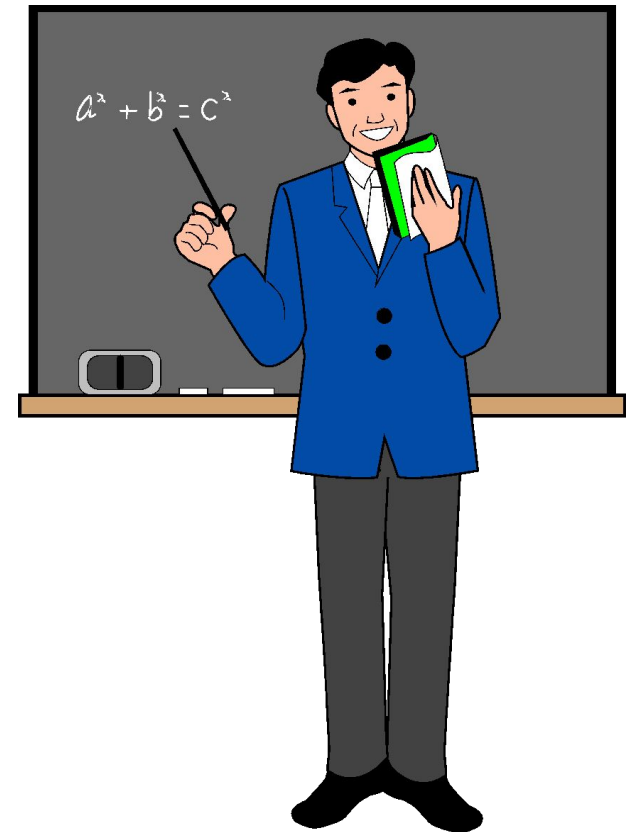


Тема:

«Показательная функция»



Показательная функция

Определение

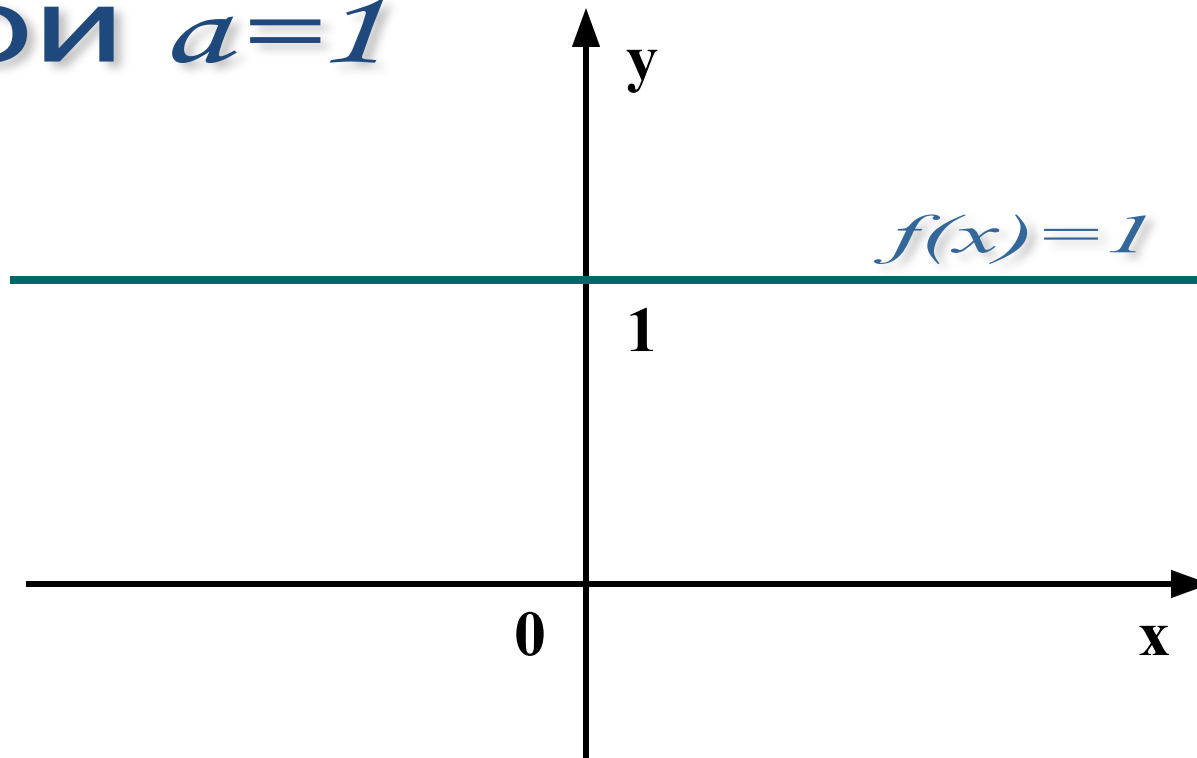
График

Свойства

Применения

График функции $f(x) = a^x$

при $a=1$



Определение

Функция вида $y = a^x$, $a > 0, a \neq 1$

называется **показательной** с основанием a .

Замечание.

Вместе с функцией $y = a^x$ показательной считают и функцию вида $y = Ca^x$, где C - некоторая постоянная.

Задание А1

Из предложенного списка функций, выбрать ту функцию, которая является показательной:

1. $y = 2x$;

2. $y = x^2$;

3. $y = 2^x$;

4. $y = \sqrt[3]{x}$.

График показательной функции

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

$$y = 4^x \quad y = 3^x \quad y = 2^x$$

Y

5

4

3

2

1

0

$$0 < a < 1$$

$$a > 1$$

Y

5

4

3

2

1

0

X

3

2

1

0

-1

-2

-3

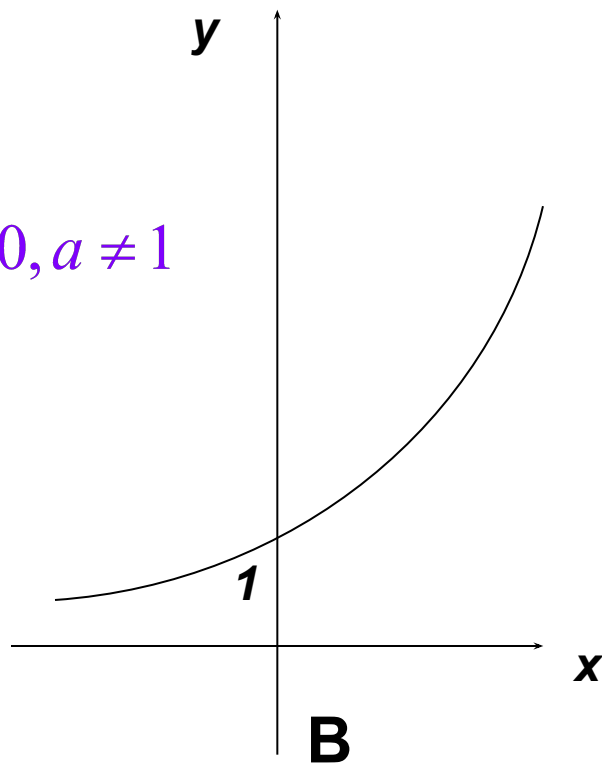
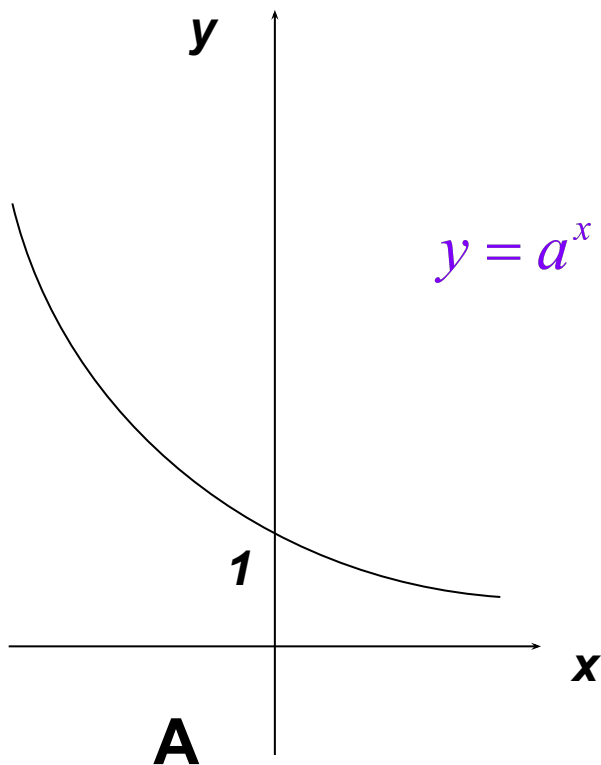
Задание А2

Укажите вид графика для функции

1. $y = \pi^x$

2. $y = 0,48^x$

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$



Задание А3

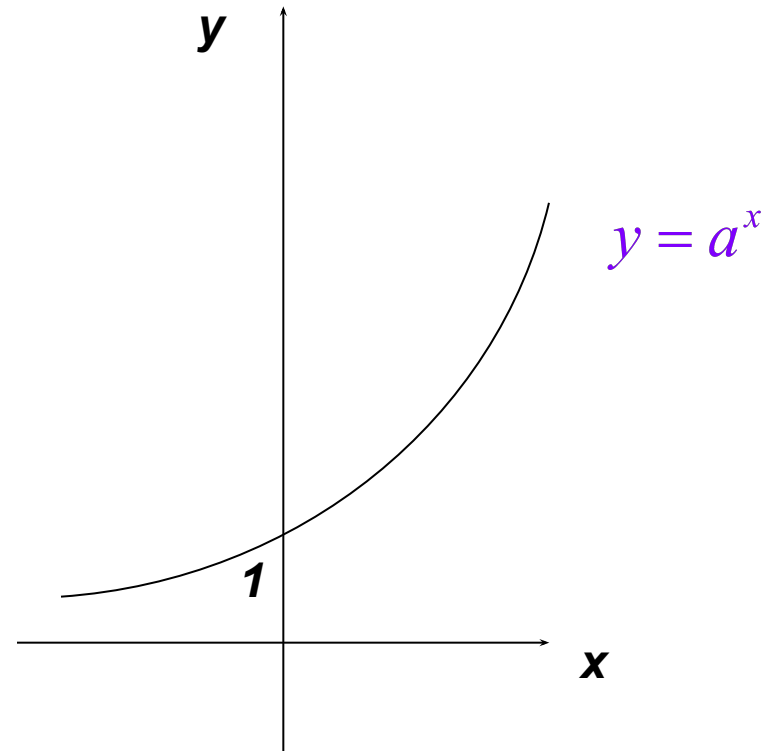
Из предложенных функций выберите ту, график которой изображён на рисунке.

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

3. $y = 2^x$;

4. $y = 2^{-x}$.

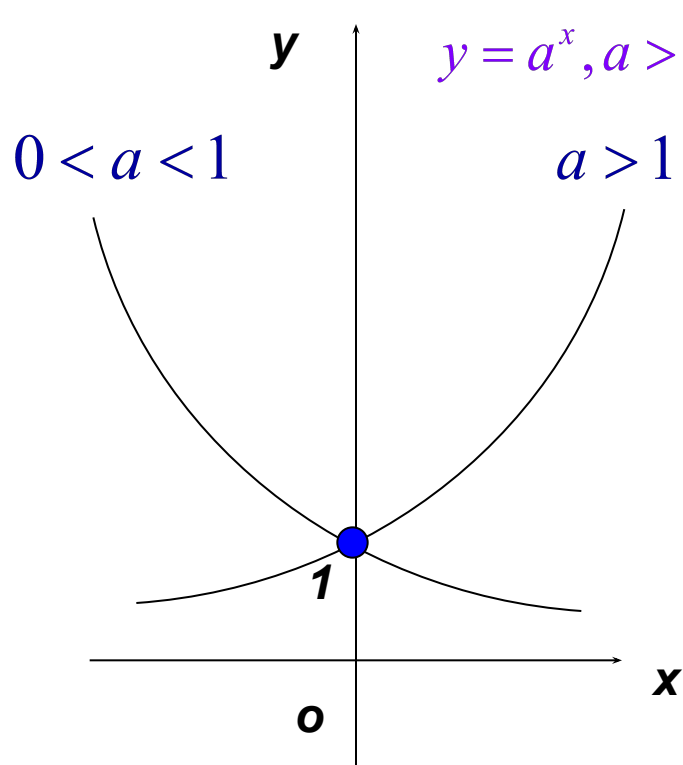


Свойства функции

Проанализируем по *схеме*:

- 1. область определения функции
- 2. множество значений функции
- 3. нули функции
- 4. промежутки знакопостоянства функции
- 5. четность или нечётность функции
- 6. монотонность функции
- 7. наибольшее и наименьшее значения
- 8. периодичность функции
- 9. ограниченность функции

Показательная функция, её график и свойства



- 1) Область определения – множество всех действительных чисел ($D(y)=\mathbb{R}$).
- 2) Множество значений – множество всех положительных чисел ($E(y)=\mathbb{R}_+$).
- 3) Нулей нет.
- 4) $y > 0$ при $x \in \mathbb{R}$.
- 5) Функция ни чётная, ни нечётная.
- 6) Функция монотонна: возрастает на $\mathbb{R}$ при $a > 1$ и убывает на $\mathbb{R}$ при $0 < a < 1$.
- 7) Наибольшего и наименьшего значений у функции нет.
- 8) Функция неперiodична.
- 9) Ограничена снизу, не ограничена сверху.

Задание А4

Выберите функцию возрастающую $\mathbb{R}$:
на

1. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

2. $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

3. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

4. $y = 10^{-x}$

Задание А5

Выберите функцию убывающую на $\mathbb{R}$:

1. $y = 5^x$;

2. $y = 10^x + 1$;

3. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$;

4. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$.

Задание В1

Укажите область значений
функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1:$$

1. $(0; +\infty);$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$$

2. $(-1; +\infty);$

3. $[0; +\infty);$

4. $(-\infty; -1).$



Задание В2

Какое из указанных чисел входит в область значений функции

$$y = 2^x + 4?$$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

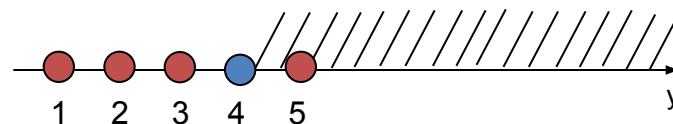
Решение:

Для любого $x \in \mathbb{R}$: $2^x > 0$;

$$2^x + 4 > 4;$$

$$y > 4.$$

$$E(y) = (4; +\infty)$$



$$5 \in E(y)$$

Ответ: 5.

Применения показательной функции

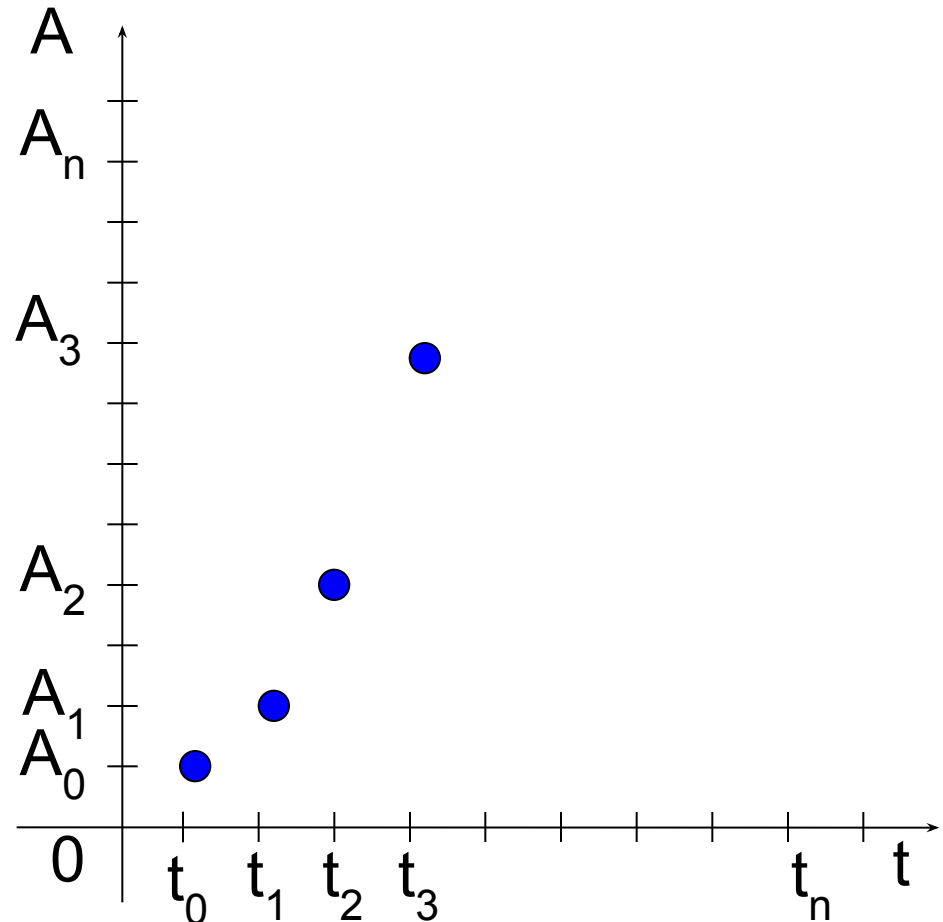


Рост древесины происходит по закону $A = A_0 a^{k \cdot t}$, где:

A - изменение количества древесины во времени;

A_0 - начальное количество древесины;

t -время, k, a - некоторые постоянные.



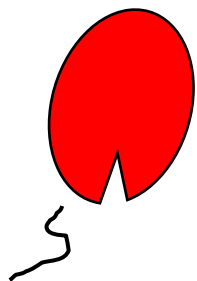
Давление воздуха убывает с высотой по закону: $P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$, где:

P- давление на высоте **h**,

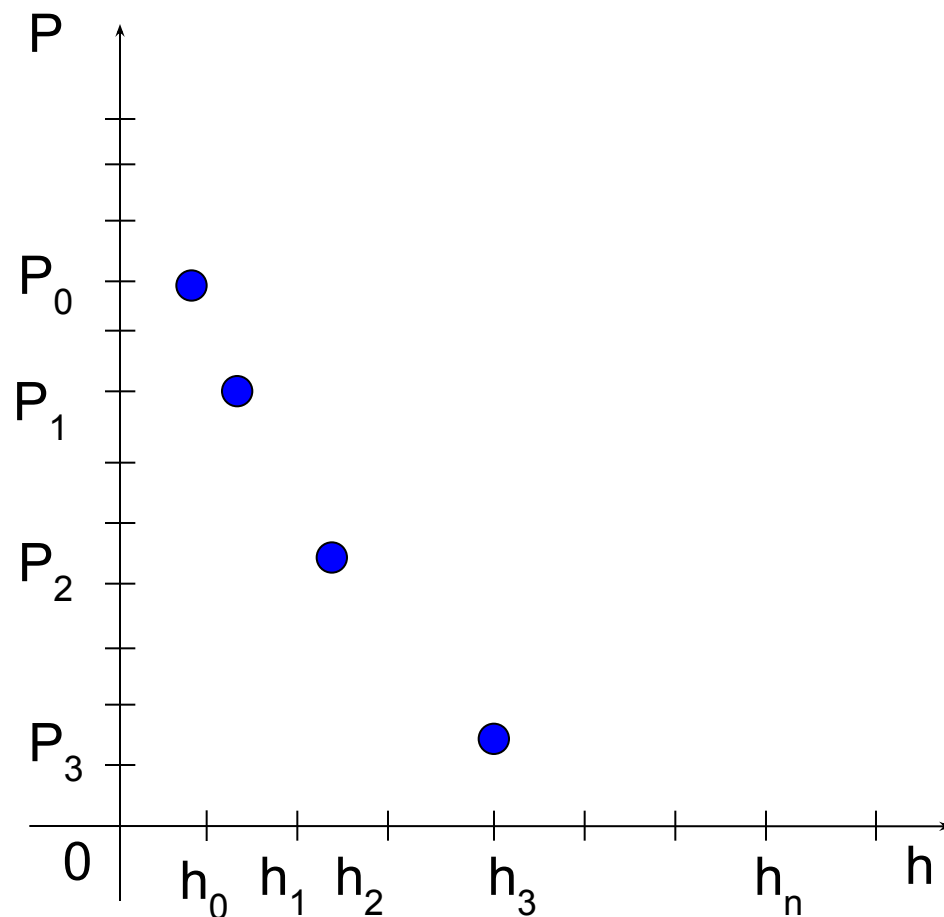
P₀ - давление на уровне моря,

h - высота,

a, k- некоторые постоянные.

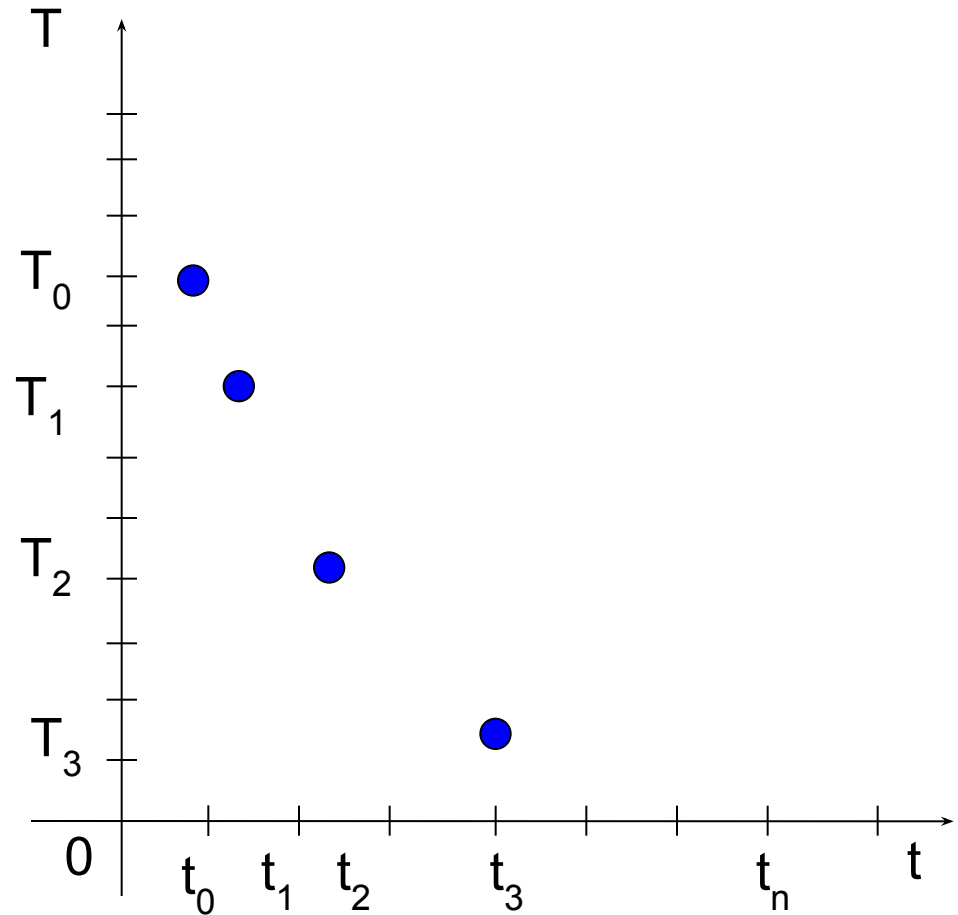


T=const



Температура чайника изменяется по закону
 T - изменение температуры чайника со временем;
 T_0 - температура кипения воды;
 t - время,
 k, a - некоторые постоянные.

$$T = T_0 a^{k \cdot t}$$



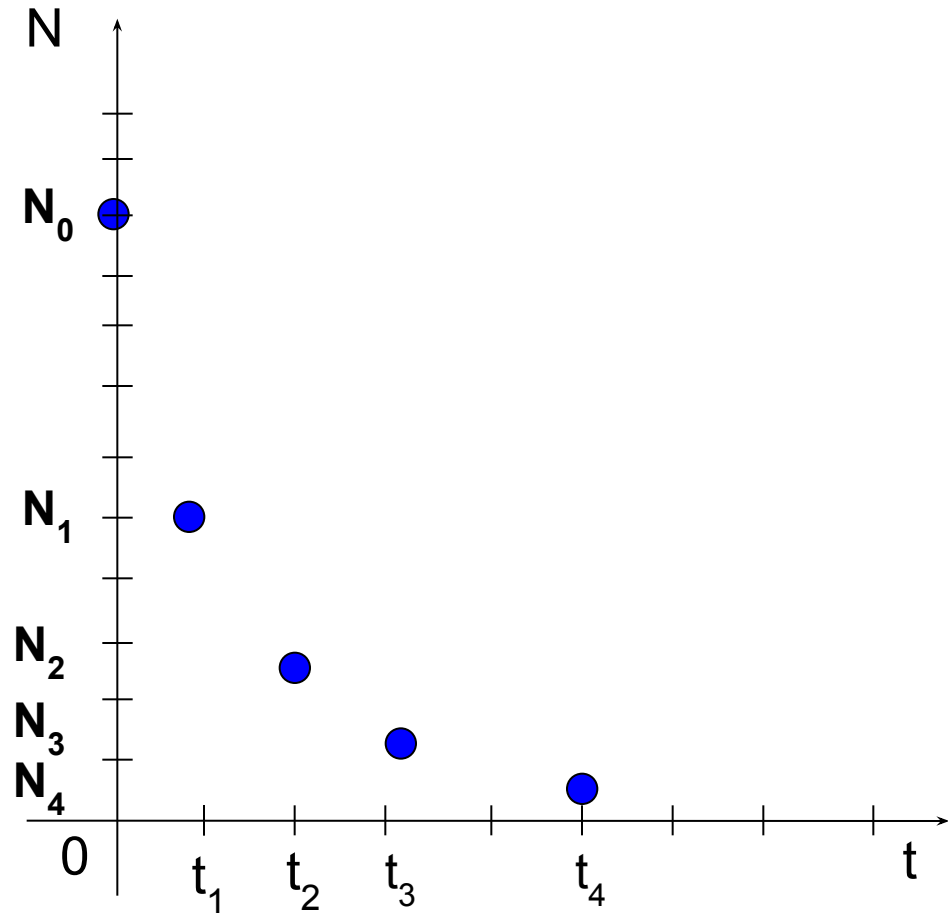
Радиоактивный распад происходит по закону $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, где:

N- число нераспавшихся атомов в любой момент времени **t**;

N₀- начальное число атомов (в момент времени **t=0**);

t-время;

T- период полураспада.



- Существенное свойство процессов органического
- изменения величин состоит в том, что

за равные промежутки времени значение величины изменяется
в *одном и том же отношении*

К процессам органического изменения величин относятся:

Рост древесины

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$

Изменение температуры чайника

$$T = T_0 a^{-k \cdot t}$$

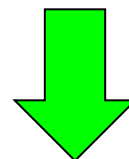
Изменение давления воздуха

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$$

Радиоактивный распад

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$y = C \cdot a^{k \cdot x}$$



$$C = 1, k = 1$$

$$y = a^x$$

Пример 1. Сравните числа $1,3^{34}$ и $1,3^{40}$.

Общий метод решения.

1. Представить числа в виде степени с одинаковым основанием (если это необходимо)

$$1,3^{34} \text{ и } 1,3^{40}.$$

2. Выяснить, возрастающей или убывающей является показательная функция

$a=1,3$; $a>1$, след-но показательная функция возрастает.

3. Сравнить показатели степеней (или аргументы функций)

$$34 < 40.$$

4. Используя свойство возрастания (убывания) функции, сравнить степени с одинаковым основанием (или значения функций)

$$1,3^{34} < 1,3^{40}.$$

5. Сравнить исходные числа.

Сравните:

$$a)(0,65)^{-\sqrt{2}} \text{ и } (0,65)^{\frac{1}{2}};$$

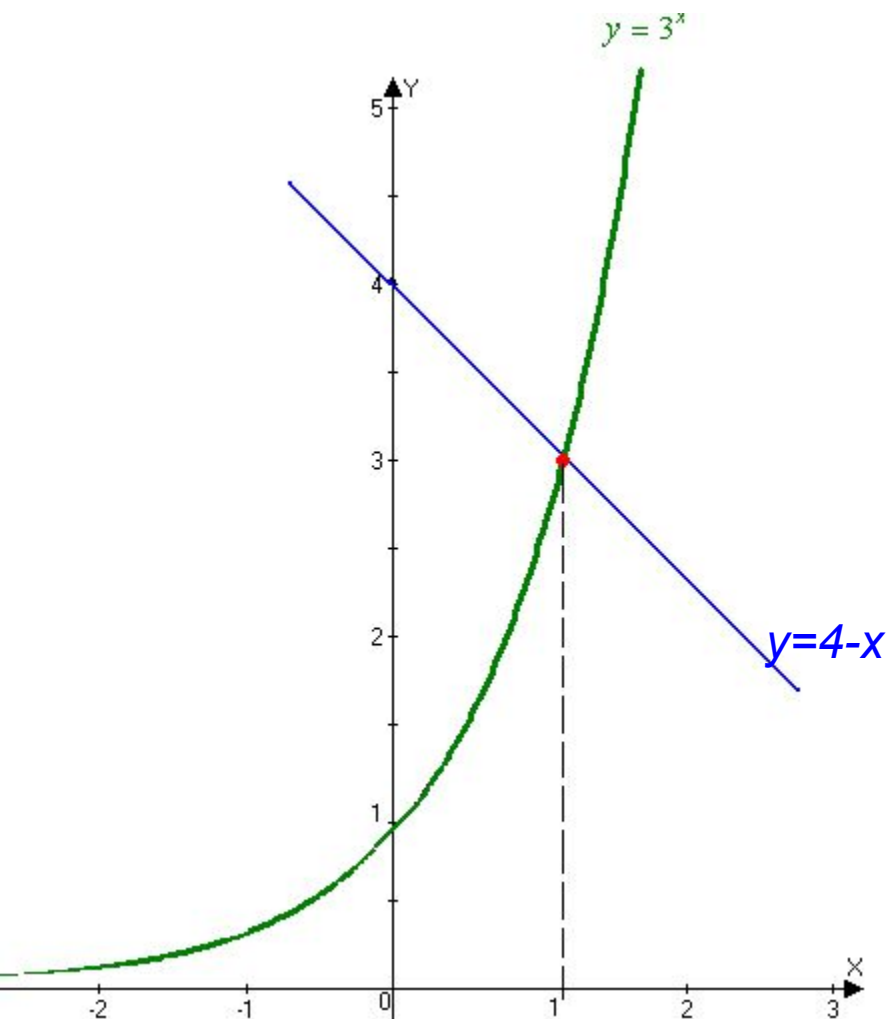
$$a)\left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} \text{ и } \left(\frac{9}{7}\right)^{-3};$$

$$a)\left(\frac{4}{7}\right)^{-\frac{\sqrt{5}}{2}} \text{ и } 1; \quad \tilde{a})\left(\frac{1}{16}\right)^{-3} \text{ и } 64^{\sqrt{3}}.$$

Пример 2. Решите графически уравнение $3^x = 4 - x$.
Решение.

Используем функционально-графический метод решения уравнений:

построим в одной системе координат графики функций $y = 3^x$ и $y = 4 - x$.
Замечаем, что они имеют одну общую точку $(1; 3)$. Значит, уравнение имеет единственный корень $x = 1$.
Ответ: 1



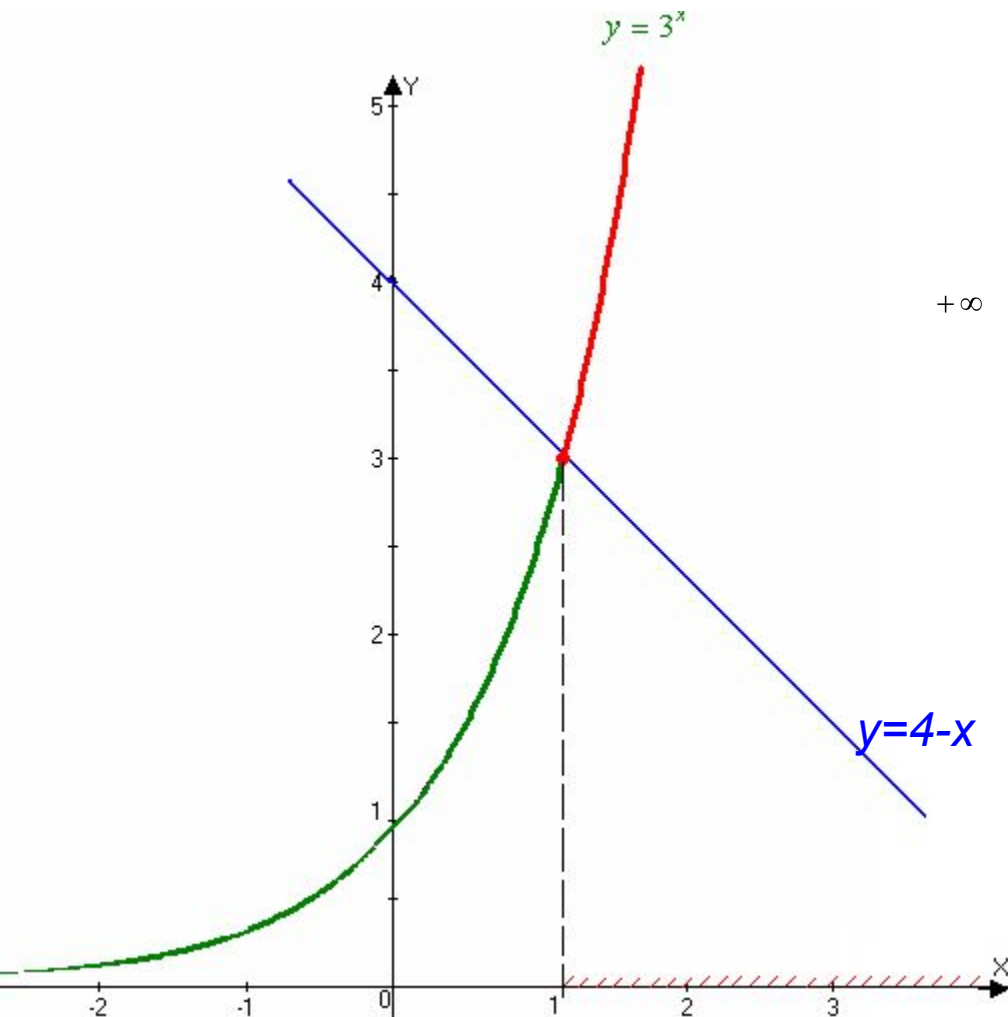
Решите графически уравнения:

- 1) $2^x=1$;
- 2) $(1/2)^x=x+3$;
- 3) $4^x+1=6-x$;
- 4) $3^{1-x}=2x-1$;
- 5) $3^{-x}=-3/x$;
- 6) $2^x-1=\sqrt{x}$

Пример 3. *Решите графически неравенство $3^x > 4 - x$.*

Решение.

Используем функционально-графический метод решения неравенств:



1. Построим в одной системе координат графики функций $y = 3^x$ и $y = 4 - x$.
2. Выделим часть графика функции $y = 3^x$, расположенную выше (т. к. знак $>$) графика функции $y = 4 - x$.
3. Отметим на оси x ту часть, которая соответствует выделенной части графика (иначе: спроецируем выделенную часть графика на ось x).
4. Запишем ответ в виде интервала:
Ответ: $(1; +\infty)$.

Решите графически неравенства:

1) $2^x > 1$;

2) $2^x < 4$;

3) $(1/3)^x < 3$;

4) $(1/2)^x \leq x+3$;

5) $5^x \geq 6-x$;

6) $(1/3)^x \geq x+1$.

Самостоятельная работа (тест)

1. Укажите показательную функцию:	
1) $y=x^3$; 2) $y=x^{5/3}$; 3) $y=3^{x+1}$; 4) $y=3x+1$.	1) $y=x^2$; 2) $y=x^{-1}$; 3) $y=-4+2x$; 4) $y=0,32^x$.
2. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения:	
1) $y=(2/3)^{-x}$; 2) $y=2^{-x}$; 3) $y=(4/5)^x$; 4) $y=0,9^x$.	1) $y=(2/3)^x$; 2) $y=7,5^x$; 3) $y=(3/5)^x$; 4) $y=0,1^x$.
3. Укажите функцию, убывающую на всей области определения:	
1) $y=(3/11)^{-x}$; 2) $y=0,4^x$; 3) $y=(10/7)^x$; 4) $y=1,5^x$.	1) $y=(2/17)^{-x}$; 2) $y=5,4^x$; 3) $y=0,7^x$; 4) $y=3^x$.
4. Укажите множество значений функции $y=3^{-2x}-8$: 1) $(-\infty; -8)$; 2) $[-8; +\infty)$; 3) $(-\infty; -8]$; 4) $(-8; +\infty)$	4. Укажите множество значений функции $y=2^{x+1}+16$: 1) $(-\infty; 16)$; 2) $[16; +\infty)$; 3) $(-\infty; 16]$; 4) $(16; +\infty)$
5. Укажите наименьшее из данных чисел: 1) $3^{-1/3}$; 2) $27^{-1/3}$; 3) $(1/3)^{-1/3}$; 4) $1^{-1/3}$.	5. Укажите наибольшее из данных чисел: 1) $5^{-1/2}$; 2) $25^{-1/2}$; 3) $(1/5)^{-1/2}$; 4) $1^{-1/2}$.
6. Выясните графически, сколько корней имеет уравнение $2^x = x^{-1/3}$	
$(1/3)^x = x^{1/2}$	
1) 1 корень; 2) 2 корня; 3) 3 корня; 4) 4 корня.	1) 1 корень; 2) 2 корня; 3) 3 корня; 4) 4 корня.

І В А Р И Н Т	№ задания	1	2	3	4	5	6
	№ ответа	3	1	2	4	2	1
ІІ В А Р И Н Т	№ задания	1	2	3	4	5	6
	№ ответа	4	2	3	4	3	1

Спасибо за внимание !!!

1. Укажите показательную функцию:
1) $y=x^3$; 2) $y=x^{5/3}$; 3) $y=3x+1$; 4) $y=3^{x+1}$.

2. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения:
1) $y=(2/3)^{-x}$; 2) $y=2-x$; 3) $y=(4/5)^x$; 4) $y=0,9x$.

3. Укажите функцию, убывающую на всей области определения:
1) $y=(3/11)^{-x}$; 2) $y=0,4x$; 3) $y=(10/7)^x$; 4) $y=1,5x$.

4. Укажите множество значений функции $y=3-2x-8$:

5. Укажите наименьшее из данных чисел:
1) $3-1/3$; 2) $27-1/3$; 3) $(1/3)-1/3$; 4) $1-1/3$.

6. Выясните графически, сколько корней имеет уравнение
 $2^x=x-1/3$
1) 1 корень; 2) 2 корня; 3) 3 корня; 4) 4 корня.

Задание А6

Решите
уравнения

$$1. 3^x = 9,$$

$$2. 5^x = 1,$$

$$3. \left(\frac{1}{2}\right)^x = 16,$$

$$4. 2^x = 0,$$

$$5. \left(\frac{1}{5}\right)^x = -1.$$

Проверочная работа

$$y = 0,75^x; \quad y = \left(\frac{13}{7_1}\right)^x; \quad y = -5^x; \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^x;$$

$$y = x^2; \quad y = x^{\frac{2}{1}}; \quad y = -0,9^x; \quad y = 0,5^x;$$

$$y = 1,3^x; \quad y = 2^x$$

- Выберите показательные функции, которые:
- I вариант – убывают на области определения;
- II вариант – возрастают на области определения.