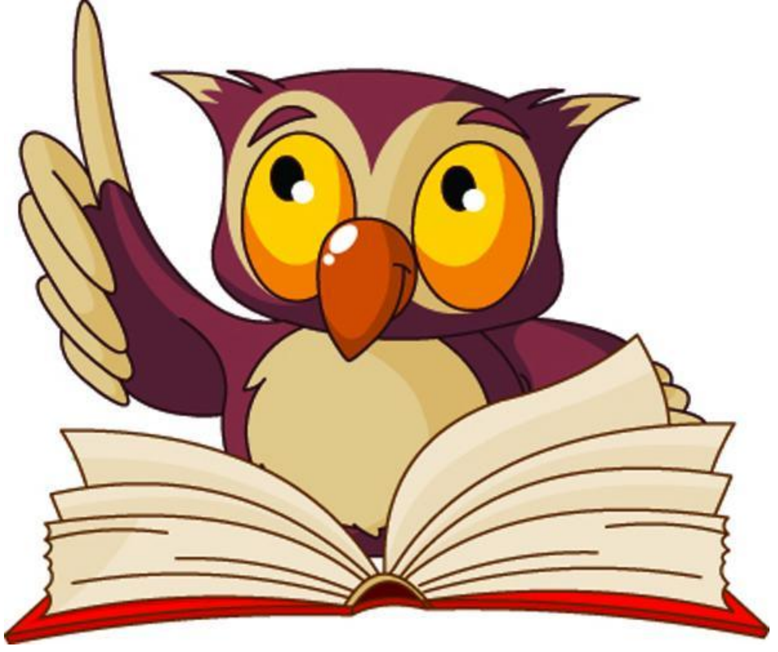
Рациональные дроби и их свойства



mathvideourok.moy.su

Рациональные выражения

Выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля называется целыми выражениями

$$Например: 7a^2в;\ m^2+d^3;\ (x-y)(x^2+y);\ в^7;$$

$$19;\ x\frac{a+5}{8}в\ \ 2\ \ :9;\qquad 10-\frac{в(3в+c)}{7}$$

Выражение, составленное из чисел, переменных с помощью действий и деления на выражение с переменными называется дробным выражением.

$$\text{Например:}\ \frac{3}{a};\ \frac{x+y}{x-y};\ 2p:c;\ \frac{n}{3}-\frac{5}{n^2+1}$$

Целые и дробные выражения называются рациональными

1) ***Найти значение рационального выражения***

$$\frac{a^2-4}{a+2}, если\ a=3$$

$$\frac{9-4}{3+2}=\frac{5}{5}=1$$

2) ***Найти значение рационального выражения***

$$\frac{3a+1}{a+4}, если\ a=-4$$

$$\frac{-12+1}{-4+4}=\frac{-11}{0}$$

$$-не\ имеет\ смысла$$

$$на\ 0\ делить\ нельзя, значит\ a=-4\ недопустимое$$

$$значение\ для\ этой\ дроби$$

Целое выражение имеет смысл всегда. Дробное не всегда имеет смысл(на нуль делить нельзя)!!!

$$Например: 1)\ \frac{3}{a};\ a \neq 0 \qquad 2)\ \frac{1}{x-4};\ x \neq 4$$

$$3)\ \frac{3к}{к^2+2};\quad к - любое \qquad 4)\ \frac{3к}{к^2-4};\ к \neq \pm 2$$

$$5)\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+5};\quad x \neq 4; -5$$

Значения переменных, при которых выражения имеют смысл называют допустимыми значениями переменных

$$\frac{a}{в} - \text{рациональная дробь}$$

Найти допустимые значения переменной дроби:

$$1)\ \frac{5}{a(a-3)};$$

$$a - \text{любое число, кроме } 0; 3$$

$$a(a-3) = 0$$

$$a = 0; a - 3 = 0$$

$$a = 3$$

$$2)\ \frac{(x-2)^2-25}{2x+6};\ x - \text{любое число, кроме } -3$$

$$2x+6=0$$

$$2x=-6$$

$$x=-3$$

Дробь $\frac{a}{в}=0$ *тогда и только тогда,*

когда $a=0;\ в\neq 0$

Узнаем когда дробь равна 0

$$\frac{(x-2)^2-25}{2x+6}=0$$

$$(x-2)^2-25=0$$

$$(x-2)^2=25$$

$$x-2=-5;\quad x-2=5$$

$$x=-5+2\qquad x=5+2$$

$$x=-3\qquad\qquad x=7$$

$$2x+6\neq 0$$

$$2x\neq -6$$

$$x\neq -3$$

$$\text{Ответ}: \text{при } x=7$$

Формулы:

$$(a+в)^2 = a^2 + 2aв + в^2$$

$$(a-в)^2 = a^2 - 2aв + в^2$$

$$a^2 - в^2 = (a-в)(a+в)$$

$$a^3 + в^3 = (a+в)(a^2 - aв + в^2)$$

$$a^3 - в^3 = (a-в)(a^2 + aв + в^2)$$

Основное свойство дроби. Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на один и тот же не равный нулю многочлен, то получится равная ей дробь.

$$1)\ \frac{x+2}{x+3} = \frac{(x+2)a}{(x+3)a} \qquad 2)\ \frac{2x}{4y} = \frac{x}{2y}$$

Если числитель и знаменатель рациональной дроби разделить на один и тот же не равный нулю многочлен, то получится равная ей дробь. Данную операцию называют сокращение дробей

1) $\frac{5xy}{10x\kappa} = \frac{y}{2\kappa}$

4) $\frac{21y}{3yx} = \frac{7}{x}$

2) $\frac{3(x+3)}{4a(x+3)} = \frac{3}{4a}$

5) $\frac{a-в}{в-a} = -\frac{a-в}{a-в} = -1$

3) $\frac{a^2-9}{aв+3в} = \frac{(a-3)(a+3)}{в(a+3)} = \frac{a-3}{в}$

Равенство, которое получается при сокращении дробей или при умножении числителя и знаменателя на один и тот же не равный нулю многочлен называется тождеством.

1) *Приведите дробь к знаменателю* $35y^3$

$$\frac{2x}{7y} = \frac{10xy^2}{35y^3}$$

2) *Приведите дробь к знаменателю* x-$4к$

$$\frac{3}{4к - x} = -\frac{3}{x - 4к}$$

3) ***Сократите дробь***:

$$\frac{a^3+в^3}{a^2-aв+в^2}=\frac{(a+в)(a^2-aв+в^2)}{a^2-aв+в^2}=\frac{a+в}{1}=a+в$$

4) ***Постройте график функции***:

$$y=\frac{x^2-16}{2x-8}=\frac{(x-4)(x+4)}{2(x-4)}=\frac{x+4}{2}=\frac{1}{2}x+2$$

$$2x-8\neq 0$$

$$2x\neq 8$$

$$x\neq 4$$

$$y=\frac{1}{2}x+2 - \text{линейная функция, график прямая}$$

$$x \neq 4 \qquad (0;2);(2;3)$$