

Решение заданий В10 ЕГЭ (теория вероятностей)



• *Справочный материал*



Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число исходов, благоприятствующих осуществлению события,

а n - число всех возможных исходов.

Формула Бернулли – формула вероятности k успехов в серии из n испытаний

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где C_n^k – число сочетаний,

p – вероятность успеха,

$q = 1 - p$ – вероятность неудачи.

При подбрасывании симметричной монеты, когда $p = q = 1/2$, формула Бернулли принимает вид:

$$P(A) = \frac{C_n^k}{2^n}.$$

Например, вероятность выпадения орла дважды в трех испытаниях:

$$P(A) = \frac{C_3^2}{2^3} = \frac{3}{8}.$$

Некоторые методы решения задач

1. Большинство задач можно решить с помощью классической формулы вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2. Задачи с монетами (и игральной костью) при небольшом количестве подбрасываний удобно решать методом перебора комбинаций.

Метод перебора комбинаций:

- выписываем все возможные комбинации орлов и решек. Например, ОО, ОР, РО, РР. Число таких комбинаций – n ;
- среди полученных комбинаций выделяем те, которые требуются по условию задачи (благоприятные исходы), – m ;
- вероятность находим по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

3. При решении задач с монетами число всех возможных исходов можно посчитать по формуле $n = 2^N$,

где N – количество бросков, 2 – число исходов в одном испытании (орел или решка). Например, монету подбросили 3 раза, тогда число всех исходов $2^3 = 8$; четыре раза - $2^4 = 16$.

Аналогично при бросании кубика $n = 6^N$,

где N – количество бросков, 6 – число исходов в одном испытании (1, 2, 3, 4, 5 или 6). Например, кубик подбросили 3 раза, тогда число всех исходов - $6^3 = 216$.

4. Комбинаторный метод решения можно применять при подсчете количества исходов с помощью формул комбинаторики.

• Решение задач по формуле вероятности

1. Папа, **мама**, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть мама.

Решение



$n = 4$ – число всех элементарных исходов;

$m = 1$ – число благоприятных исходов
(жребий выпал на маму).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25

2. Женя, Лена, Маша, Аня и Коля бросили жребий – кому идти в магазин. Найдите вероятность того, что в магазин надо будет идти Ане.

Решение

$n = 5$ – число всех возможных исходов;

$m = 1$ – число благоприятных исходов
(в магазин идти Ане).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Ответ: 0,2



3. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 8 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение

$n = 100 + 8 = 108$ – число всех возможных исходов (всего сумок);

$m = 100$ – число благоприятных исходов (качественная сумка).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{100}{108} \approx 0,93$$

Ответ: 0,93



4. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение

$n = 1000$ – число всех возможных исходов (всего насосов);

$m = 1000 - 9 = 991$ – число благоприятных исходов (насос не подтекает).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{991}{1000} = 0,991$$

Ответ: 0,991



5. На семинар приехали трое ученых из Норвегии, четверо из России и трое из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Решение

$n = 3+4+3=10$ – число всех возможных исходов, (число всех претендентов на это, в данном случае восьмое, место);

$m = 4$ – число благоприятных исходов (число претендентов из России).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Ответ: 0,4



6. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение

$n = 20$ – число всех возможных исходов, (число всех претендентов на это место, причем это может быть 1, 2, ..., 8, последнее место);

$m = 20 - (8+7) = 5$ – число благоприятных исходов (число претендентов из Китая)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ: 0,25



• Решение задач с игральной костью

7. Бросают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее 4 очков.

Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6);

$m = 3$ – число благоприятных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5



8. *Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало нечетное число очков?*

Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6),

$m = 3$ – число благоприятных исходов
(выпадение чисел 1, 3, 5)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5



9. *Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало нечетное число очков?*

Решение

$n = 6$ – число всех возможных исходов
(выпадение чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6),

$m = 3$ – число благоприятных исходов
(выпадение чисел 1, 3, 5)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = 0,5$$

Ответ: 0,5



10. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение

$n = 6 * 6 = 36$ – число всех возможных исходов

(выпадение чисел на двух кубиках:

{1,1} {1,2} {1,3} {1,4} {1,5} {1,6}

{2,1} {2,2} {2,3} {2,4} {2,5} {2,6}

...

{6,1} {6,2} {6,3} {6,4} {6,5} {6,6});

$m = 5$ – число благоприятных исходов

(выпадение чисел {2,6} {3,5} {4,4} {5,3} {6,2}).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36} \approx 0,14$$



11. Лена дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Решение

При бросании кубика 11 очков можно получить двумя способами 5+6 или 6+5 .

$n = 2$ – число всех возможных исходов, {5,6} {6,5};

$m = 1$ – число благоприятных исходов, {5,6}.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5



12. Наташа и Вика играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что Наташа проиграла.

Решение

При бросании кубика 9 очков можно получить четырьмя способами: $3+6$, $4+5$, $5+4$, $6+3$;

$n = 4$ – число всех возможных исходов, $\{3,6\}$ $\{4,5\}$ $\{5,4\}$ $\{6,3\}$;

$m = 2$ – число исходов, при которых у Наташи (на первом кубике) выпало меньше очков, чем у Вики.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Ответ: 0,5



• Решение задач с монетами

13. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение

Монету бросают 2 раза.

Обозначения: O – выпадение орла, P – выпадение решки, $\{O P\}$ – выпадение орла в первом броске, решки – во втором.

$n = 4$ – число всех возможных исходов:

$m = 2$ – число благоприятных исходов
(выпадение орла ровно один раз)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = 0,5$$



$\left\{ \begin{array}{l} \{O O\} \\ \{O P\} \\ \{P O\} \\ \{P P\} \end{array} \right.$

14. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Меркурий» играет по очереди с командами «Марс», «Юпитер», «Уран». Найти вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом получит команда «Меркурий».

Решение

Монету бросают 3 раза.

Для команды «Меркурий»

возможные исходы в трех бросках →

$n = 8$ – число всех возможных исходов;

$m = 1$ – число благоприятных исходов (выпадение орла в трех бросках).



$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{8} = 0,125$$

{O O O}

{P O O}

{O P O}

{O O P}

{P P O}

{P O P}

{O P P}

{P P P}

Задачи на сложение и умножение вероятностей

15. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение

Вероятность попадания в мишень равна 0,7; вероятность промаха равна $1 - 0,7 = 0,3$.

Т. к. результаты выстрелов – независимые события, вероятность того, что биатлонист четыре раза попал в мишень, а один раз промахнулся, равна:

$$P = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \approx 0,07$$

Ответ: 0,07



Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

Решение:

Вероятность того, что Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер равна:

$$0,4 \cdot (1 - 0,9) = 0,04$$

Вероятность того, что Джон промахнется, если схватит непристрелянный револьвер равна:

$$0,6 \cdot (1 - 0,2) = 0,48$$

Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$0,04 + 0,48 = 0,52.$$

Ответ: 0,52.

На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.



Источники:

1. *И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Рабочая тетрадь
ЕГЭ 2012 Математика .Задача В10*
2. *Первое сентября. Математика, январь, март 2012*
3. *ЕГЭ 3000 задач с ответами. Математика.
Все задания группы В. Закрытый сегмент / А.Л. Семенов,
И.В. Яценко, и др. /– Издательство «Экзамен», 2012.*
4. <http://mathege.ru> *Открытый банк заданий по
математике*
5. <http://www.postupivuz.ru>
6. <http://alexlarin.com>
7. <http://www.berdov.com>
8. <http://www.youtube.com>

