Функции. Пределы функций.

- Если каждому элементу x множества X

($x \in X$) ставится в соответствие определенный элемент y множества Y

($y \in Y$), то это означает, что на множестве X задана функция $y=f(x)$.

X - область определения;

Y – область значений.

Свойства функций

1. Четность и нечетность;
2. Монотонность;
3. Ограниченность;
4. Периодичность

Классификация функций

- Алгебраические – в которых над аргументом производится конечное число алгебраических преобразований (полиномы);
- Дробно –рациональные – отношение двух полиномов;
- Иррациональные – в составе операций встречается извлечение корня.

ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ

- Определение. *Если по некоторому закону каждому натуральному числу n поставлено в соответствие вполне определенное число* a_n, *то говорят, что задана числовая последовательность* $\{a_n\}$;

ПОНЯТИЕ ПРЕДЕЛА

- **Определение.** *Число А называется* ***пределом числовой последовательности*** *$\{a_n\}$, если для любого, даже сколь угодно малого положительного числа ε>0, найдется такой номер N (зависящий от ε,*

N= N(ε)), что для всех членов последовательности с номерами n>N верно неравенство

$$|a_n - A| < \varepsilon$$

- Предел числовой последовательности обозначается

$$\lim_{n\to\infty} a_n = A$$

- Последовательность, имеющая предел – сходящаяся, не имеющая – расходящаяся.

Предел функции в бесконечности и в точке

- **Определение.** *Число А называется пределом* ***функции y=f(x) при x, стремящемся к бесконечности,*** *если для любого, сколь угодно малого положительного числа* ε *>0, найдется такое положительное число S >0 {зависящее от* ε*; S=S(*ε*)), что для всех x таких, что* l *x* l *>S, верно неравенство:*

$$|f(x)-A|< \varepsilon$$

- Предел функции обозначается

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = A$$

Предел функции в точке.

- **Определение.** *Число А называется* ***пределом функции f(x) при x, стремящемся к*** x_0 ***(или в точке*** x_0 ***)***, *если для любого, даже сколь угодно малого положительного числа* ε >0, *найдется такое положительное число* δ >0 *(зависящее от* ε, δ = δ(ε)), *что для всех x, не равных* x_0 *и удовлетворяющих условию*

$$|x-x_0| < \delta,$$

- *выполняется неравенство*

$$|f(x)-A| < \varepsilon.$$

- Этот предел обозначается

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$

Бесконечно малые величины

- **Определение.** *Функция* α(x) *называется* ***бесконечно малой величиной при*** $x \to x_0$, ***или при*** $x \to \infty$ *если ее предел равен нулю:*

$$\lim_{x \to x_0 (\infty)} \alpha(x) = 0$$

Бесконечно большие величины

- **Определение.** *Функция* f(x) *называется* ***бесконечно большой величиной при*** ∞ $x \to x_0$, *если для любого сколь угодно большого положительного числа M>0 найдется такое положительное число* δ >0 *(зависящее от* ε, δ = δ(ε)), *что для всех x, не равных* x_0 *и удовлетворяющих условию* $|x-x_0| < \delta$, *выполняется неравенство*

$$|f(x)| > M.$$

- Этот предел обозначается

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$$

Замечательные пределы. Задача о непрерывном начислении процентов

- **Первым замечательным пределом** называется

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Второй замечательный предел (число e)

$$e = \lim_{n \to 0} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n}$$