

Тема 4:

Часть 2:

Оптимальная оценка неэнергетического параметра сигнала.

Оптимальная оценка параметра сигнала с неизвестной начальной фазой.

Апостериорная плотность вероятности параметра

$$w_{ps}(\lambda) = c_1 L(\lambda) w_{pr}(\lambda) = c_1 c_2 e^{c_3} \cdot e^{q(\lambda)} \cdot e^{-\frac{E_c(\lambda)}{G_0}} \cdot w_{pr}(\lambda) = C e^{q(\lambda)} e^{-\frac{E_c(\lambda)}{G_0}} w_{pr}(\lambda)$$

$$\ln w_{ps}(\lambda) = \ln \left(C e^{q(\lambda)} e^{-\frac{E_c(\lambda)}{G_0}} w_{pr}(\lambda) \right) = \ln C + q(\lambda) - \frac{E_c(\lambda)}{G_0} + \ln w_{pr}(\lambda)$$

$q(\lambda)$ — корреляционный интеграл

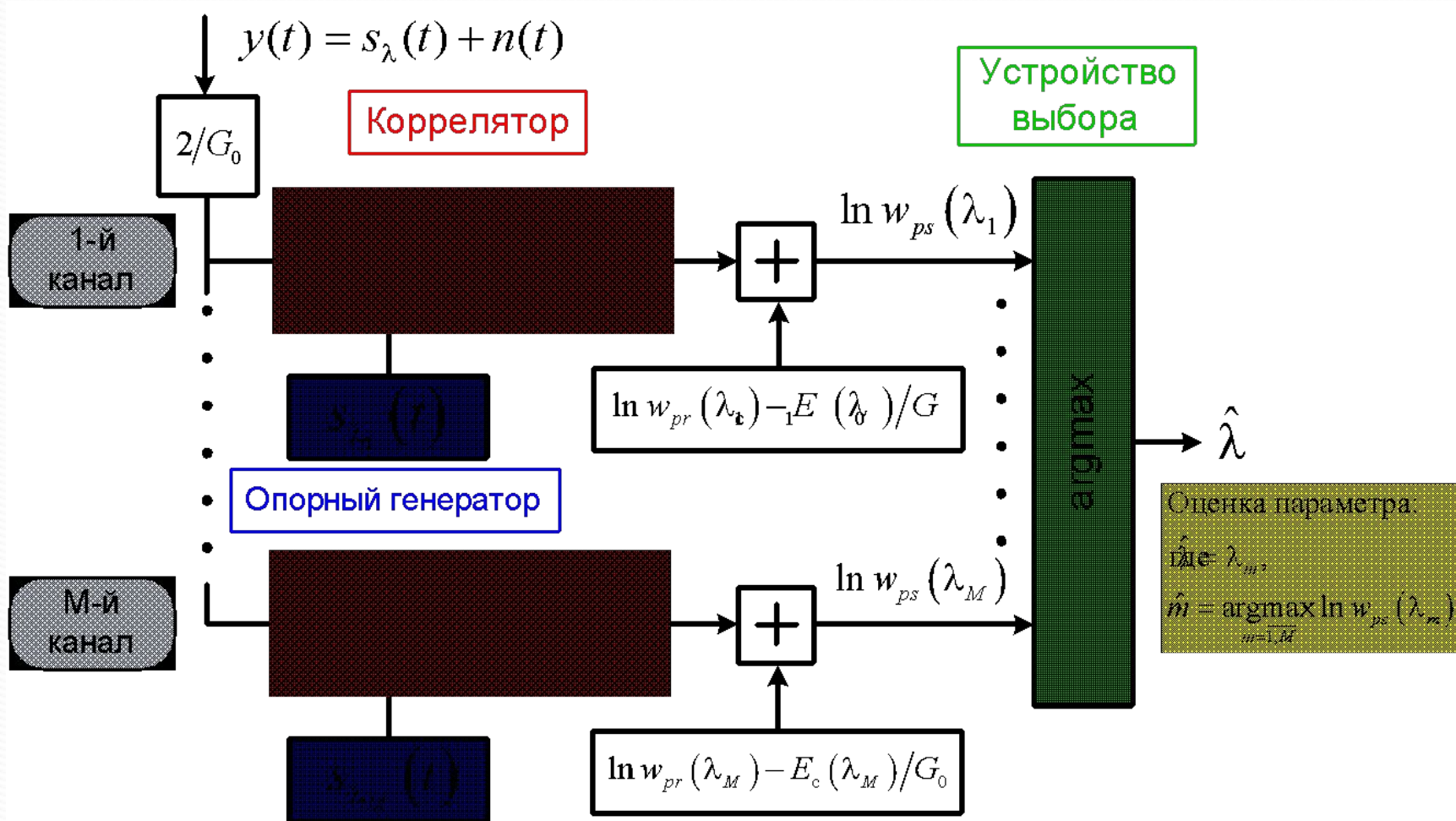
$E_c(\lambda)$ — энергия сигнала

Оценка параметра по критерию максимума апостериорной вероятности:

$$\hat{\lambda} = \operatorname{argmax} w_{ps}(\lambda) = \operatorname{argmax} \ln w_{ps}(\lambda)$$

Оценка параметра полностью известного сигнала

(корреляционный приёмник)

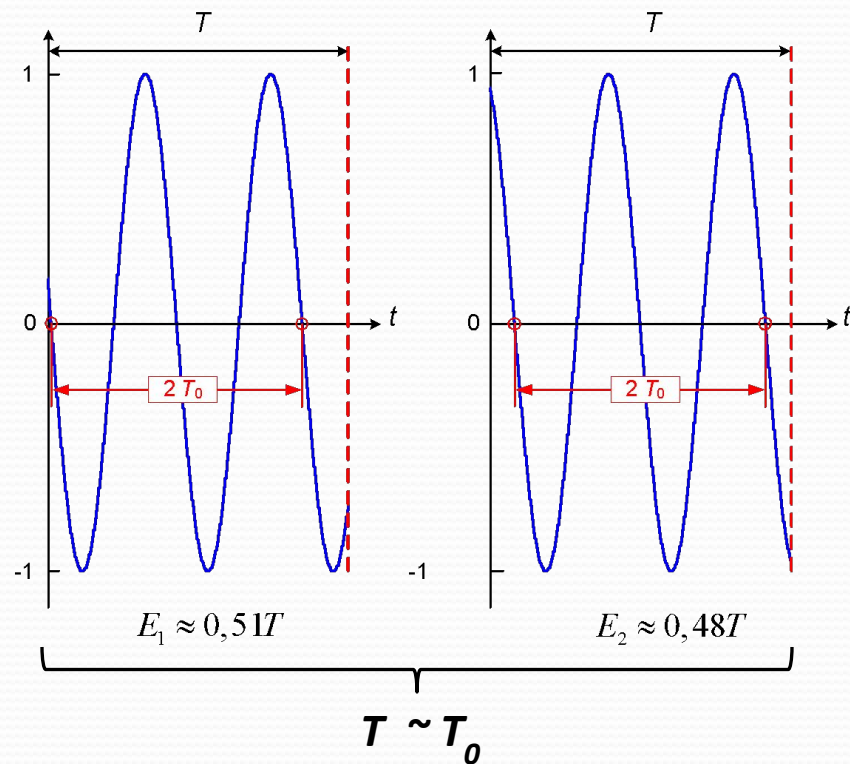
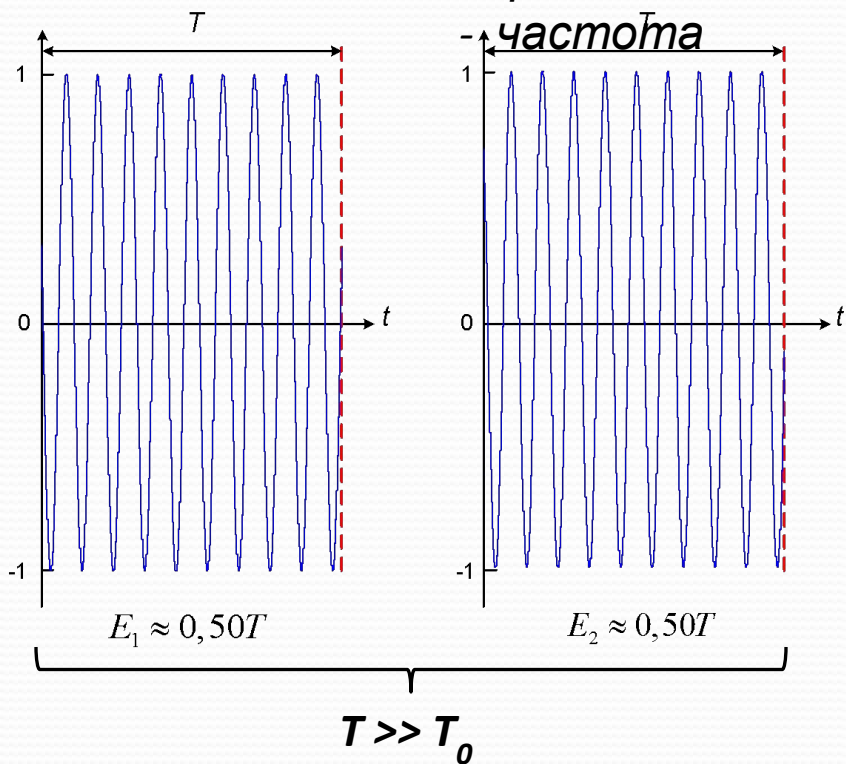


Оценка неэнергетического параметра

Неэнергетические
параметры:

- задержка
 - фаза
- } при $T \gg T_0$

- частота



Оценка неэнергетического параметра с равномерным априорным распределением

$$\hat{\lambda} = \arg \max \omega_{ps}(\lambda) = \arg \max \ln \omega_{ps}(\lambda)$$

$$\ln w_{ps}(\lambda) = \ln c + \frac{2}{G_0} \int_0^T y(t) s_\lambda(t) dt - \frac{1}{G_0} \int_0^T s_\lambda^2(t) dt + \ln w_{pr}(\lambda)$$

При равномерном априорном распределении в интервале $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$

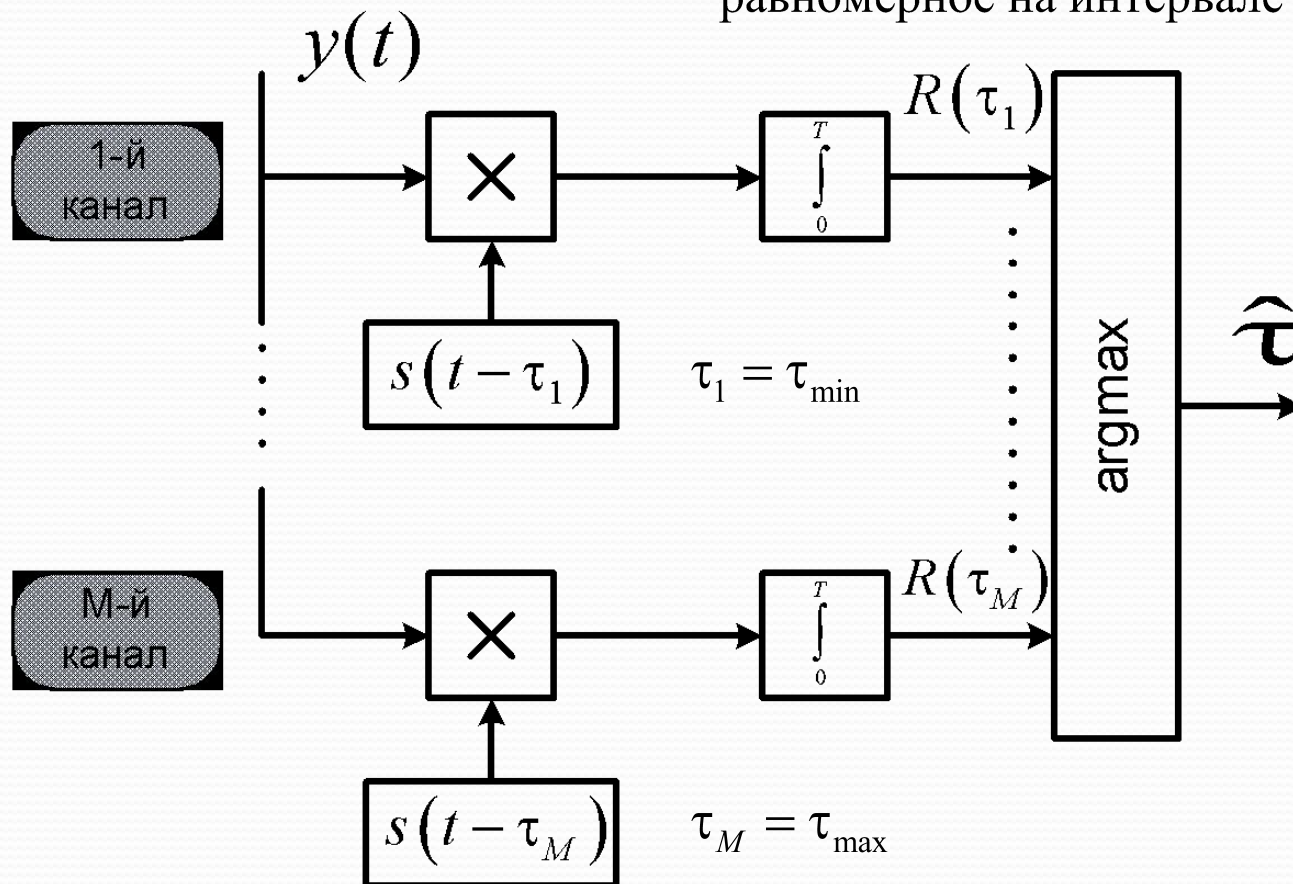
$$\hat{\lambda} = \arg \max_{\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]} \left[2 \int_0^T y(t) s_\lambda(t) dt - \int_0^T s_\lambda^2(t) dt \right] = \arg \max_{\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]} [2R(\lambda) - E_c(\lambda)]$$

Если $E_c(\lambda) = \text{const}$

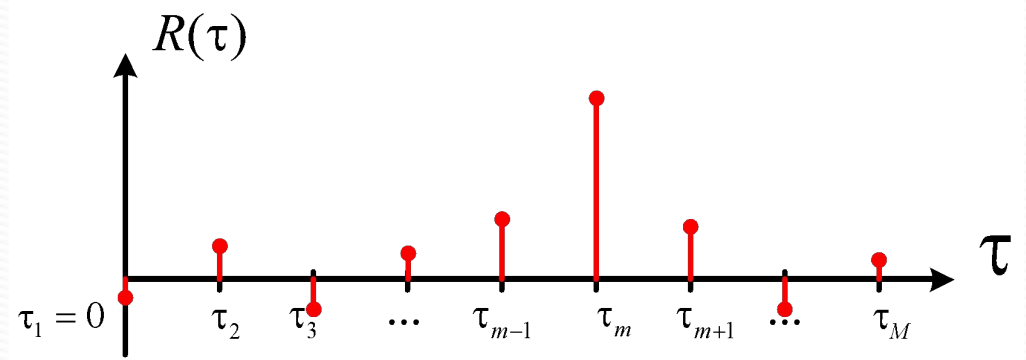
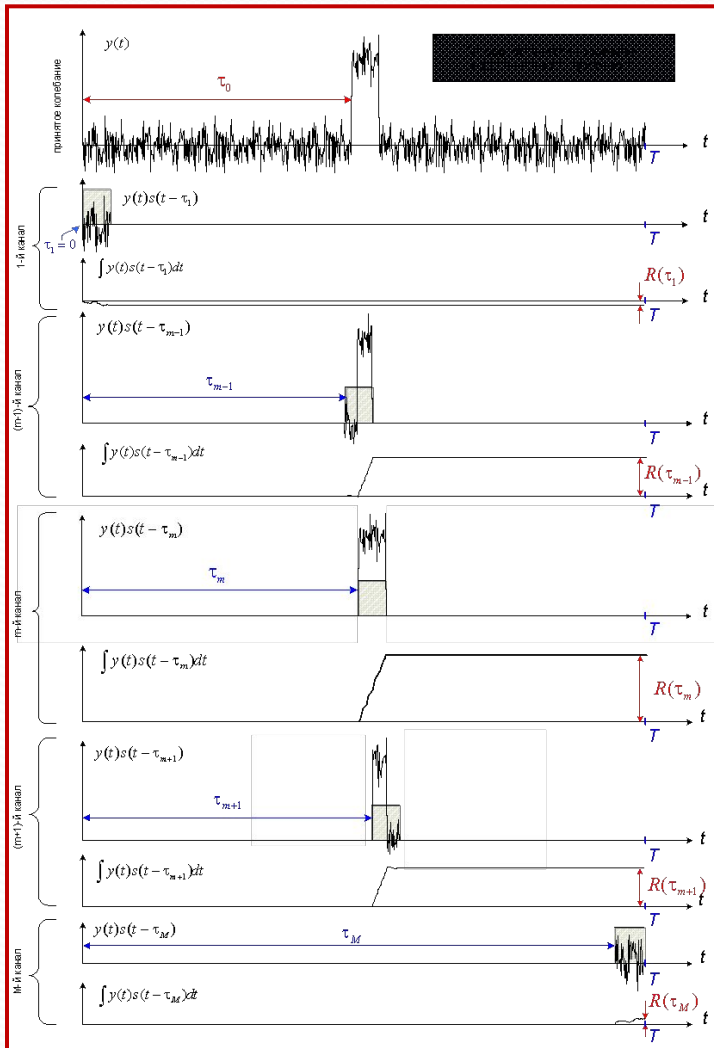
$$\hat{\lambda} = \arg \max_{\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]} R(\lambda) = \arg \max_{\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]} \left(\int_0^T y(t) s_\lambda(t) dt \right)$$

Корреляционный приёмник для оценки задержки известного сигнала

Априорное распределение задержки –
равномерное на интервале $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$



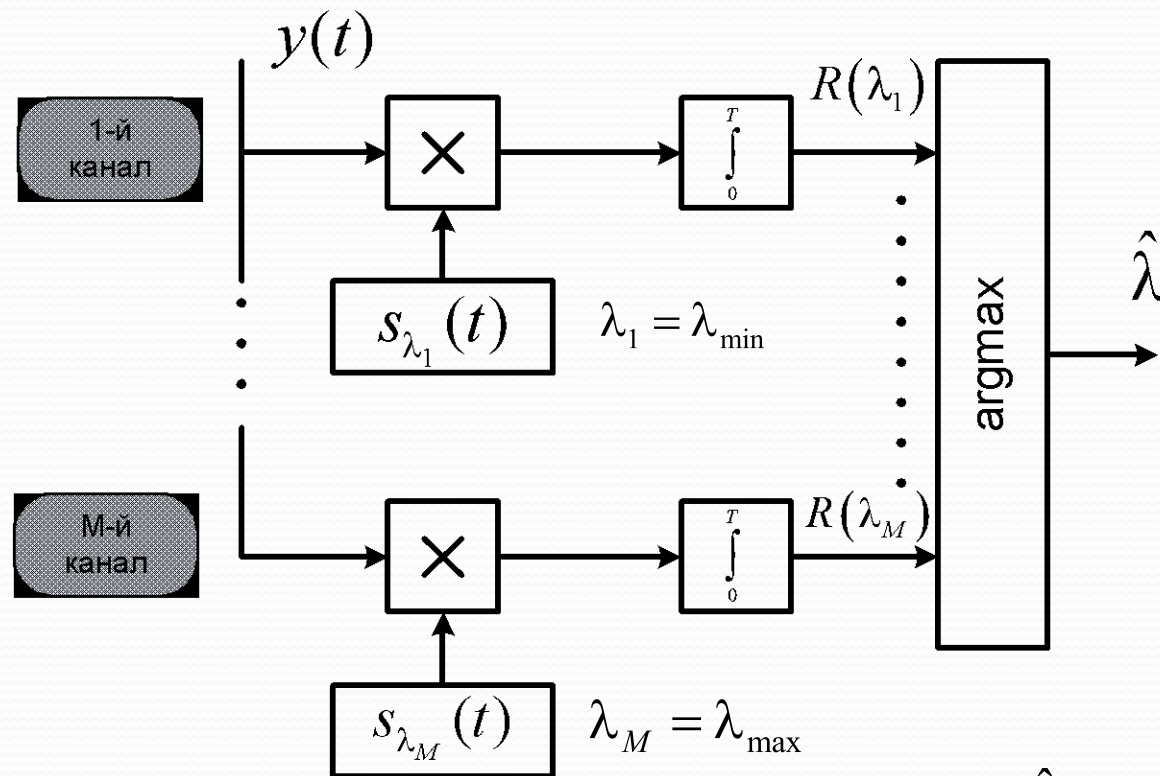
Эпюры напряжений в корреляционном приёмнике прямоугольного видеоимпульса



$$\hat{m} = \operatorname{argmax}_{m=1, \overline{M}} R(\tau_m)$$

$$\hat{\tau} = \tau_{\hat{m}}$$

Корреляционный приёмник для оценки неэнергетического параметра



Априорное распределение параметра –
равномерное на интервале $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$

$$\hat{m} = \underset{m=1, \overline{M}}{\text{argmax}} R(\lambda_m)$$

$$\hat{\lambda} = \lambda_{\hat{m}}$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

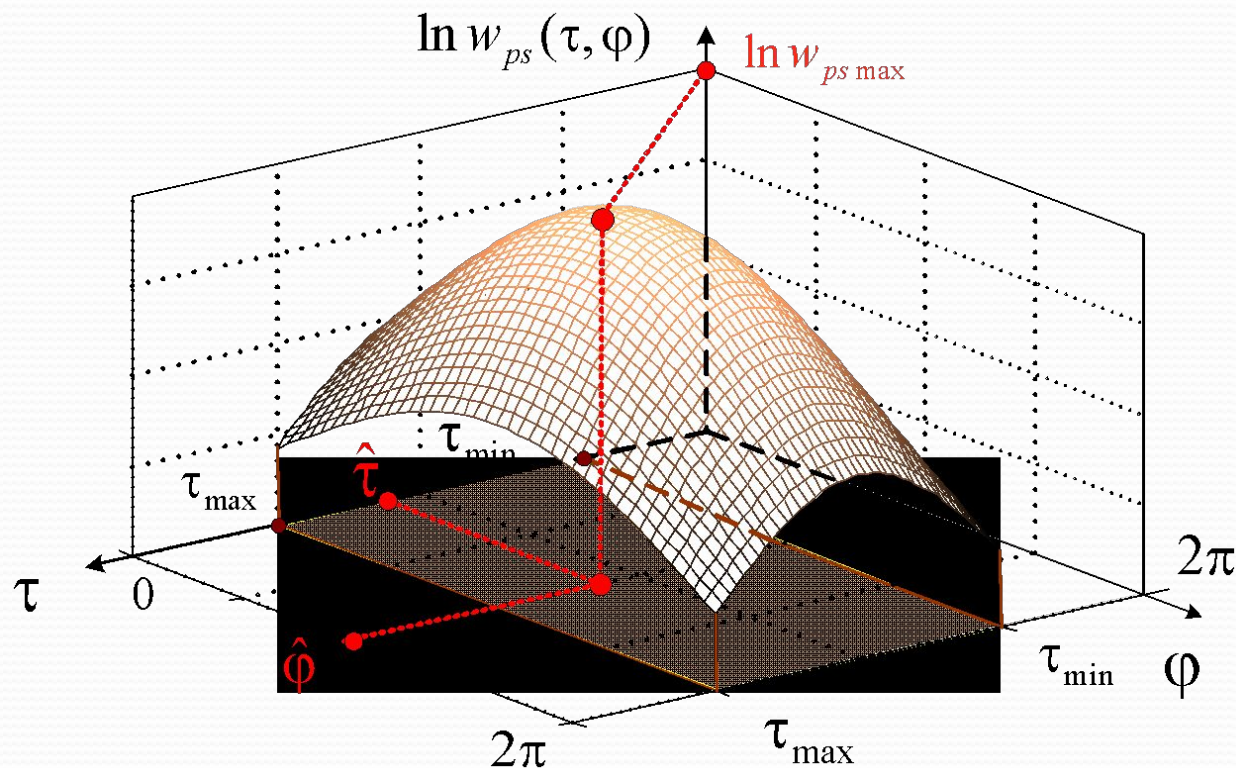
Сигнал с неизвестной начальной фазой

$$s_{\tau, \varphi}(t) = \underbrace{U(t - \tau)}_{\text{закон АМ}} \cos \left(\omega_0(t - \tau) + \underbrace{w(t - \tau)}_{\text{закон ФМ}} + \varphi \right)$$

**Совместная
оценка**

задержки и фазы

$$(\hat{\tau}, \hat{\varphi}) = \underset{\substack{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}] \\ \varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]}}{\operatorname{argmax}} \ln w_{ps}(\tau, \varphi)$$



Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Усреднение по случайной начальной фазе

Апостериорная плотность вероятности задержки $w_{ps}(\tau) = \int_0^{\infty} w_{ps}(\tau | \varphi) w_{pr}(\varphi) d\varphi$

Априорная плотность вероятности фазы $w_{pr}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$, $\varphi \in [0, 2\pi]$

Условная апостериорная плотность вероятности:

$$w_{ps}(\tau | \varphi) = c \cdot e^{q(\tau, \varphi)} \cdot \frac{E_c(\tau, \varphi)}{G_0} \cdot w_{pr}(\tau) = c' \cdot e^{q(\tau, \varphi)} \cdot w_{pr}(\tau)$$

const

$$w_{ps}(\tau) = c' \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{q(\tau, \varphi)} d\varphi \cdot w_{pr}(\tau)$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Корреляционный интеграл

$$q(\tau, \varphi) = \frac{2}{G_0} \int_0^T y(t) s_{\tau, \varphi}(t) dt = \frac{2}{G_0} \int_0^T y(t) U(t - \tau) \cos \left(\omega_0 t + \psi(t - \tau) + \varphi - \omega_0 \tau \right) dt =$$

$$\cos(\omega_0 t + \psi(t - \tau) + \varphi - \omega_0 \tau) = \cos([\omega_0 t + \psi(t - \tau)] + (\varphi - \omega_0 \tau)) =$$

$$= \cos(\omega_0 t + \psi(t - \tau)) \cdot \cos(\varphi - \omega_0 \tau) - \sin(\omega_0 t + \psi(t - \tau)) \cdot \sin(\varphi - \omega_0 \tau)$$

$$= \frac{2}{G_0} \int_0^T y(t) U(t - \tau) \cos(\omega_0 t + \psi(t - \tau)) dt \cdot \cos(\varphi - \omega_0 \tau) -$$

$$Z^c(\tau)$$

$$- \frac{2}{G_0} \int_0^T y(t) U(t - \tau) \sin(\omega_0 t + \psi(t - \tau)) dt \cdot \sin(\varphi - \omega_0 \tau)$$

$$Z^s(\tau)$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Корреляционный интеграл

$$q(\tau, \varphi) = \frac{2}{G_0} \left[Z^c(\tau) \cos(\varphi - \omega_0 \tau) - Z^s(\tau) \sin(\varphi - \omega_0 \tau) \right] = \frac{2}{G_0} Z(\tau) \cos(\theta(\tau) + \varphi - \omega_0 \tau)$$

$$Z(\tau) = \sqrt{Z^c(\tau)^2 + Z^s(\tau)^2}, \quad Z^c(\tau) = Z(\tau) \cos \theta(\tau), \quad Z^s(\tau) = Z(\tau) \sin \theta(\tau)$$

Апостериорная плотность вероятности задержки

$$w_{ps}(\tau) = c' \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{q(\tau, \varphi)} d\varphi \cdot w_{pr}(\tau) = c' \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\frac{2}{G_0} Z(\tau) \cos(\theta(\tau) + \varphi - \omega_0 \tau)} d\varphi \cdot w_{pr}(\tau)$$

$$I_0\left(\frac{2}{G_0} Z(\tau)\right)$$

$$w_{ps}(\tau) = c' I_0\left(\frac{2}{G_0} Z(\tau)\right) \cdot w_{pr}(\tau)$$

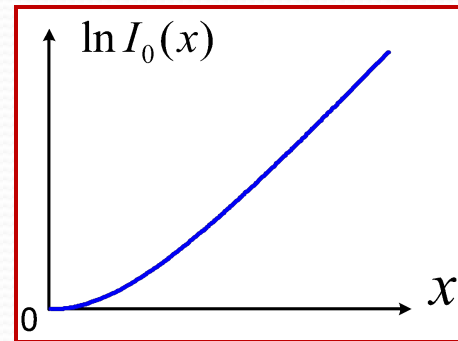
Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Логарифм апостериорной плотности вероятности задержки

$$\ln w_{ps}(\tau) = \ln c' + \ln I_0\left(\frac{2}{G_0} Z(\tau)\right) + \ln w_{pr}(\tau)$$

При равномерном априорном распределении задержки

$$\ln w_{ps}(\tau) = \text{const} + \ln I_0\left(\frac{2}{G_0} Z(\tau)\right)$$



$\ln I_0(x)$ –
монотонно
возрастающая
функция

**Оценка
задержки:**

$$\begin{aligned}\hat{\tau} &= \operatorname{argmax}_{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]} \ln w_{ps}(\tau) = \operatorname{argmax}_{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]} Z(\tau) = \\ &= \operatorname{argmax}_{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]} Z(\tau)^2 = \operatorname{argmax}_{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]} \left(Z^c(\tau)^2 + Z^s(\tau)^2 \right)\end{aligned}$$

Оценка задержки радиосигнала с неизвестной начальной фазой

Сигнал с задержкой τ_0 : $s_{\tau_0, \varphi}(t) = U(t - \tau_0) \cos(\omega_0(t - \tau_0) + \psi(t - \tau_0) + \varphi)$

Алгоритм оценки задержки

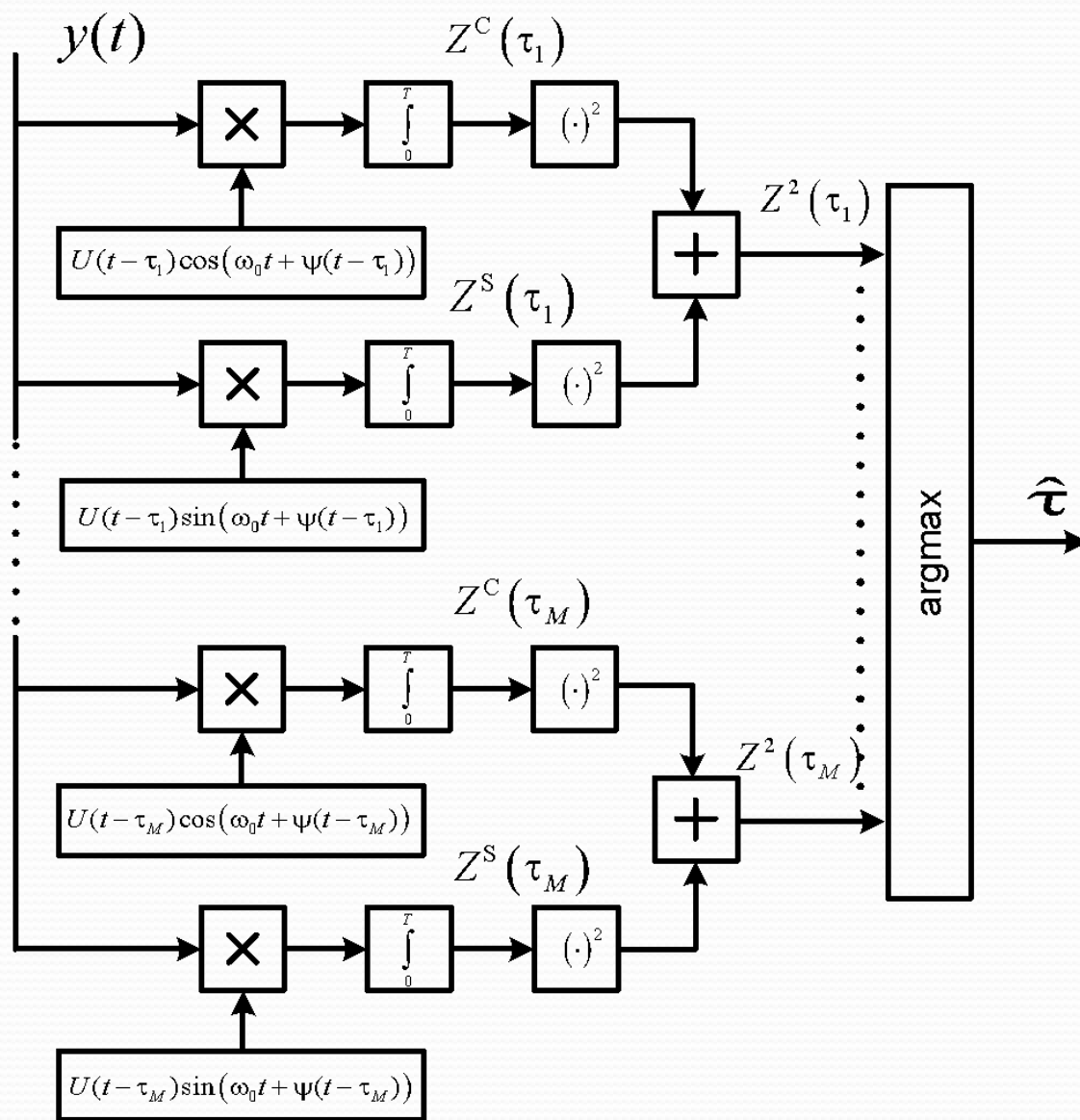
$$Z^c(\tau) = \int_0^T y(t) U(t - \tau) \cos(\omega_0 t + \psi(t - \tau)) dt$$

$$Z^s(\tau) = \int_0^T y(t) U(t - \tau) \sin(\omega_0 t + \psi(t - \tau)) dt$$

$$Z(\tau) = \sqrt{Z^c(\tau)^2 + Z^s(\tau)^2}$$

$$\hat{\tau} = \underset{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} Z(\tau) = \underset{\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]}{\operatorname{argmax}} \left(Z^c(\tau)^2 + Z^s(\tau)^2 \right)$$

Оптимальный корреляционный приёмник радиосигнала с неизвестной начальной фазой



$$\hat{m} = \underset{m=\overline{1, M}}{\text{argmax}} Z^2(\tau_m)$$

$$\hat{\tau} = \tau_{\hat{m}}$$