«Тригонометрические уравнения - равносильные преобразования»

Ю.В.Терешина – учитель
I квалификационной категории

Математику нельзя изучать,

наблюдая, как это делает сосед!

А. Нивен

Свойства основных тригонометрических функций

	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = tgx$	$y = ctgx$
Область определения	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$\left(-\frac{\pi}{2}+\pi k;\frac{\pi}{2}+\pi k\right)$	$(\pi k;\pi+\pi k)$
Множество значений	$[-1;1]$	$[-1;1]$	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$
Четность	нечетная	четная	нечетная	нечетная
Периодичность (основной период)	2π	2π	π	π

Простейшие тригонометрические уравнения

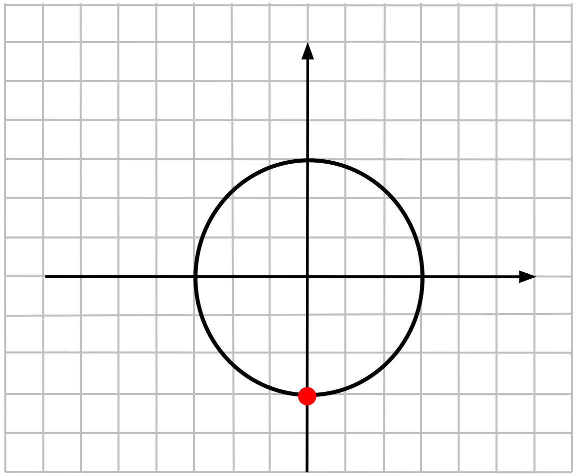
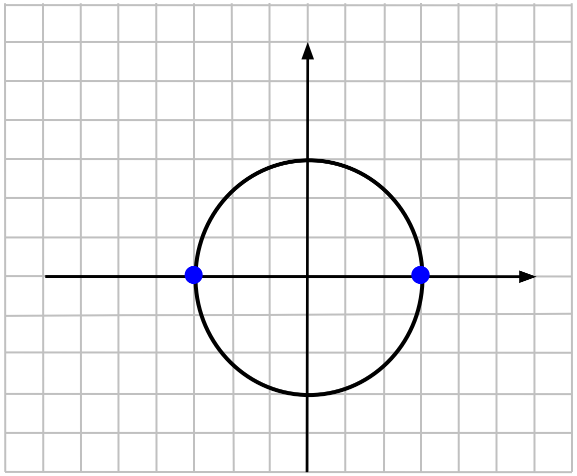
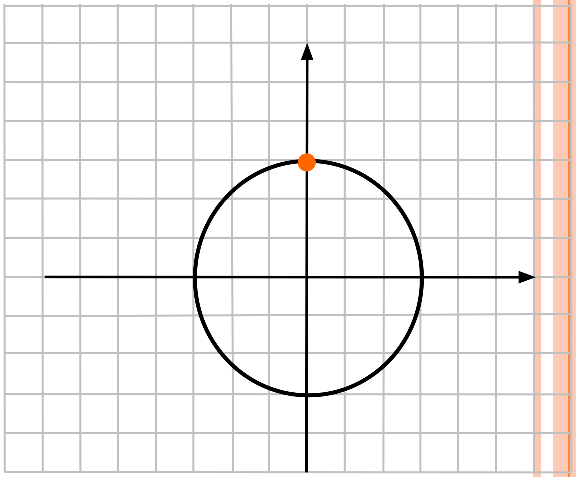
$$\sin x = a$$

Если $|a| > 1$, то уравнение не имеет корней

Если $|a| \le 1$, то $x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n,$ $n \in Z$

Простейшие тригонометрические уравнения

Частные случаи

$\sin x = -1$	$\sin x = 0$	$\sin x = 1$
		
$x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$	$x = \pi k, k \in Z$	$x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

Простейшие тригонометрические уравнения

$$\cos x = a$$

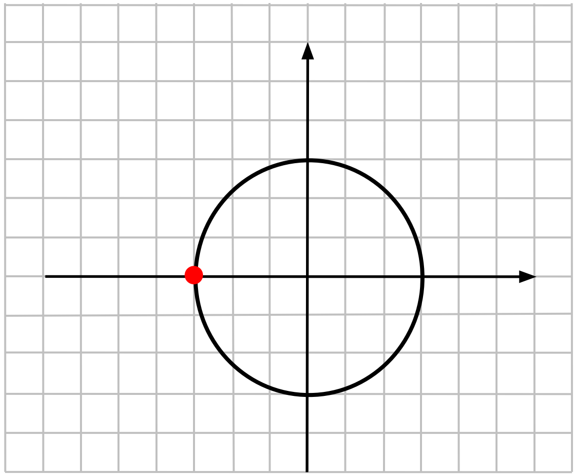
Если $|a| > 1$, то уравнение не имеет корней

Если $|a| \le 1$, то $x = \pm \arccos a + 2\pi n,$ $n \in Z$

Простейшие тригонометрические уравнения

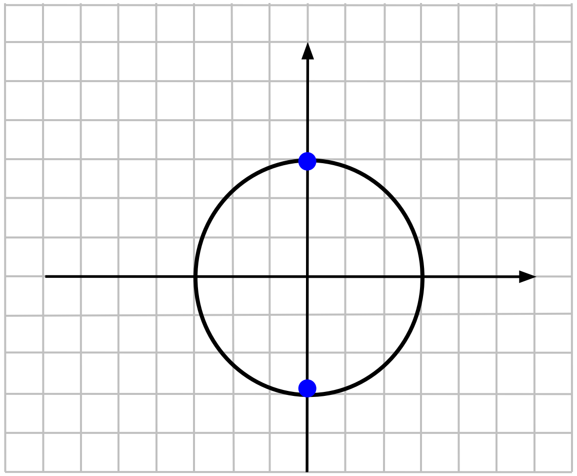
Частные случаи

$$\cos x = -1$$



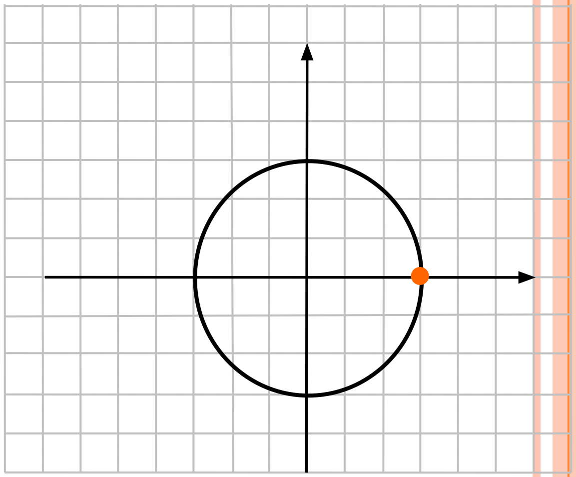
$$x = \pi + 2\pi k, k \in Z$$

$$\cos x = 0$$



$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$\cos x = 1$$



$$x = 2\pi k, k \in Z$$

Простейшие тригонометрические уравнения

$$tgx = a$$

$$x = arctga + \pi n, n \in Z$$

$$ctgx = a$$

$$x = arcctga + \pi n, n \in Z$$

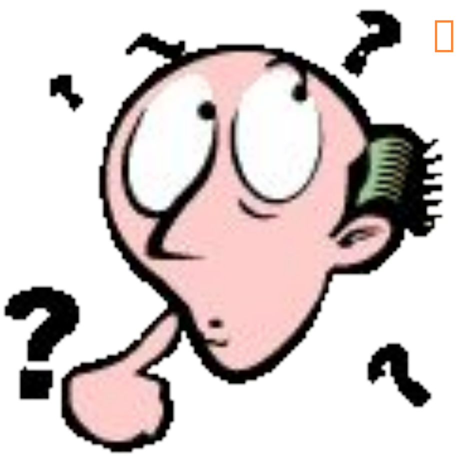
Задание 1.

1 вариант

- $\sin(-\pi/3)$
- $\cos\ 2\pi/3$
- $\mathrm{tg}\ \pi/6$
- $\mathrm{ctg}\ \pi/4$
- $\cos(-\pi/6)$
- $\sin 3\pi/4$

2 вариант

- $\cos(-\pi/4)$
- $\sin \pi/3$
- $\mathrm{ctg}\ \pi/6$
- $\mathrm{tg}\ \pi/4$
- $\sin(-\pi/6)$
- $\cos 5\pi/6$



Задание 2.

1 вариант

- arcsin $\sqrt{2}/2$
- arccos 1
- arcsin (- 1/2)
- arccos (- $\sqrt{3}/2$)
- arctg $\sqrt{3}$

2 вариант

- arccos $\sqrt{2}/2$
- arcsin 1
- arccos (- 1/2)
- arcsin (- $\sqrt{3}/2$)
- arctg $\sqrt{3}/3$

Задание 3.

	Вариант1		**Вариант 2**
1	Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.	1	Решите уравнение: $\cos x = -1$
2	Решите уравнение: $2\sin x + 1 = 0$	2	Решите уравнение: $6\sin x - 3 = 0$
3	Решите уравнение: $\sin x = -1$	3	Решите уравнение: $\cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Ответы: задание 1

1 вариант

- $-\sqrt{3}/2$
- $-1/2$
- $\sqrt{3}/3$
- 1
- $\sqrt{3}/2$
- $\sqrt{2}/2$

2 вариант

- $\sqrt{2}/2$
- $\sqrt{3}/2$
- $\sqrt{3}$
- 1
- $-1/2$
- $-\sqrt{3}/2$

Кол-во верных ответов	оценка
6	5
5	4
4	3
< 4	2

Ответы : задание 2

1 вариант

- π/4
- 0
- - π/6
- 5π/6
- π/3

2 вариант

- π/4
- π/2
- 2π/3
- - π/3
- π/6

Кол-во верных ответов	оценка
5	5
4	4
3	3
< 3	2

Ответы : задание 3

1 вариант

- 2
- 2
- -3

2 вариант

- -8
- 3
- 4

Кол-во верных ответов	оценка
3	5
2	4
1	3
0	2

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ - РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

$$f(x) = g(x) \text{ и } \varphi(x) = \psi(x)$$

Если совпадают МНОЖЕСТВА всех корней этих уравнений

$$2\sin^2 2x + 5\sin 2x - 3 = 0$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

$2\sin 2x+3\cos 2x-2=0$ $2\sin 2x+3\ 1-\sin 2x\ -2=0$	Приведение тригонометрических выражений к одному виду	$\cos 2x=1-\sin 2x$
$2\sin^2 x+3\sin x-2=0$ $2y^2+3y-2=0$	Замена функции новой переменной	$\sin x=y$
$\sin 2x-3\cos x=0$ $2\sin x\cos x-3\cos x=0$	Приведение тригонометрических выражений к одинаковому углу	$\sin 2x=2\sin x\cos x$

7.4 а) $\cos 2x-\cos^2 x-\sin x=0;$

$\nRightarrow$

1	Перенос члена уравнения (с противоположным знаком) из одной части уравнения в другую	$\sin^2 x + 3 = 4 \quad \sin^2 x = 1$
2	Умножение (деление) обеих частей на отличное от нуля число	$2\sin^2 x = 1$, $\frac{x}{3} = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ \ n \in z.$ $3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$ $3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0 \quad : \cos^2 x \neq 0$
3	Применение тождеств, справедливых для каждого x **R**	$\sin 2x - 2\cos^2 = 0$ $2\sin x \cos x - 2\cos^2 = 0$

Рассмотрим некоторые равносильные преобразования которые используются при решении уравнений

Замену уравнения $f(x) = g(x)$ уравнением $f^n(x) = g^n(x)$, где $n \in N$ и $n \geqslant 2$, называют **возведением уравнения в степень n.**

Замену уравнения $f(x) = g(x)$ уравнением $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$, где $n \in N$ и $n \geqslant 2$, называют **извлечением корня степени n из обеих частей уравнения.**

Замену уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, уравнением $f(x) = g(x)$ называют **логарифмированием показательного уравнения.**

7.8 а) $(5\sin^2 x - 4)^{11} = (\sin^2 x - 1)^{11}$

$$\sqrt{4 - 5\sin x} = \sqrt{2}\cos x.$$

$$8^{\sin^2 x} - 2^{\cos^2 x} = 0$$

http://shpargalkaege.ru/c1reshnew/c1resh8/c1resh8.html

$$(2\cos^2 x - \cos x)\sqrt{-11\mathrm{tg}x} = 0$$

Правильному применению методов можно научиться только применяя их на разнообразных примерах.
(Г. Цейтен)