Решение заданий С1 на ЕГЭ

Выполнила учитель МКОУ «Бобровская СОШ »
Гуськова Е.М.

а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку : $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Разложим левую часть на множители:

$$2\sin x\cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x(\cos x - 2) - \sqrt{3}\cos x(\cos x - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - 2)\left(\sin x - \sqrt{3}\cos x\right) = 0.$$

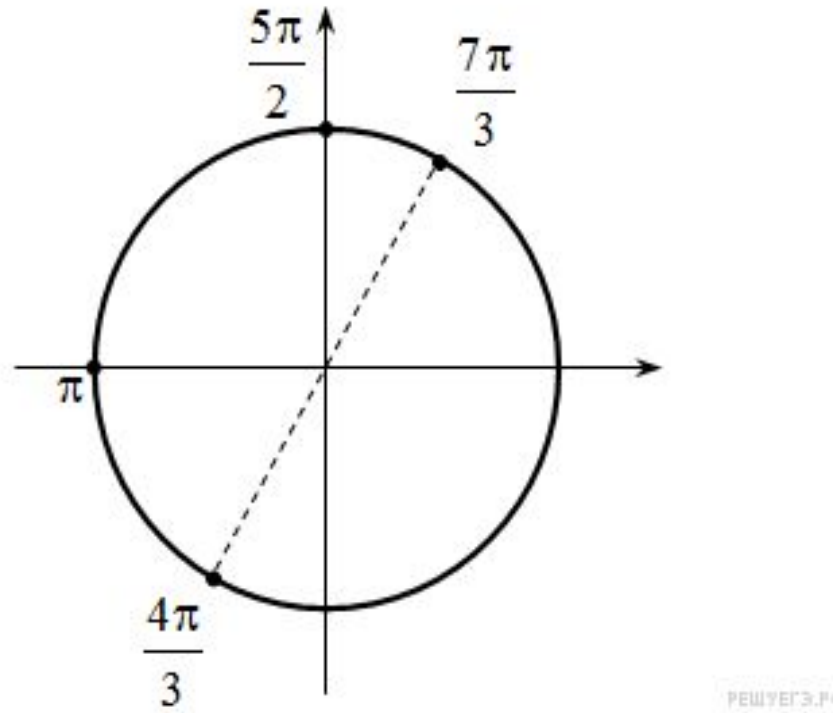
Уравнение $\cos x - 2 = 0$, не имеет корней. Имеем

$\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0.$

Если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$, это невозможно. Это однородное уравнение первой степени, разделим обе его части на $\cos x$. Получаем:

$$\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in$$

б) Отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ принадлежат корни $\frac{4\pi}{3}$ и $\frac{7\pi}{3}$. (см. рис.)



Ответ: а) $\frac{\pi}{3} + \pi k,$ где $k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{4\pi}{3}$ и $\frac{7\pi}{3}$.

а) Решите уравнение $7\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

Решение.

а) Решим уравнение

$$7\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 7 \cdot \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

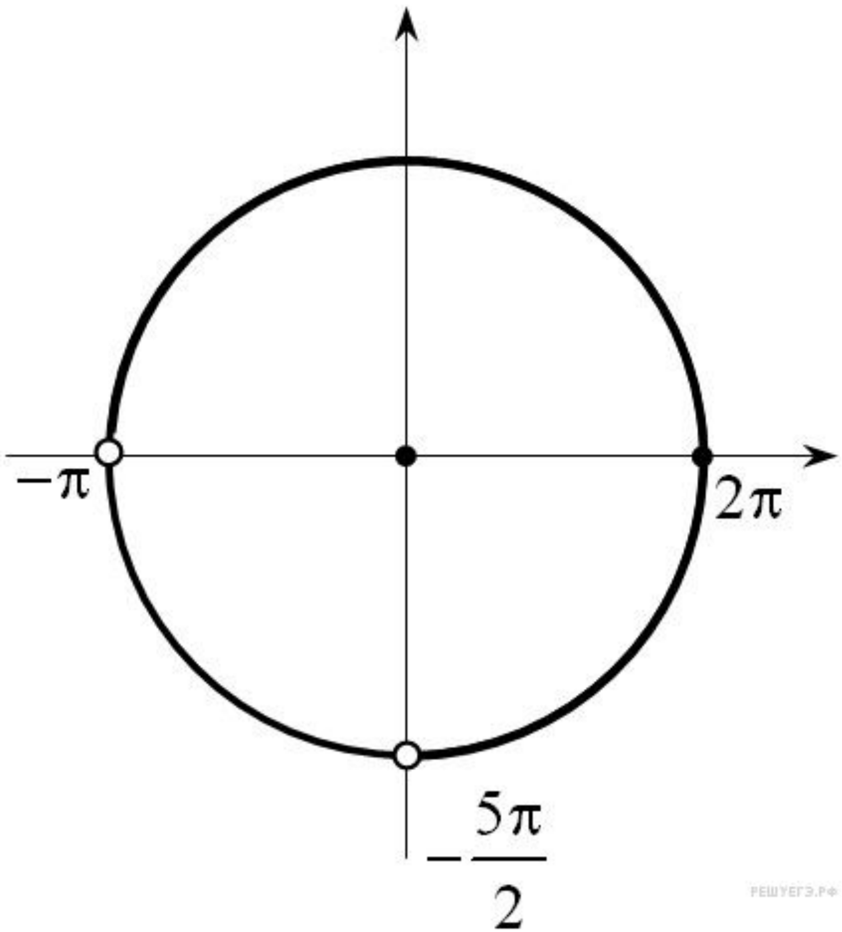
$$\Leftrightarrow 6\cos^2 x + \cos x - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 1; \\ \cos x = -\frac{7}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow \; x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

б) Найдем корни, лежащие в заданном отрезке, решая двойное неравенство:

$$-\frac{5\pi}{2} \le 2\pi k \le -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \le k \le -\frac{1}{2} \Leftrightarrow k = -1$$

Тогда искомый корень -2π .

Примечание. Отобрать корни можно, используя тригонометрическую окружность (см. рис.).



Ответ: а) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$,б) -2π

а) Решите уравнение $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Решение. а) Из данного уравнения получаем:

$\cos x + \sin 2x + 8 = 8 \Leftrightarrow \cos x + 2\cos x \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2\sin x + 1) = 0$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$,

или $\sin x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$

или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z.$

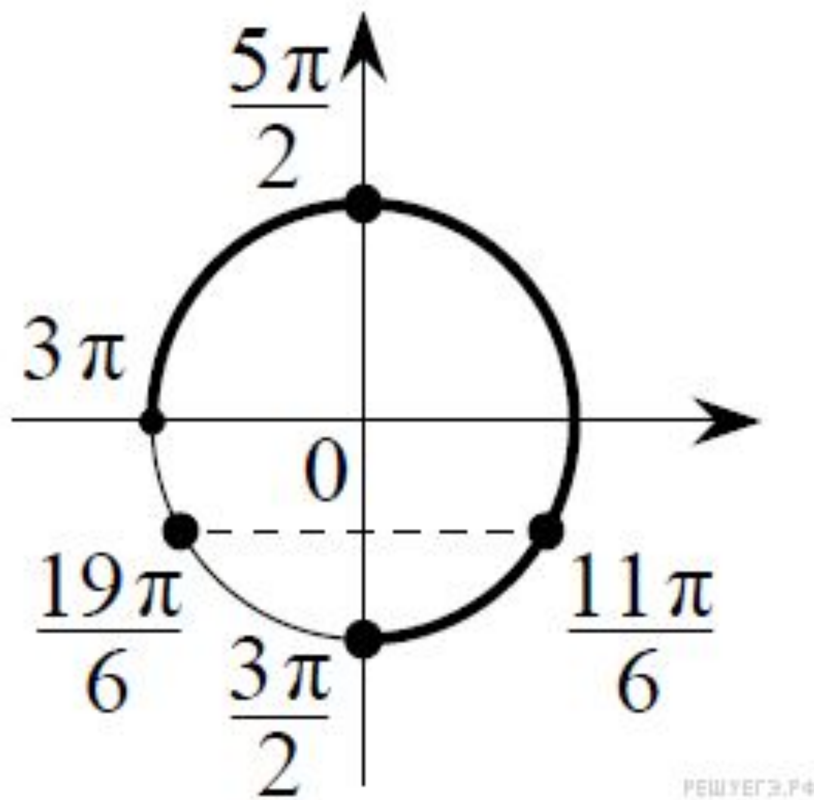
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Получим числа: $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \;\; k \in Z$

б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$



а) Решите уравнение : $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2\sin 2x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку: $[-3\pi; -2\pi]$

Решение:

а) Запишем уравнение в виде :

$$81^{-\cos x} = 81^{\sin 2x} \Leftrightarrow -\cos x = 2\sin x\cos x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x \cdot (2\sin x + 1) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$, или

$\sin x = -\frac{1}{2}$,

откуда $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$.

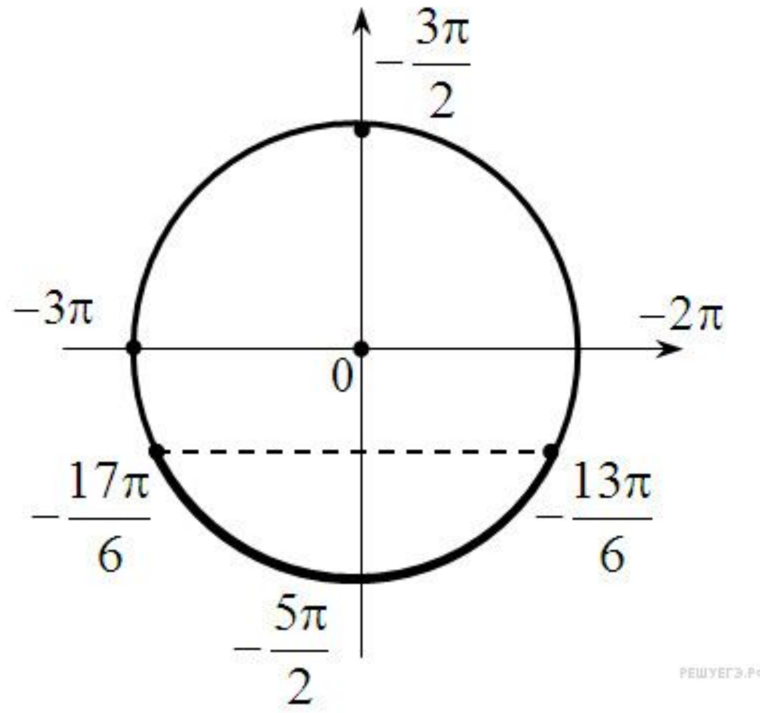
б) С помощью числовой окружности отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

Получим числа: $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{5\pi}{2}$ и $-\frac{13\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$;

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

б) $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{5\pi}{2}$ и $-\frac{13\pi}{6}$.



Решите уравнение : $\frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$

Решение.

Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 6\cos^2 x - \cos x - 2 = 0, \\ -\sin x > 0. \end{cases}$$

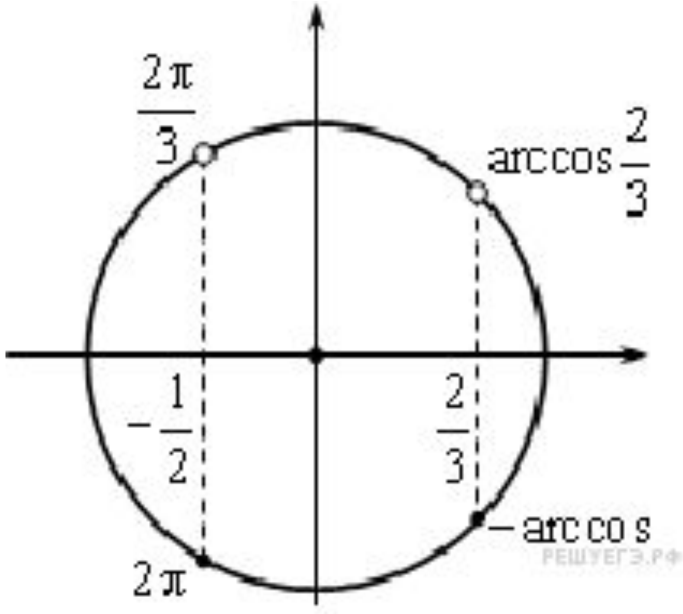
Из неравенства получаем, что $\sin x < 0$

В уравнении сделаем замену $\cos x = t$ и решим уравнение $6t^2 - t - 2 = 0$, $t = -\frac{1}{2}$ или $t = \frac{2}{3}$. Равенствам $\cos x = -\frac{1}{2}$ и $\cos x = \frac{2}{3}$ на тригонометрической окружности соответствует четыре точки.

Две из них, находящиеся в верхней полуплоскости, не удовлетворяют условию $\sin x < 0$

Получаем решения:

$x = -\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$ и $x = -\arccos\dfrac{2}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$



Ответ: $x = -\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$,

$x = -\arccos\dfrac{2}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$.