

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

МССУОР №1
Учитель
математики
Антипова М.В

Теория вероятностей –
раздел математики, изучающий
закономерности случайных
явлений: случайные события,
случайные величины, их
свойства и операции над ними.



История возникновения теории вероятностей

Возникновение теории вероятностей как науки относят к 17 веку и первым попыткам математического анализа азартных игр (орлянка, кости, рулетка).



Первооткрыватели теории вероятности:



Блез Паскаль



Пьер Ферма



*Но первый кто
опубликовал свои
размышления по
теории
вероятности
оказался Христиан
Гюйгенс.*



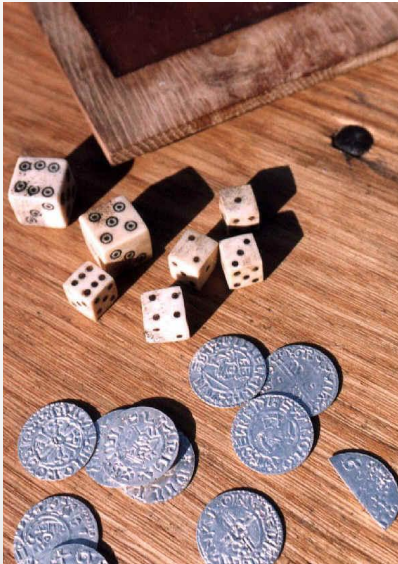
*Во второй половине XIX века
основной вклад внесли русские
учёные П.Л.Чебышев, А.А.
Марков и А.М.Ляпунов.*

Современный вид теория вероятностей получила благодаря аксиоматизации, предложенной Андреем Николаевичем Колмогоровым.



Что такое событие?

В теории вероятностей под событием понимают то, относительно чего после некоторого момента времени можно сказать одно и только одно из двух:

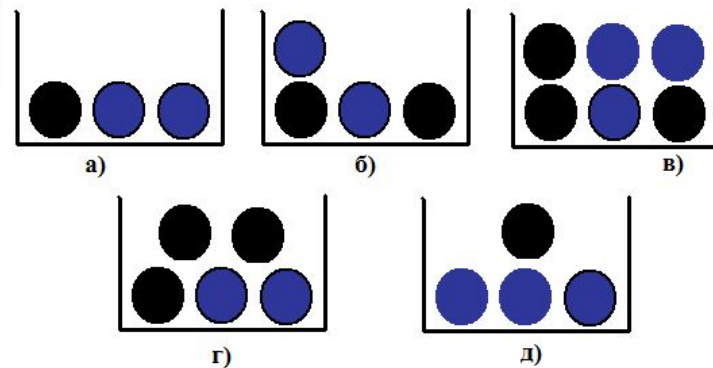


Да, оно произошло.
Нет, оно не произошло.



Событие – это результат испытания.

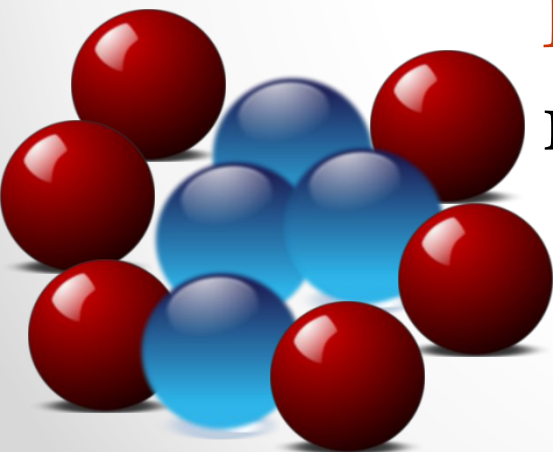
Например:



Из урны наудачу берут один шар. **Извлечение** шара из урны есть

испытание.

Появление шара определенного цвета – **событие.**



Непредсказуемые события которые могут произойти, а могут и не произойти - называются случайными .



Пример.

- При бросании кубика выпадет шестерка.
- У меня есть лотерейный билет.

После опубликования результатов розыгрыша лотереи интересующее меня событие – выигрыш тысячи рублей, либо происходит, либо не происходит.



Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называются СОВМЕСТИМИ, а те, которые не могут происходить одновременно, - НЕСОВМЕСТИМИ.

Пример.

Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.



Равновозможными называются события, когда в их наступлении нет преимуществ.

Неравновозможные события те, у которых в наступлении одного из событий есть какое то преимущество.

Примеры.

- Появление герба или надписи при бросании монеты представляют собой равновероятные события.
- Пусть бросают игральную кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).



Событие, которое происходит всегда, называют достоверным (истинными).

Вероятность достоверного события равна 1.

Событие, которое не может произойти, называется невозможным (ложными).

Вероятность невозможного события равна 0.



Проверка:

1. Солнце кружится вокруг Земли;
2. Ваше участие в летних олимпийских играх;
3. Вы выиграли в викторине;
4. В 9-м классе школьники не будут изучать геометрию;
5. Мама старше своих детей;
6. Вам за урок поставят оценку «4»;
7. Параллельные прямые не пересекаются.

| Событие | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Достоверное | | | | | ✗ | | ✗ |
| Возможное | | ✗ | ✗ | | | ✗ | |
| невозможное | ✗ | | | ✗ | | | |

Классическое определение вероятности.

Определение: *Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, благоприятных событию $N(A)$, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания N .*

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$



Алгоритм нахождения вероятности случайного события.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие A ;
- 3) частное $\frac{N(A)}{N}$, оно и будет равно вероятности события A .

Принято вероятность события A обозначать так: $P(A)$.

Значит
$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Пример 1.

В соревновании по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Македонии, 9 спортсменов из Сербии, 7 спортсменов из Хорватии и 5 – из Словении. Порядок в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Македонии?

$$N(A) = 4$$

$$N = 25$$

$$P(A) = \frac{4}{25} = 0,16$$

Ответ: 0,16.



Для вычисления вероятности часто используют правило умножения.

Для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний A и B , следует перемножить число всех исходов испытания A и число всех исходов испытания B .



Пример 2. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. (ответ округлите до сотых)

Решение:

Множество элементарных исходов:

$$N=36$$



| Числа на выпавших сторонах | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

$A = \{\text{сумма равна } 8\}$

$$N(A)=5$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$$P(A) = \frac{5}{36} \approx 0,14$$

Ответ:

0,14.

Свойство вероятностей противоположных событий.

Вероятность $P(A)$ некоторого события $0 \leq P(A) \leq 1$

События A и B называются **противоположными**, если всякое наступление события A означает не наступление события B , а не наступление события A – наступление события B .

Событие, противоположное событию A ,
обозначают символом \bar{A} .

Сумма вероятностей противоположных событий
равна 1.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Пример.

1.Бросаем один раз игральную кость. Событие A – выпадение четного числа очков, тогда событие \bar{A} - выпадение нечетного числа очков.



Пример 3.

2. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

Решение. Элементарный исход – случайно выбранный аккумулятор. Поэтому $N = 1000$. Событию $A = \{\text{аккумулятор исправен}\}$ благоприятствуют $1000 - 6 = 994$ исхода. Поэтому $N(A) = 994$.

Тогда

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{994}{1000} = 0,994$$

Эту задачу можно решить с помощью формулы вероятности противоположного события $\bar{A} = \{\text{аккумулятор неисправен}\}$.

$$N(\bar{A}) = 6. \quad P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N} = \frac{6}{1000} = 0,006$$

Значит, $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,006 = 0,994$



Ответ: 0,994.

Домашнее задание.

- № 788,790 (б,в)

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение

$N(A) = 180 - 8 = 172$ сумки
качественные,

$N = 180$ всего сумок

$$P(A) = \frac{172}{180} = 0,955... \approx 0,96$$

Ответ: 0,96.



В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.

Решение

Всего вариантов $N = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Благоприятных $N(A) = 3$ варианта: **о; о; р**

о; р; о р; о; о

Вероятность равна

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ: 0,375.



Благодарю за урок.