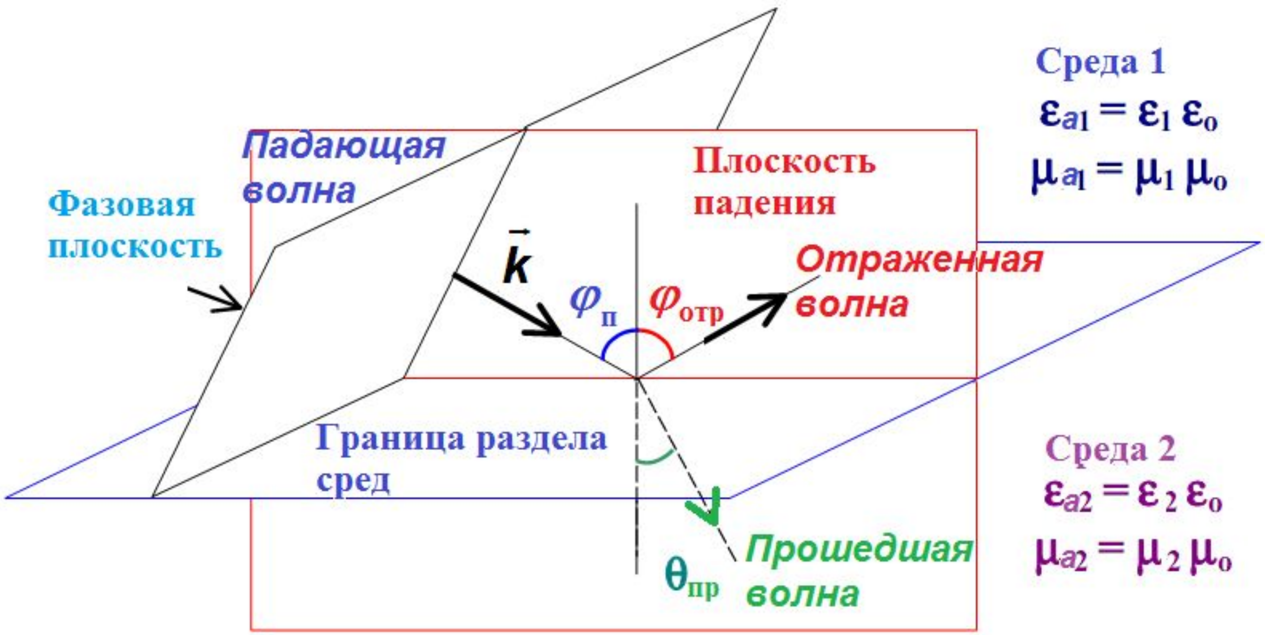
# Тема 3. ПЛОСКИЕ ЭМВ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ СРЕДАХ

## Лекция №9. Волновые явления вблизи границы раздела сред

1. Нормальное падение плоских волн на границу раздела сред.
2. Наклонное падение плоских волн на границу раздела сред. Двойное лучепреломление.
3. Плоские неоднородные волны на границе раздела сред.
4. Приближенные граничные условия Леонтовича

# 1 Нормальное падение плоских волн на границу раздела сред

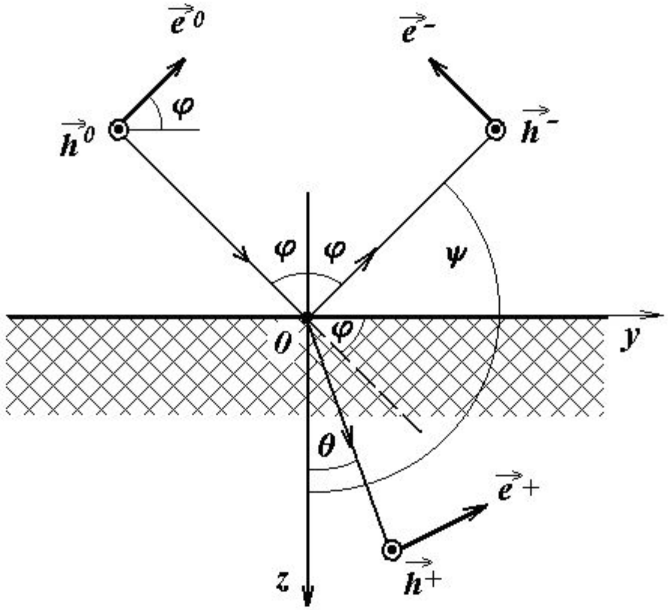


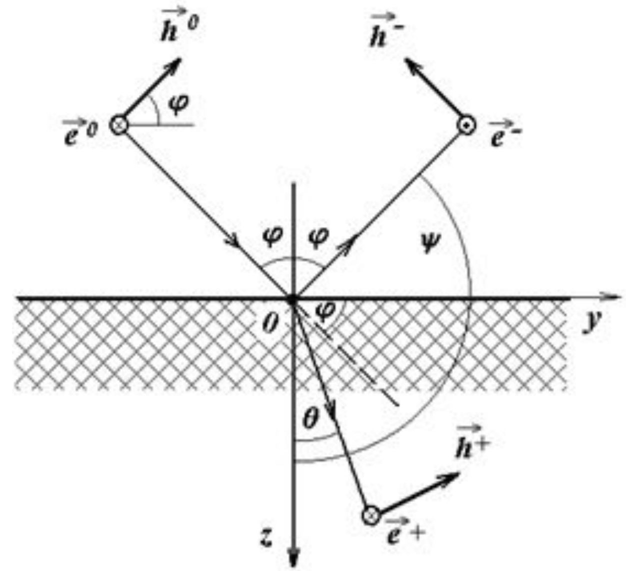

***Плоскость пад***
плоскость, в кот
лежат направлен
распространени
падающей волн
нормаль к
поверхности ра
сред в точке пад

Коэффициенты Френеля:

к-т отражения $\dot{R}_E = \dot{E}_{отр} / \dot{E}_{пад}$

к-т преломления $\dot{T}_E = \dot{E}_{пр} / \dot{E}_{пад}$






***Волны: вертикально и горизонтально поляризованные***

Волну называют ***вертикально-поляризованной*** (поляризованной в плоскости падения, параллельно поляризованная волна), если вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости падения.

Волна называется ***горизонтально-поляризованной*** (поляризованной нормально к плоскости падения, волна перпендикулярной поляризации), если же вектор напряженности электрического поля параллелен границе раздела.

***Направления распространения*** падающей, отраженной и прошедшей ***волн***, отсчитываемые от нормали к поверхности раздела, связаны между собой ***законами Снеллиуса (Снелля)***:

1) угол падения равен углу отражения;

2) синусы углов падения и преломления относятся как постоянные распространения в соответствующих средах :

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\theta} = \frac{k_2}{k_1}$$

***С точки зрения электродинамики*** законы Снеллиуса – следствия уравнений Максвелла и связывают между собой фазовые скорости распространения волн в средах на границе раздела.

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\theta} = \frac{v_{\phi 1}}{v_{\phi 2}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{a2}\mu_{a2}}}{\sqrt{\varepsilon_{a1}\mu_{a1}}} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

где $n_{12}$ - относительный коэффициент преломления.

***Соотношение амплитуд волн определяется коэффициентами Френеля.***

Частный случай нормального падения $(\varphi = 0, \quad \theta = 0)$

Коэффициенты Френеля находятся из решения системы уравнений, полученных при приравнивании тангенциальных компонент поля на границе раздела сред:

$$\begin{cases} 1 + \dot{R} = \dot{T}, \\ \dfrac{1}{W_1} - \dfrac{\dot{R}}{W_1} = \dfrac{\dot{T}}{W_2}. \end{cases} \Rightarrow \quad \dot{R} = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1} \qquad \dot{T} = \frac{2W_2}{W_2 + W_1}$$

где $W_1, W_2$ - волновые сопротивления в первой и второй средах соответственно.

***Особенность***: **коэффициенты Френеля при нормальном падении волны не зависят от поляризации**.

# 2 Наклонное падение плоских волн на границу раздела сред. Двойное лучепреломление.

***Особенность:*** **зависимость коэффициентов Френеля от поляризации волны.**

***Вертикальная поляризация***

$$\dot R_{\parallel} = \frac{W_1\cos\varphi - W_2\cos\theta}{W_1\cos\varphi + W_2\cos\theta}$$

$$\dot T_{\parallel} = \frac{2W_2\cos\varphi}{W_1\cos\varphi + W_2\cos\theta}$$

***Горизонтальная поляризация***

$$\dot R_{\perp} = \frac{W_2\cos\varphi - W_1\cos\theta}{W_2\cos\varphi + W_1\cos\theta}$$

$$\dot T_{\perp} = \frac{2W_2\cos\varphi}{W_2\cos\varphi + W_1\cos\theta}$$

***Частный случай 1. Вторая среда – идеально проводящий металл***

$$\dot R_{\parallel} = \frac{W_1\cos\varphi - 0\cos\theta}{W_1\cos\varphi + 0\cos\theta} = 1$$

$$\dot T_{\parallel} = \frac{2\cdot 0\cdot\cos\varphi}{W_1\cos\varphi + 0\cos\theta} = 0$$

$$\dot R_{\perp} = \frac{0\cos\varphi - W_1\cos\theta}{0\cos\varphi + W_1\cos\theta} = -1$$

$$\dot T_{\perp} = \frac{2\cdot 0\cdot\cos\varphi}{0\cdot\cos\varphi + W_1\cos\theta} = 0$$

***Частный случай 2. Коэффициент отражения обращается в нуль (полное прохождение волны во вторую среду)***

Угол падения, при котором возникает явление полного прохождения волны во вторую среду, называется ***углом Брюстера:***

$$\mathrm{tg}(\varphi_{Б\|}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \qquad \mathrm{tg}(\varphi_{Б\perp}) = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

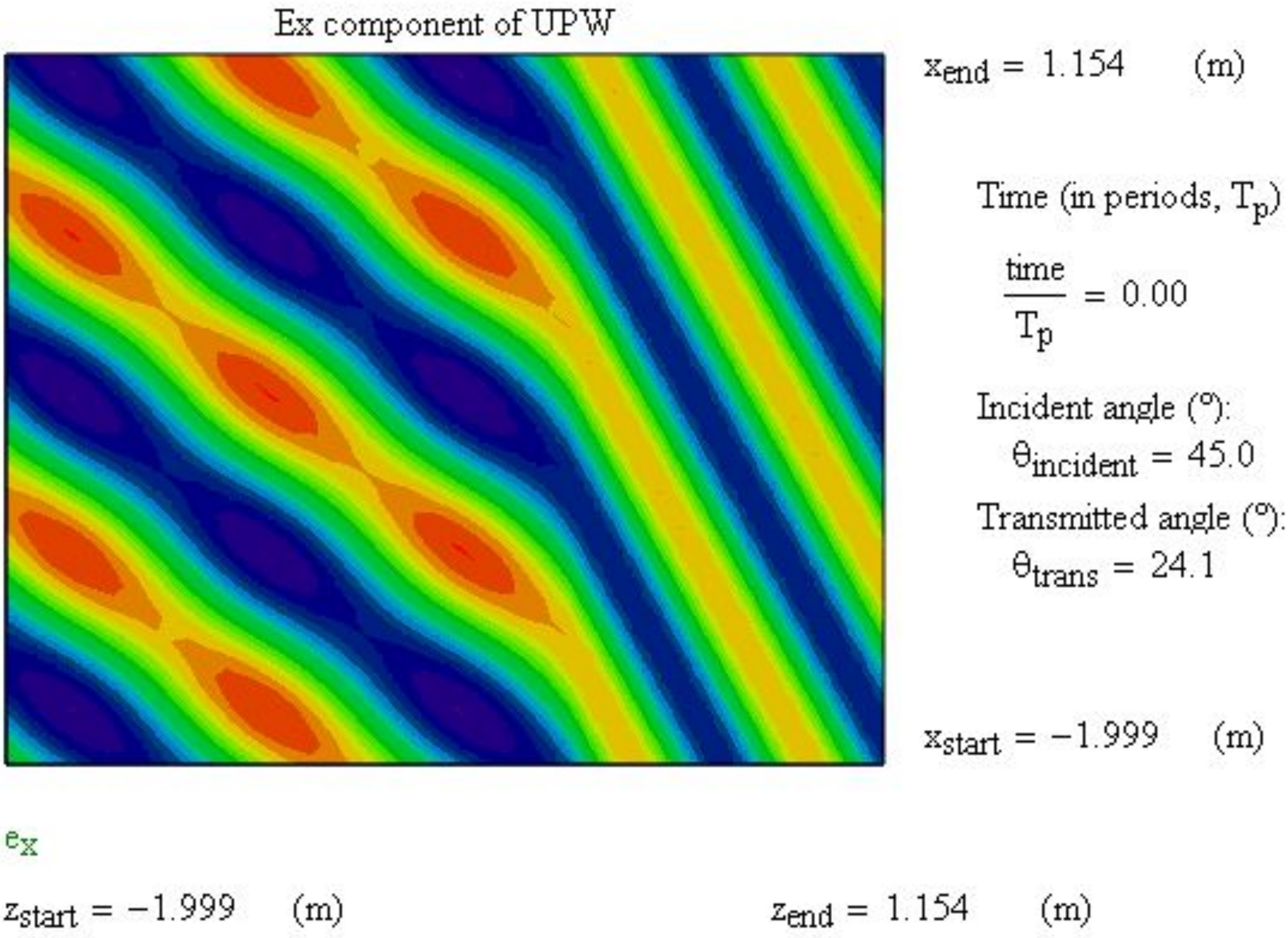
***Угол Брюстера неопределен,***

***если*** $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ $\qquad \mu_1 = \mu_2 = \mu_0$

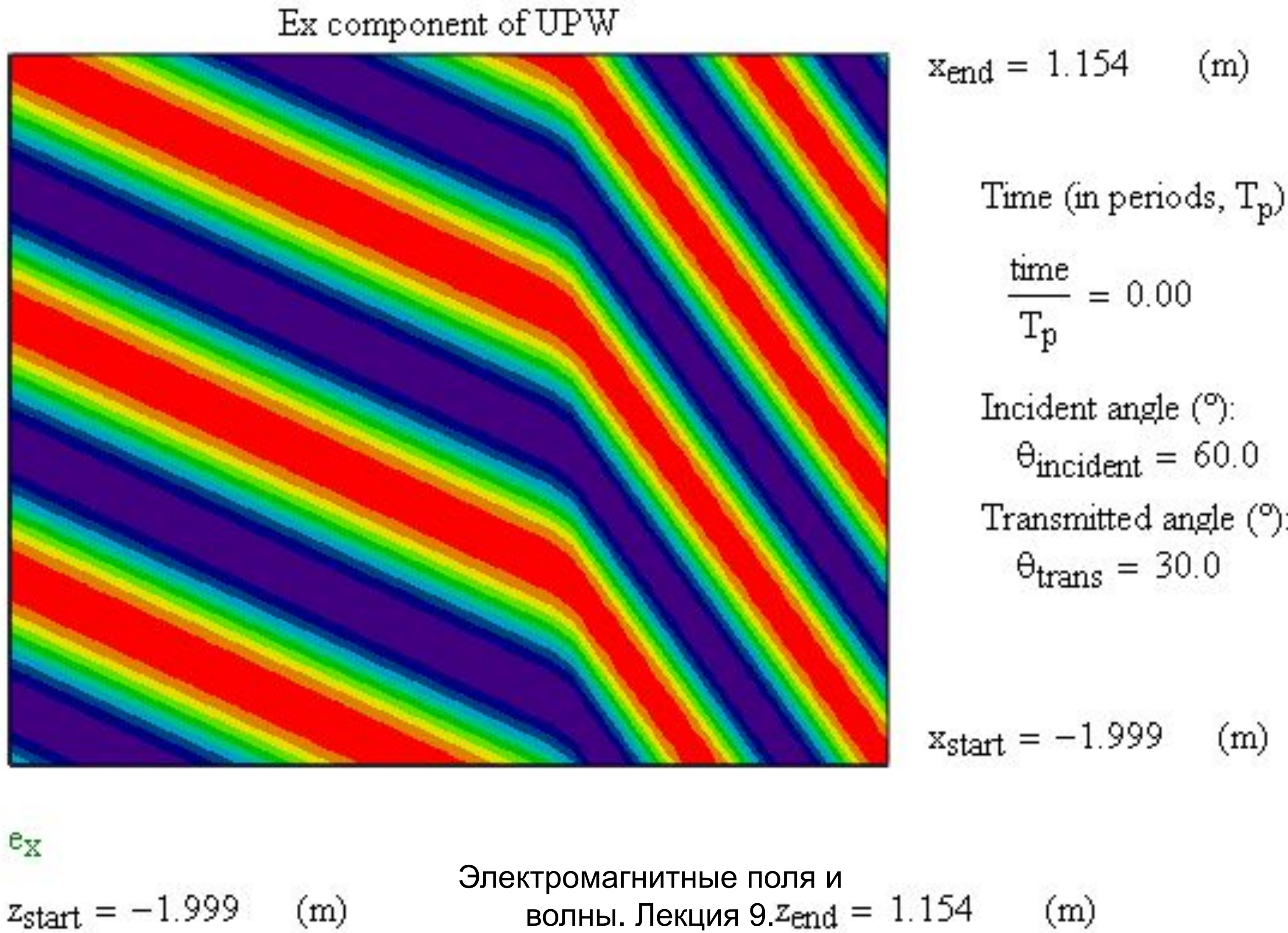
***Частный случай 3. Изменение поляризации волны***

Различие в условия существования угла Брюстера для составляющих волны круговой или эллиптической поляризации приводит к изменению соотношения между амплитудами перпендикулярной и параллельной составляющих в отраженной и прошедшей волнах по сравнению с падающей волной.

# Структура суммарного поля



# Падение волны параллельной поляризации под углом Брюстера (нет отражения)



## *Частный случай 4. Полное отражение на границе раздела сред*

Наблюдается в случае, когда $n_2 < n_1$ или $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$

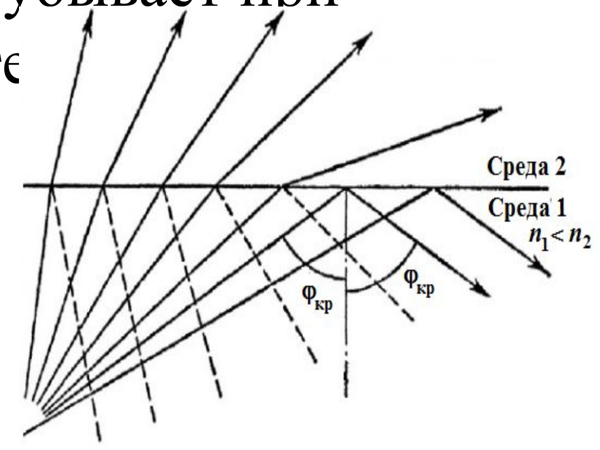
Прошедшая волна идет параллельно границе раздела сред ( $\theta = 90°$ ).

Данное критическое значение угла падения носит название ***критического угла*** или ***угла полного внутреннего отражения***:

$$\varphi_{\text{кр}} = \arcsin(n_2 / n_1)$$

При углах падения $\varphi > \varphi_{\text{кр}}$ энергия падающей волны полностью отражается внутрь первой среды.

Вдоль поверхности раздела распространяется так называемая ***поверхностная волна***, амплитуда которой убывает при удалении от границы раздела по экспоненте
отражения описываются соотношениями:




$$\begin{Bmatrix} R_{\parallel} \\ R_{\perp} \end{Bmatrix} = \pm\exp\left\{ 2i\,\mathrm{arctg}\left[ \begin{Bmatrix} \varepsilon_1/\varepsilon_2 \\ \mu_1/\mu_2 \end{Bmatrix} \frac{\sqrt{\sin^2\varphi - \dfrac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}}{\cos\varphi} \right] \right\}$$

***Частный случай 5. Вторая среда – гиротропна***
***(явление двойного лучепреломления)***

При поперечном подмагничивании прошедшая волна распадается на две: обыкновенную и необыкновенную, имеющие различные фазовые скорости.

***Различные фазовые скорости в разделенной волне – различные углы прохождения, следовательно, различные преломленные пути:***

$$\frac{\sin\theta_{об}}{\sin\varphi} = \frac{n_1}{n_{об}} \qquad \frac{\sin\theta_{нб}}{\sin\varphi} = \frac{n_1}{n_{нб}}$$

# 3 Плоские неоднородные волны на границе раздела сред

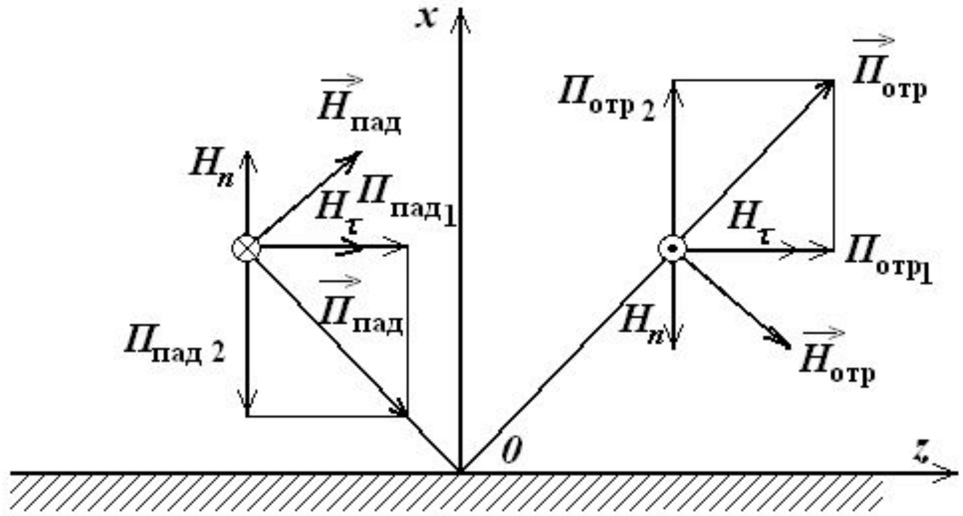
Над поверхностью раздела, где существуют падающая и отраженная волны, результирующее поле представляет собой суперпозицию данных волн. При нормальном падении падающая и отраженная волны распространяются навстречу друг другу.

В случае идеально проводящей поверхности:

$$\vec{E}_{\Sigma} = \vec{E}_{\text{пад}} + \vec{E}_{\text{отр}} = 2iE_{y\text{пад}} \sin kz$$

$$\vec{H}_{\Sigma} = \vec{H}_{\text{пад}} + \vec{H}_{\text{отр}} = 2\vec{H}_{x\text{пад}} \cos kz$$

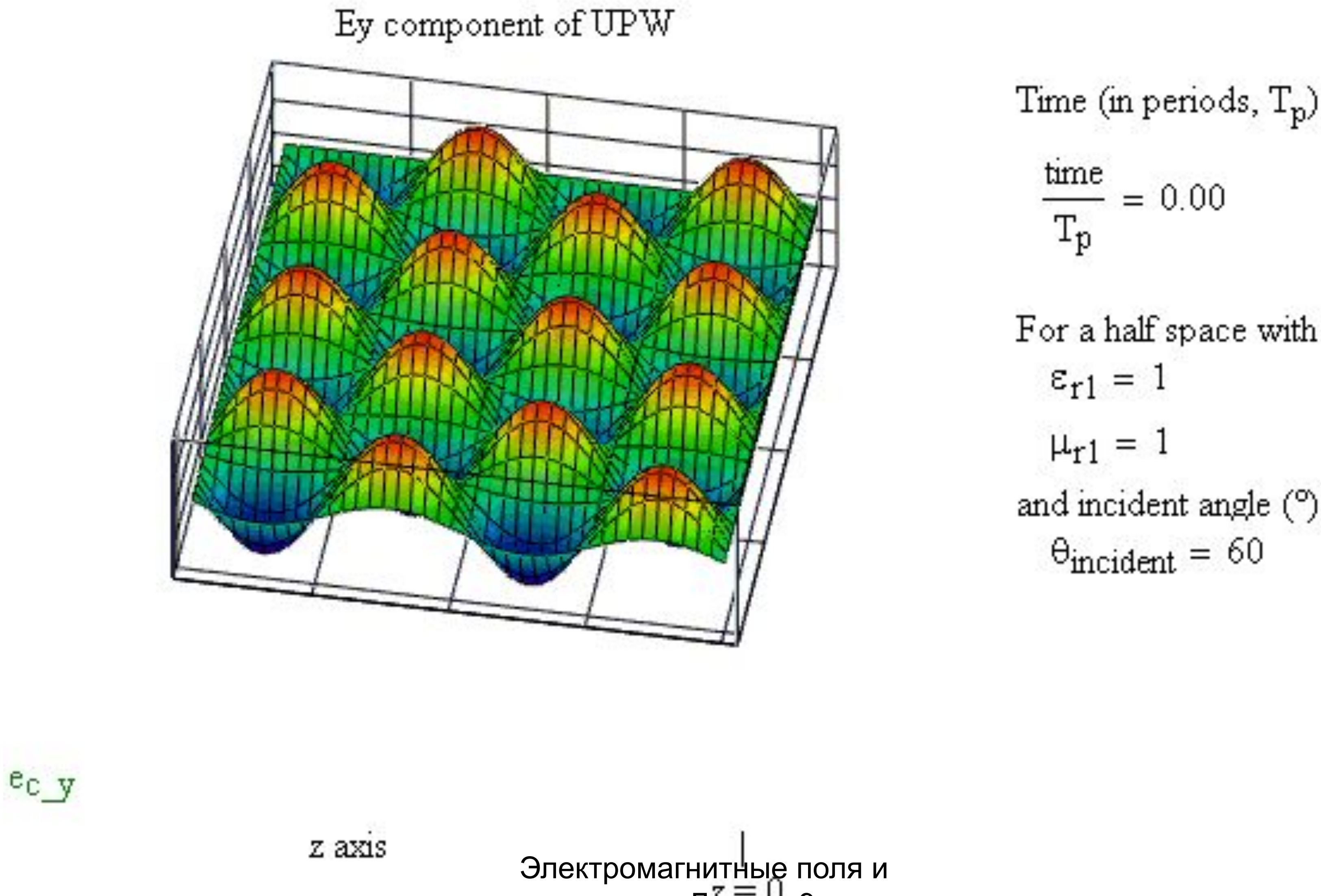
Над проводящей плоскостью устанавливается волна с узлом электрического и пучностью магнитного полей на плоскости. В общем случае при $\left|\vec{E}_{\text{отр}}\right| < \left|\vec{E}_{\text{пад}}\right|$ над плоскостью раздела устанавливается ***комбинированная волна***.




***Картина поля над отражающей поверхностью***

Результирующее поле - волна, бегущая вдоль границы раздела, которая в данном случае играет роль направляющей системы.
В отличие от однородной волны амплитуда неоднородной волны изменяется от нуля до максимума в направлении, перпендикулярном границе раздела сред.
Волна является поверхностной, поскольку ***волна*** экспоненциально убывает по амплитуде при удалении от граничной поверхности.

# Структура поля при отражении параллельно-поляризованной плоской волны от металлической поверхности



# 4 Приближенные граничные условия Леонтовича

Во многих граничных задачах бывает необходимо найти поле только в области, где существуют падающая и отраженная волны. С этой целью применяются приближенные граничные условия.

***Условия применения***:

1) Если вторая среда обладает большой проводимостью.
2) Если вторая среда обладает большой проницаемостью.

Во второй среде при этом прошедшая волна носит характер плоской волны, уходящей по нормали от границы раздела сред.

Связь между полями определяется ***импедансными граничными условиями*** (***граничными условиями Леонтовича***):

$$[\vec{n},\vec{E}] = Z[\vec{n},[\vec{H},\vec{n}]]$$

где $\vec{n}$ - нормаль к границе раздела (направлена внутрь первой среды);

$Z$ - поверхностный импеданс (волновое сопротивление второй среды).

Основная сложность – в задании поверхностного импеданса $Z$ . Решаются дифракционные задачи для его нахождения.

Частный случай – металлическая поверхность конечной проводимости:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\varepsilon_{a2}}} = \sqrt{\frac{i\omega\mu_{a2}}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu_{a2}}{2\sigma}}(1+i)$$

Известны также выражения для тонких магнитодиэлектрических слоев (одинарных и многослойных) на металлической поверхности, гофрированных структур, заполненных магнитодиэлектриком.

Для остальных структур – задача в стадии решения.