Модуль 3. ПЛОСКИЕ ЭМВ
В НЕОГРАНИЧЕННЫХ СРЕДАХ
Лекция №7. Электромагнитные волны в различных средах

1. Классификация сред.
2. Плоские однородные волны в изотропных средах без потерь.
3. Плоские однородные волны в изотропных средах с потерями. Дисперсия ЭМВ.
4. Поляризация плоских волн.

1 Классификация сред

Параметры среды, влияющие на распространение ЭМВ, описываются:

- относительной диэлектрической проницаемостью ε,
- относительной магнитной проницаемостью μ,
- удельной электрической проводимостью σ.

В зависимости от соотношения данных переменных проводят классификацию сред. ***Критерии классификации***:

1) соотношение омических и диэлектрических потерь;
2) зависимость параметров среды от ориентации векторов и направления распространения волн;
3) зависимость параметров среды от уровня ЭМП.

1. ***По соотношению омических и диэлектрических потерь среды*** делятся на

- проводники;

- полупроводники;

- диэлектрики.

Разделение по соотношению действительной и мнимой частей относительной комплексной диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}_a$:

$$\tilde{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_\alpha - i\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon_0\left(\varepsilon - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}\right) = \varepsilon_0(\varepsilon - i60\lambda_0\sigma)$$

где λ_0 - длина волны в вакууме.

$$\varepsilon\begin{Bmatrix} << \\ \approx \\ >> \end{Bmatrix}60\lambda_0\sigma \quad \begin{matrix} \textit{проводник} \\ \textit{полупроводник} \\ \textit{диэлектрик} \end{matrix}$$

2. *По зависимости от ориентации векторов и направлений распространения волны*:

- ***изотропные;***
- ***анизотропные***.

Изотропные среды – среды, свойства которых не зависят от направления распространения волны.

В данных средах $\vec{D} \parallel \vec{E}$, $\vec{B} \parallel \vec{H}$.

В анизотропных средах хотя бы один из параметров среды является тензором:

естественные среды

$$\underline{\varepsilon} = \overset{\rightleftarrows}{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

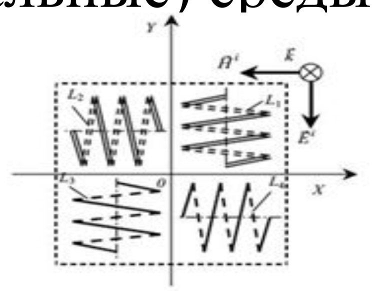
- диэлектрическая анизотропия

$$\underline{\mu} = \overset{\rightleftarrows}{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix}$$

- магнитная анизотропия

искусственные среды

бианизотропные (киральные) среды



Среда гиротропна (обладает вращающим действием), если

или $\quad \underline{\varepsilon} = \overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \qquad \underline{\mu} = \overleftrightarrow{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix}$

плазма ***феррит***

3. По зависимости от уровня ЭМП:

- ***линейные;***
- ***нелинейные***.

Линейными называют среды, у которых параметры не зависят от электромагнитного поля. В противном случае среды называются ***нелинейными***.

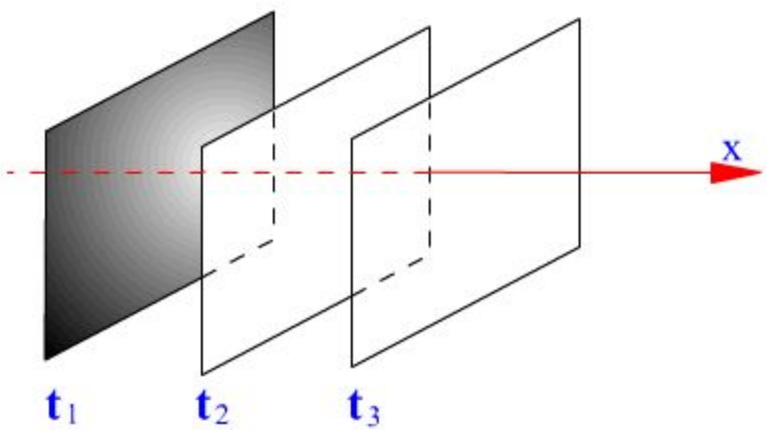
Примером нелинейных сред является ионосфера, подвижность электронов которой зависит от напряженности электромагнитного поля.

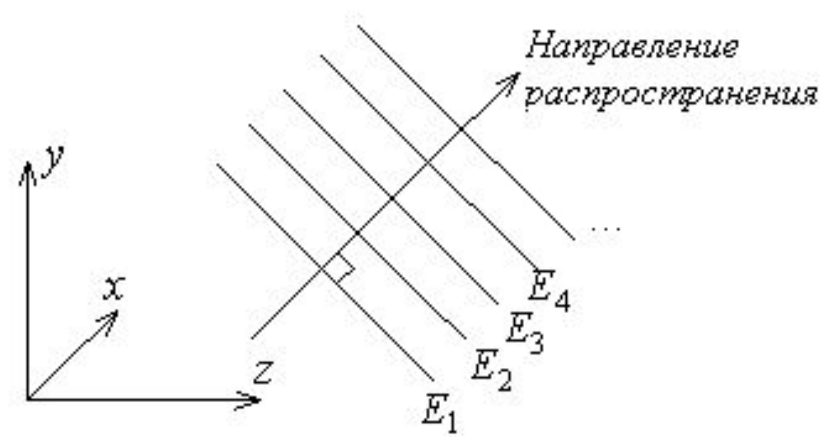
2 Плоские однородные волны в изотропных средах без потерь

Плоская волна – волна, фронт которой имеет бесконечную протяженность, причем амплитуды и фазы векторов поля во всех точках фазового фронта одинаковы.

Волна называется ***однородной***, если ее амплитуда постоянна во всех точках фазового фронта, и ***неоднородной***, если ее амплитуда зависит от координат точек фазового фронта.

Фазовым фронтом волны называется поверхность, проходящую через точки с одинаковыми фазами.





Характеристики волны:

- ***фазовая скорость*** – скорость движения фазового фронта:

$$\vec{v}_{ф} = \overrightarrow{i_z}\,\frac{\omega}{k_\beta} = \overrightarrow{i_z}\,\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \overrightarrow{v_0}$$

- ***длина волны*** - расстояние между двумя фазовыми фронтами волны, различающимися на 2π:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\left|\overrightarrow{v_0}\right|}{f}$$

- ***волновой вектор***

$$\vec{k} = \overrightarrow{i_л}\,\widetilde{k} = \overrightarrow{i_л}\,(k_\beta - i k_\alpha)$$

Определение характеристик плоской волны в идеальном диэлектрике ($\mu_a = \mu_0$)

1. Предположим, что волна распространяется в направлении $0z$ и отсутствуют сторонние источники.

2. Уравнения Максвелла сводятся к двум независимым системам дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -i\omega\varepsilon_a E_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -i\mu_a H_y \end{aligned}\right\}$$ ***- волна*** (E_x, H_y)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial z} &= i\omega\varepsilon_a E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega\mu_a H_x \end{aligned}\right\}$$ ***- волна*** (E_y, H_x)

Рассуждения будем проводить для системы (E_x, H_y)

Уравнение Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial z^2} + k^2 \dot{H}_y = 0$$

где $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} = k_0\sqrt{\varepsilon\mu} = k_0\sqrt{\varepsilon}$

$k_0 = 2\pi / \lambda_0$ - волновое число в вакууме.

В диэлектрике без потерь длина волны и фазовая скорость уменьшаются в $\sqrt{\varepsilon}$ раз по сравнению с вакуумом.

Решение уравнения Гельмгольца $\dot{H}_y(z) = \dot{H}_y(0) \cdot \exp[-ikz]$
описывает плоскую ЭМВ, распространяющуюся в положительном направлении оси $0z$.

Соотношение между поперечными компонентами волны:

$$E_x(z) = -\frac{\omega\sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}}{\omega\varepsilon_a} \dot{H}_y(z) = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a} \cdot \dot{H}_y(z)$$

Волновое (характеристическое) сопротивление среды:

$$W = Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}}$$

Вещественный характер сопротивления означает, что вектора поля имеют одинаковую фазу.

Вектор Пойнтинга: $\overline{\Pi} = 0.5 \cdot \left[\overline{i_x} \cdot \dot{E}_x, \overline{i_y} \cdot \dot{H}_y^{\,*}\right] = \overline{i_z} \frac{E_x^2}{Z_c}$

$E_x = 0.707 \cdot \left|\dot{E}_x\right|$ - действующее значение поля.

Имеется только активный поток энергии в направлении оси $0z$.

Плотность потока энергии не зависит от координат и от частоты.

Скорость распространения энергии равна фазовой скорости.

3 Плоские волны в средах с потерями. Дисперсия электромагнитных волн

Воздействие ЭМП в реальных средах вызывает ***два вида потерь, обусловленных***:

- ***проводимостью*** среды (металл, диэлектрики на низких частотах);
- ***поляризационными эффектами*** в диэлектриках и магнитных материалах (диэлектрический и магнитный гистерезис).

Потери отражаются в записи комплексных проницаемостей среды:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon'_a - i\varepsilon''_a = \varepsilon'_a(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta^{э}) \qquad \tilde{\mu}_a = \mu'_a - i\mu''_a = \mu'_a(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta^{м})$$

где $\mathrm{tg}\,\delta^{э} = \dfrac{\varepsilon''_a}{\varepsilon'_a}$ и $\mathrm{tg}\,\delta^{м} = \dfrac{\mu''_a}{\mu'_a}$ - соответственно тангенс угла диэлектрический и магнитных потерь.

Изменение выражения для ***волнового числа***

$$\tilde{k} = \omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}_\alpha \mu_\alpha} = k_0 \cdot \sqrt{\tilde{\varepsilon}} = k_0 \cdot \sqrt{\varepsilon - i60\lambda_0\sigma}$$

$$k_\beta = k = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \qquad k_\alpha = \frac{k}{2}\,\mathrm{tg}\,\delta = \frac{\omega}{2}\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}\,\mathrm{tg}\,\delta$$

Решение уравнения Гельмгольца $\dot{H}(z) = \dot{H}_y(0) \cdot \exp[-k_\alpha z] \exp[-\gamma z]$

Первый сомножитель описывает затухание волны, второй – распространение волны.

Фазовая скорость:

$$v_\text{ф} = \lambda \cdot f = \frac{\omega}{k_\beta} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

Волновое (характеристическое) сопротивление среды:

$$W = Z_c = \frac{\dot{E}}{\dot{H}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a (1 - i \operatorname{tg} \delta)}} \approx \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \exp(i \frac{\delta}{2})$$

Вектор Пойнтинга:

$$\vec{\Pi} = \bar{i}_z \frac{E_x^2}{2|Z_c|} \exp(-2\alpha z) \exp\left(i \frac{\delta}{2} \right) \qquad |Z_c| = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

Появление реактивной составляющей описывает тепловые потери в среде.

Свойства плоской волны в средах с проводимостью и без потерь различны. *Основное отличие* - в среде без потерь параметры плоской волны одинаковы при любых частотах, а в среде с конечной проводимостью они зависят от частоты.

Зависимость свойств волны от частоты называется ***дисперсией***, а соответствующие ***среды – диспергирующими***.

Для хороших проводников $\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a - i\sigma/\omega \approx -i\sigma/\omega$ и $\tilde{\mu}_a = \mu_a$

$$\tilde{k} = i\omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}_a \tilde{\mu}_a} = i\omega\sqrt{-i\frac{\sigma}{\omega}\mu_a} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\mu_a\sigma}$$

Толщиной скин-слоя (глубиной поверхностного проникновения, толщиной поверхностного слоя) называется величина

$$d_0 = \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu_a\omega}}$$

С учетом данной величины можно записать:

$$\tilde{k} = \frac{1+i}{d_0} \qquad v_{\text{ф}} = \omega d_0$$

4 Поляризация плоских волн

Плоскость, проходящая через направление распространения электромагнитной волны и вектор $\vec{E}$, называется ***плоскостью поляризации***.

Если вектор $\vec{E}$ при распространении лежит в неподвижной плоскости, то волна называется ***линейно поляризованной***.

Источник: – электрический или магнитный вибратор.

Если вектор $\vec{E}$ будет иметь две составляющие E_x и E_y (при возбуждении, например, двумя взаимно перпендикулярными элементарными электрическим вибраторами), то сдвиг фаз между ними определяется фазовыми соотношениями токов, питающих вибраторы.

В общем случае выражение для вектора $\vec{E}$ в дальней зоне выражением

$$\vec{E} = \vec{i}_x E_x \cos(\omega t - kz + \varphi_1) + \vec{i}_y E_y \cos(\omega t - kz + \varphi_2)$$

где φ_1, φ_2 - начальные фазы составляющих вектора в начальной точке в начальный момент времени.

Волна круговой поляризации: $E_x = E_y$ и $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi/2$

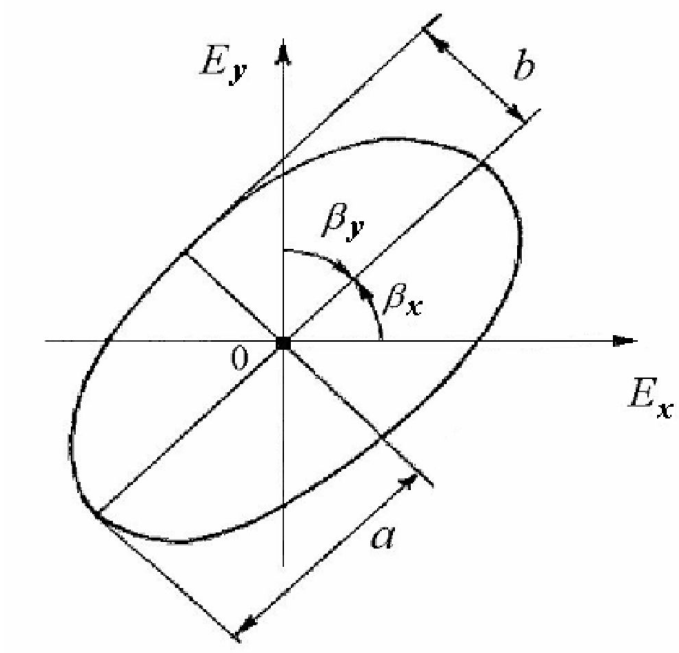
- с правым направлением вращения, если вектор вращается по часовой стрелке при удалении волны от наблюдателя;
- с левым направлением вращения, если вектор вращается против часовой стрелки при удалении волны от наблюдателя.

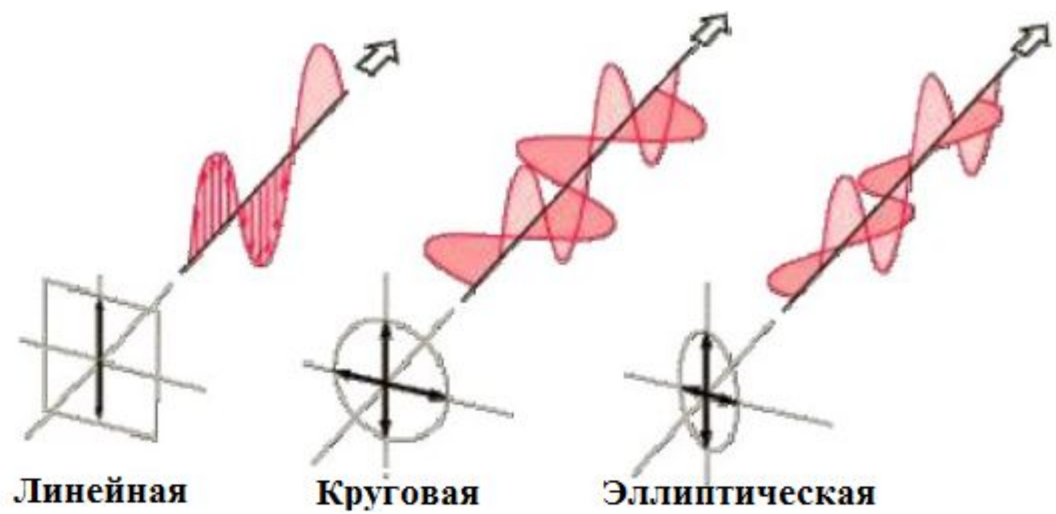
При произвольном соотношении амплитуд и начальных фаз конец вектора в фиксированной точке пространства описывает эллипс. ***Волны*** такого типа называются ***эллиптически поляризованными.***

Линейная волна	=	волна круговой поляризации с правым направлением вращения	+	волна круговой поляризации с левым направлением вращения

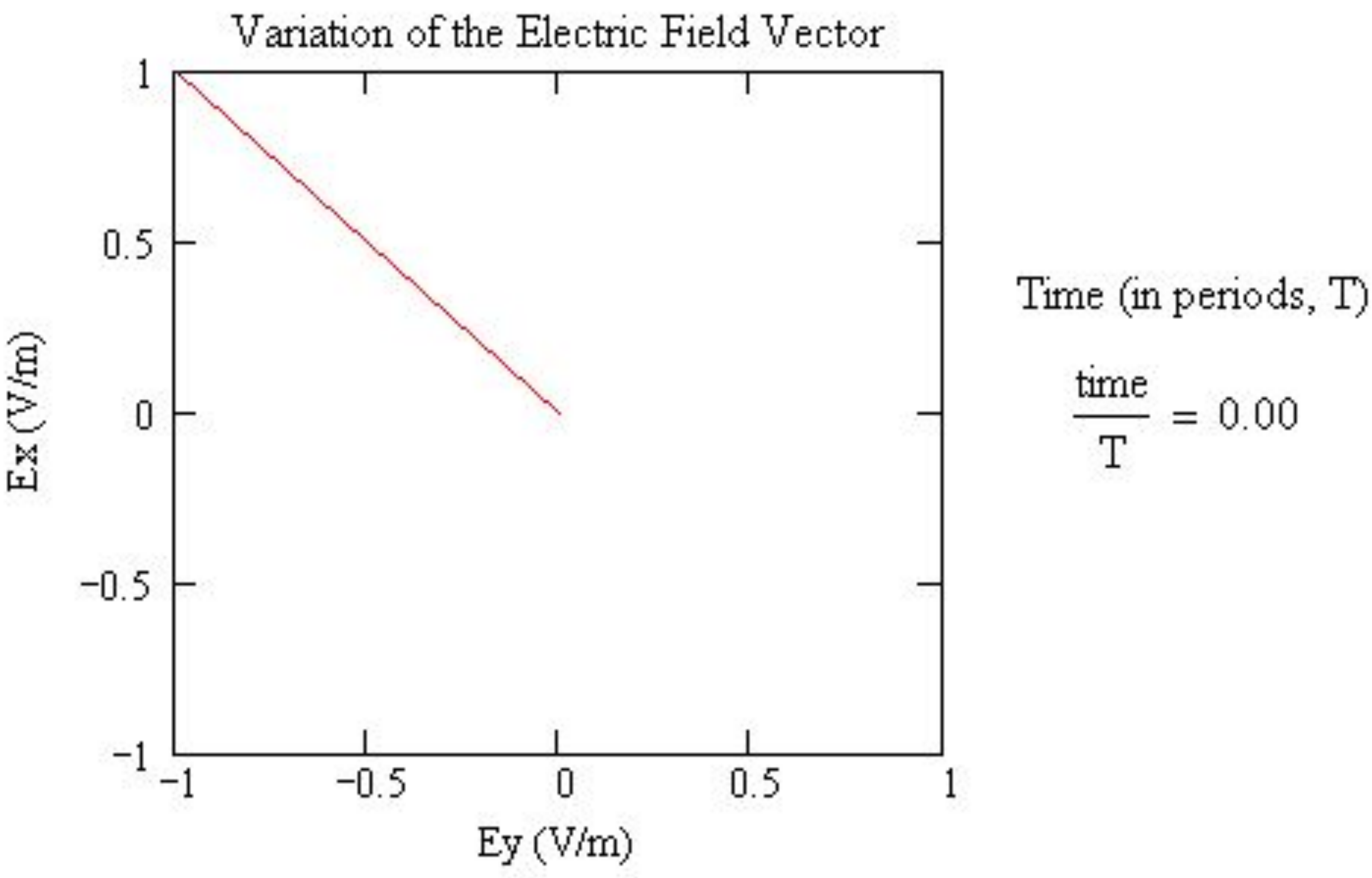
Параметры эллиптической волны:

- коэффициент эллиптичности: $k_e = \dfrac{b}{a}$
- угол наклона поляризационного эллипса β_x или β_y ;
- направление вращения.

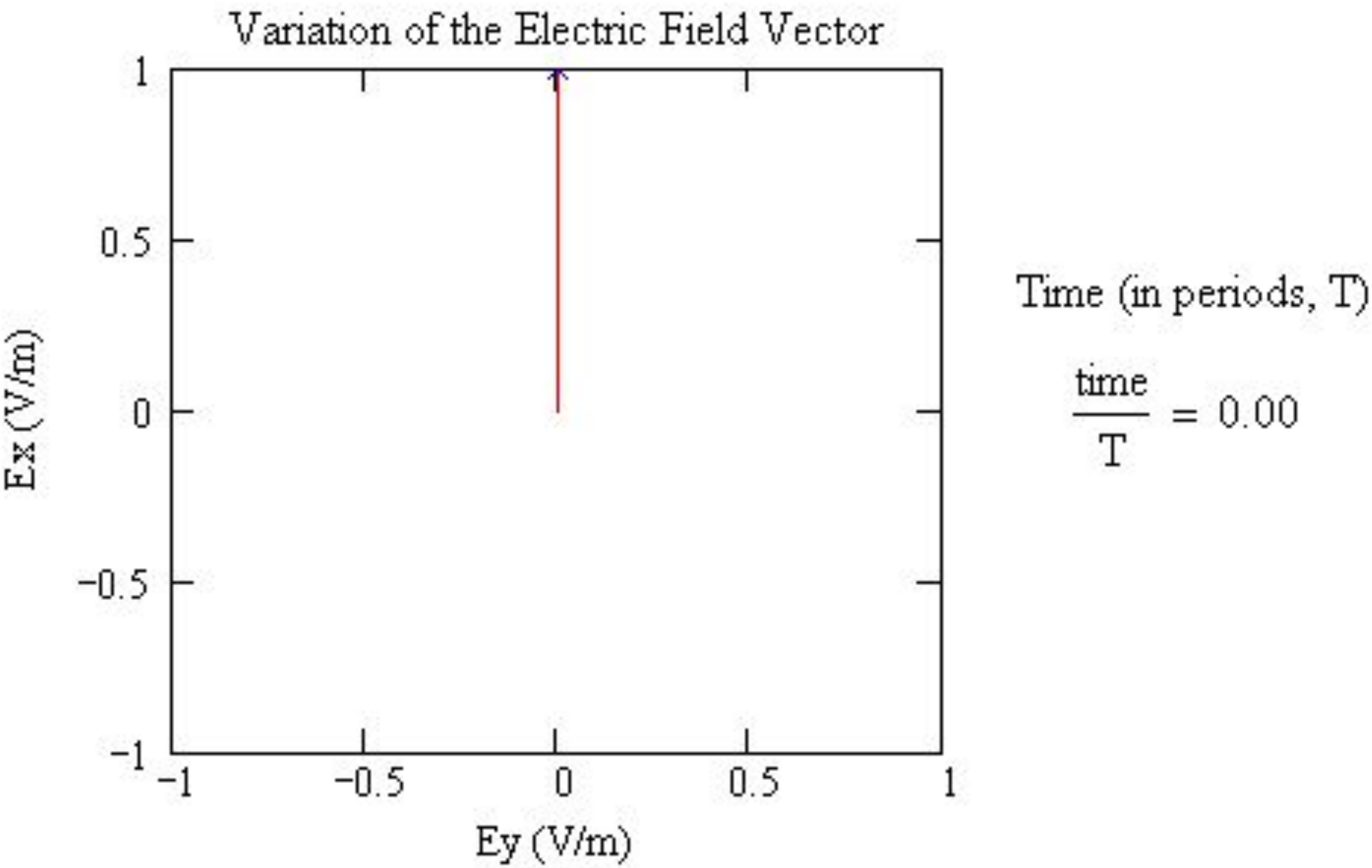




Пример волны линейной поляризации



Пример волны круговой поляризации



Пример волны эллиптической поляризации