatorname{tg} \delta^\varepsilon) \quad \tilde{\mu}_a = \mu'_a - i\mu''_a = \mu'_a (1 - i \operatorname{tg} \delta^\mu)$$

где $\operatorname{tg} \delta^\varepsilon = \frac{\varepsilon''_a}{\varepsilon'_a}$ и $\operatorname{tg} \delta^\mu = \frac{\mu''_a}{\mu'_a}$ - соответственно тангенс угла

диэлектрический и магнитных потерь.

Изменение выражения для *волнового числа*

$$\tilde{k} = \omega \sqrt{\tilde{\varepsilon}_a \mu_a} = k_0 \cdot \sqrt{\tilde{\varepsilon}} = k_0 \cdot \sqrt{\varepsilon - i60\lambda_0\sigma}$$

$$k_\beta = k = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \quad k_\alpha = \frac{k}{2} \operatorname{tg} \delta = \frac{\omega}{2} \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \operatorname{tg} \delta$$

Решение уравнения Гельмгольца $H(z) = H_y(0) \cdot \exp[-k_\alpha z] \exp[-\gamma z]$

Первый сомножитель описывает затухание волны, второй – распространение волны.

Фазовая скорость:

$$v_\phi = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k_\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Волновое (характеристическое) сопротивление среды:

$$W = Z_c = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a (1 - i \operatorname{tg} \delta)}} \approx \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \exp\left(i \frac{\delta}{2}\right)$$

Вектор Пойнтинга:

$$\vec{\Pi} = i_z \frac{E_x^2}{2|Z_c|} \exp(-2\alpha z) \exp\left(i \frac{\delta}{2}\right) \quad |Z_c| = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

Появление реактивной составляющей описывает тепловые потери в среде.

Свойства плоской волны в средах с проводимостью и без потерь различны. *Основное отличие* - в среде без потерь параметры плоской волны одинаковы при любых частотах, а в среде с конечной проводимостью они зависят от частоты.

Зависимость свойств волны от частоты называется *дисперсией*, а соответствующие *среды* – *диспергирующими*.

Для хороших проводников $\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a - i\sigma / \omega \approx -i\sigma / \omega$ и $\tilde{\mu}_a = \mu_a$

$$\tilde{k} = i\omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}_a\tilde{\mu}_a} = i\omega\sqrt{-i\frac{\sigma}{\omega}\mu_a} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\mu_a\sigma}$$

Толщиной скин-слоя (глубиной поверхностного проникновения, толщиной поверхностного слоя) называется величина

$$d_0 = \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu_a\omega}}$$

С учетом данной величины можно записать:

$$\tilde{k} = \frac{1+i}{d_0} \quad v_\Phi = \omega d_0$$

4 Поляризация плоских волн

Плоскость, проходящая через направление распространения электромагнитной волны и вектор \vec{E} , называется *плоскостью поляризации*.

Если вектор \vec{E} при распространении лежит в неподвижной плоскости, то волна называется *линейно поляризованной*.

Источник: – электрический или магнитный вибратор.

Если вектор \vec{E} будет иметь две составляющие E_x и E_y (при возбуждении, например, двумя взаимно перпендикулярными элементарными электрическим вибраторами), то сдвиг фаз между ними определяется фазовыми соотношениями токов, питающих вибраторы.

В общем случае выражение для вектора \vec{E} в дальней зоне выражением

$$\vec{E} = \vec{i}_x E_x \cos(\omega t - kz + \varphi_1) + \vec{i}_y E_y \cos(\omega t - kz + \varphi_2)$$

где φ_1, φ_2 - начальные фазы составляющих вектора в начальной точке в начальный момент времени.

Волна круговой поляризации: $E_x = E_y$ и $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi/2$

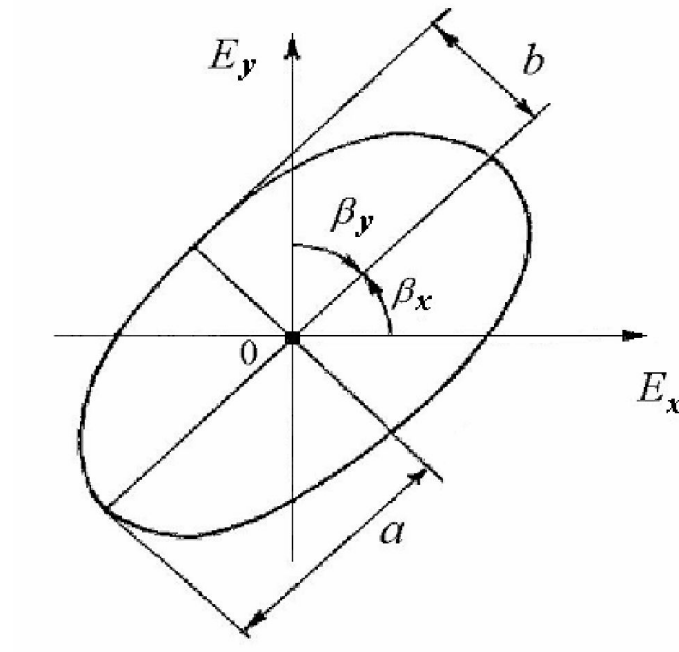
- с правым направлением вращения, если вектор вращается по часовой стрелке при удалении волны от наблюдателя;
- с левым направлением вращения, если вектор вращается против часовой стрелки при удалении волны от наблюдателя.

При произвольном соотношении амплитуд и начальных фаз конец вектора в фиксированной точке пространства описывает эллипс. **Волны** такого типа называются **эллиптически поляризованными**.

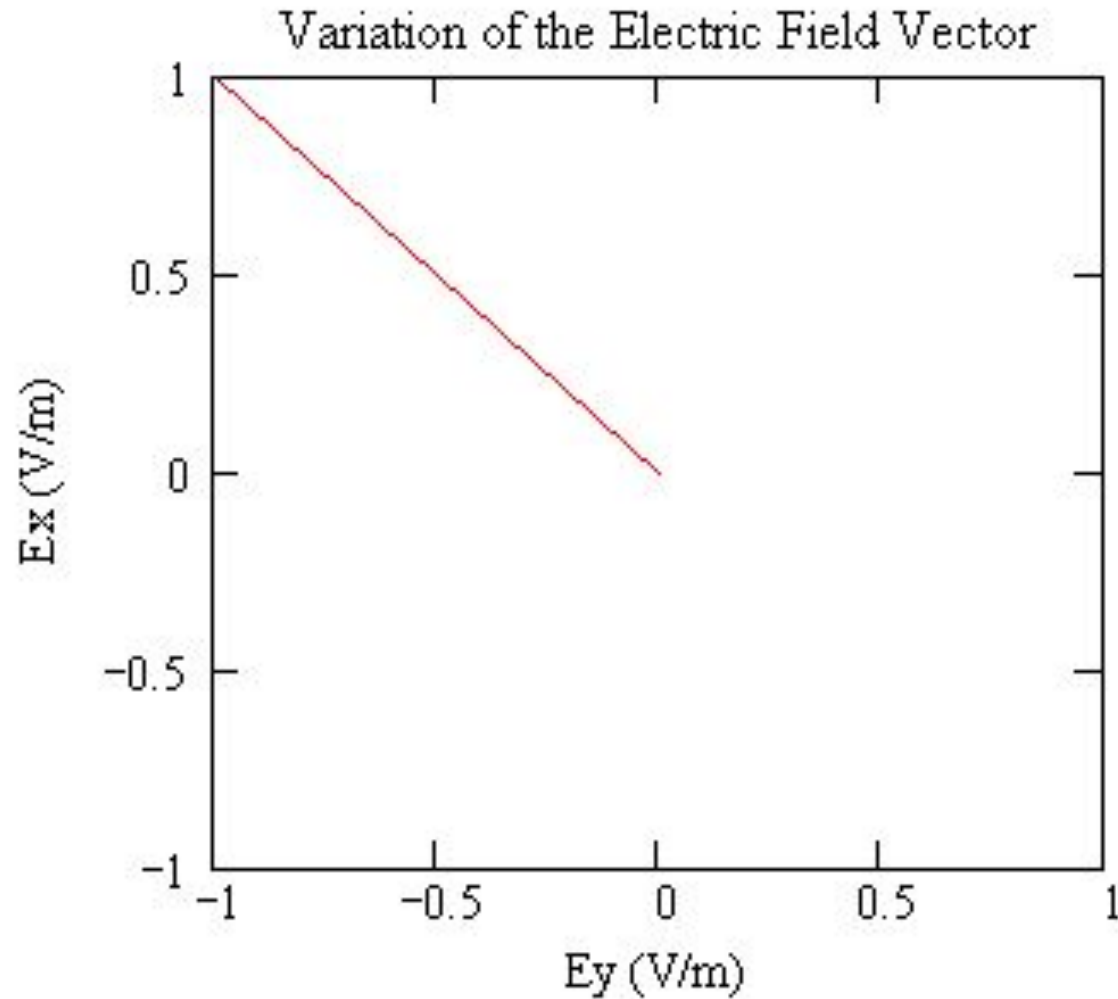
Линейная волна = волна круговой поляризации с правым направлением вращения + волна круговой поляризации с левым направлением вращения

Параметры эллиптической волны:

- коэффициент эллиптичности: $k_e = \frac{b}{a}$
- угол наклона поляризационного эллипса β_x или β_y ;
- направление вращения.



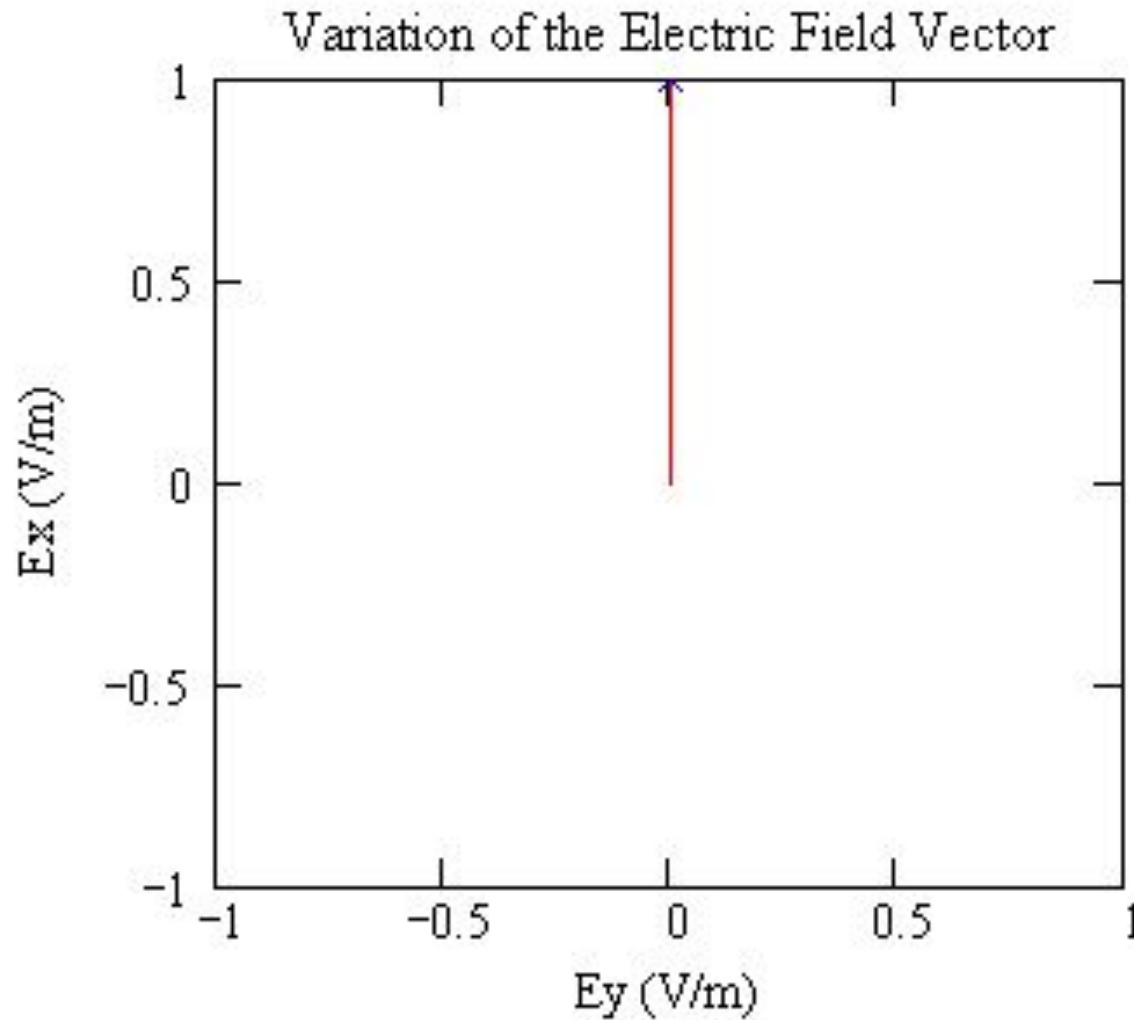
Пример волны линейной поляризации



Time (in periods, T)

$$\frac{\text{time}}{T} = 0.00$$

Пример волны круговой поляризации



Time (in periods, T)

$$\frac{\text{time}}{T} = 0.00$$

Пример волны эллиптической поляризации

