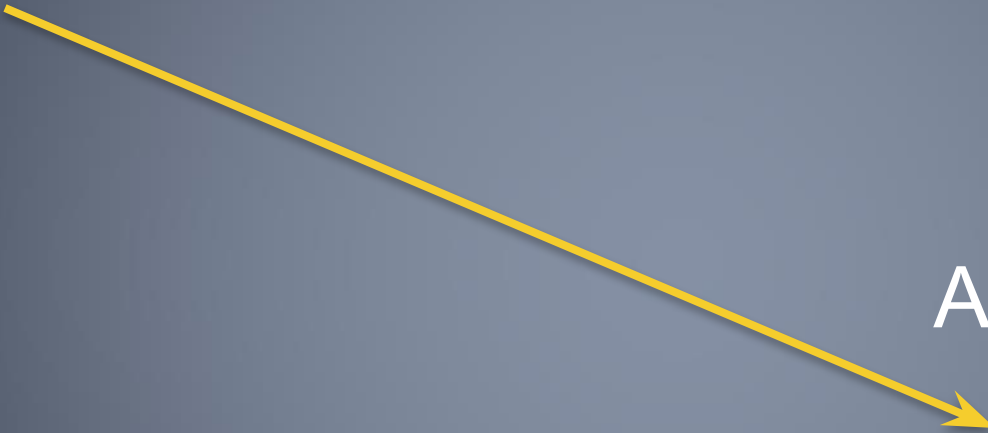


Векторы в пространстве



Координаты вектора.

$A_1(x_1; y_1; z_1)$



$A_2(x_2; y_2; z_2)$

$\overrightarrow{A_1A_2} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$

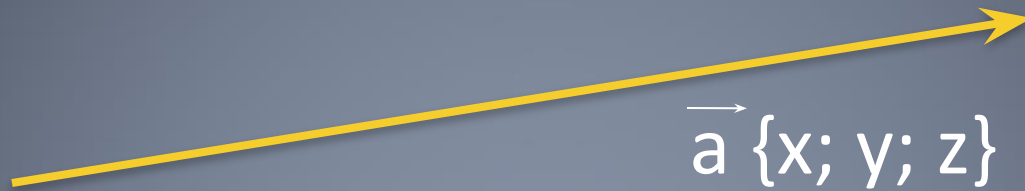
1. Найдите координаты вектора
 \overrightarrow{MK} , если
 $M(10; -4; 2), K(16; 2; -5)$

$$\overrightarrow{MK} \{16 - 10; 2 - (-4); -5 - 2\}$$

$$\text{Ответ: } \overrightarrow{MK} \{6; 6; -7\}$$



Длина вектора. (модуль, абсолютная величина)



$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

2. Найдите длину вектора

$$\vec{a} \{ -5; 1; 2 \}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{25 + 1 + 4} = \sqrt{30}$$

Ответ : $\sqrt{30}$

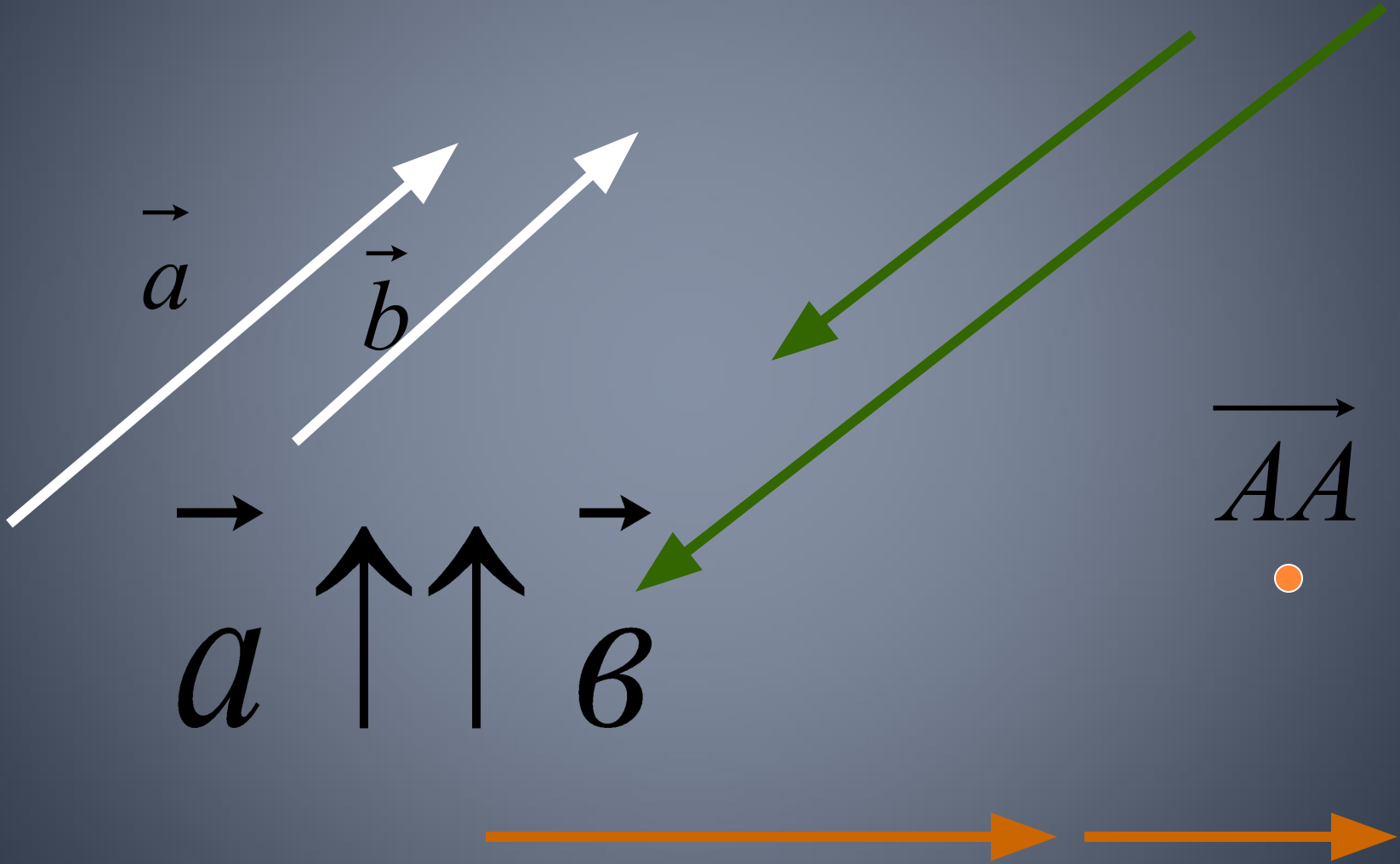


Любая точка пространства
является нулевым вектором

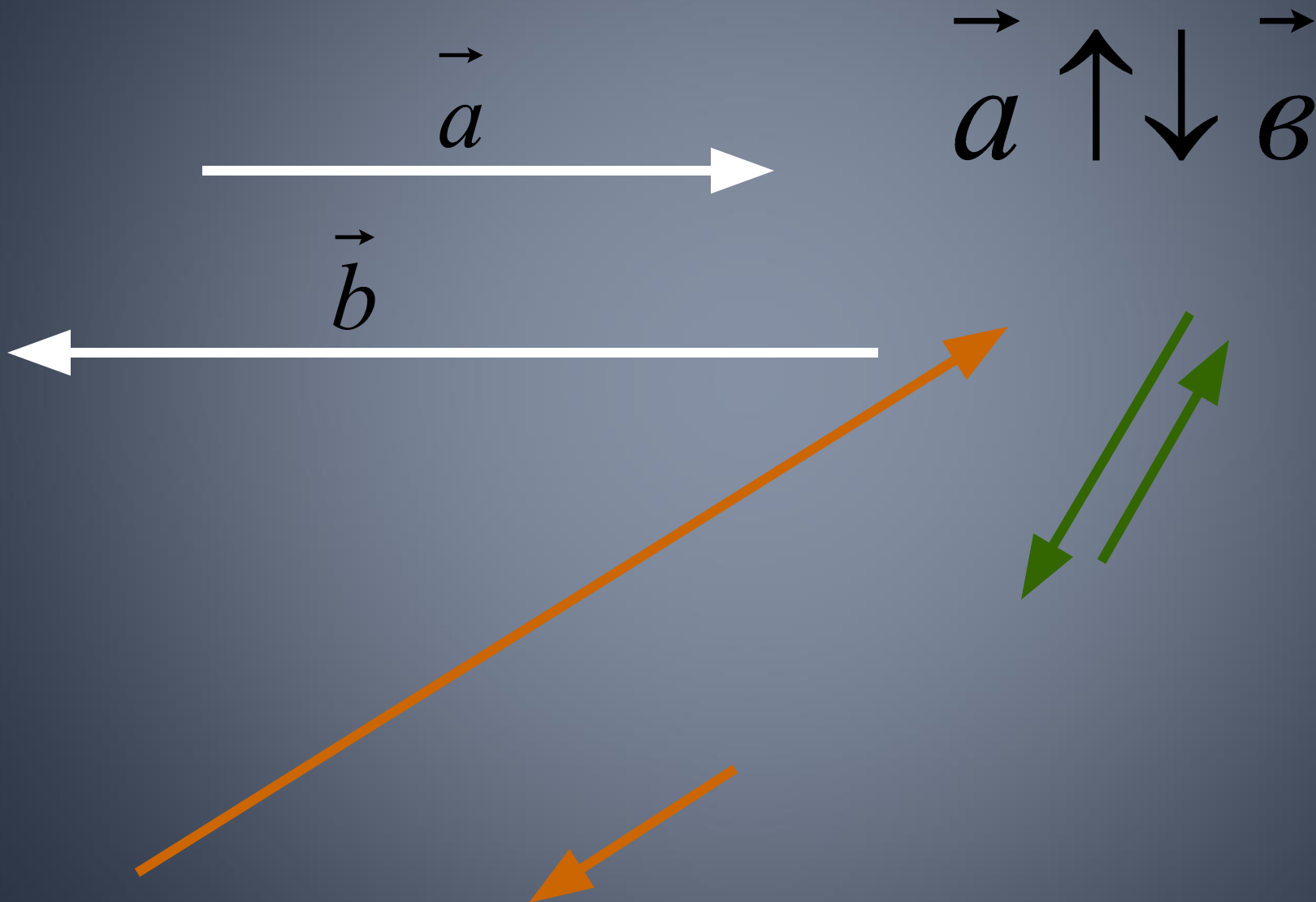


*Начало нулевого вектора совпадает с его концом
(Можно обозначать $\vec{0}$ или \overrightarrow{MM})
Длина нулевого вектора равна 0*

Сонаправленные векторы



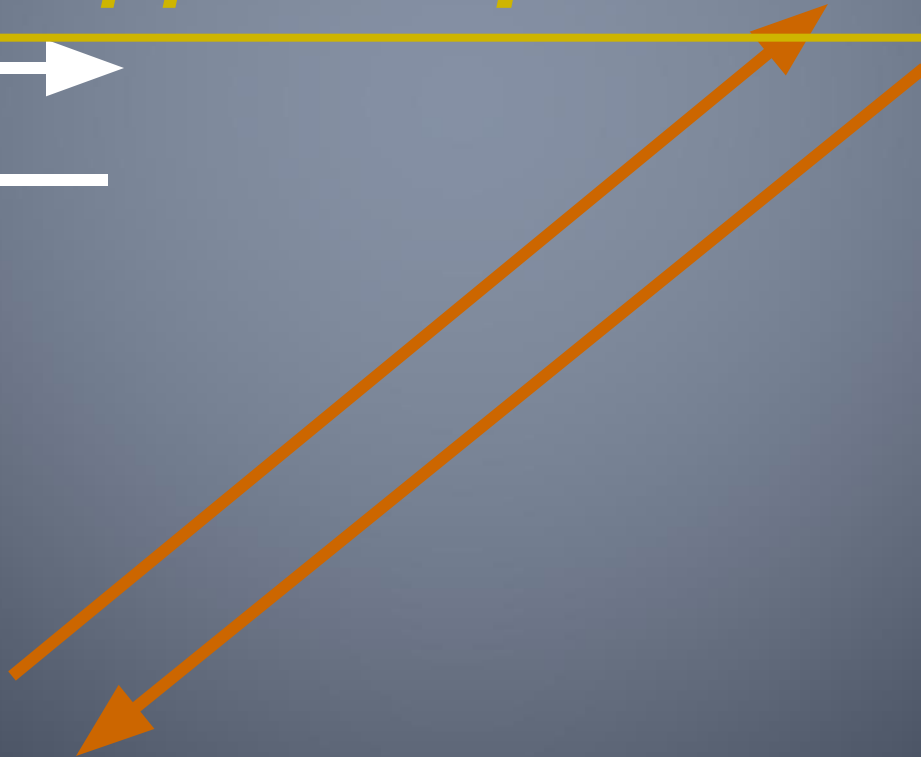
Противоположно направленные векторы



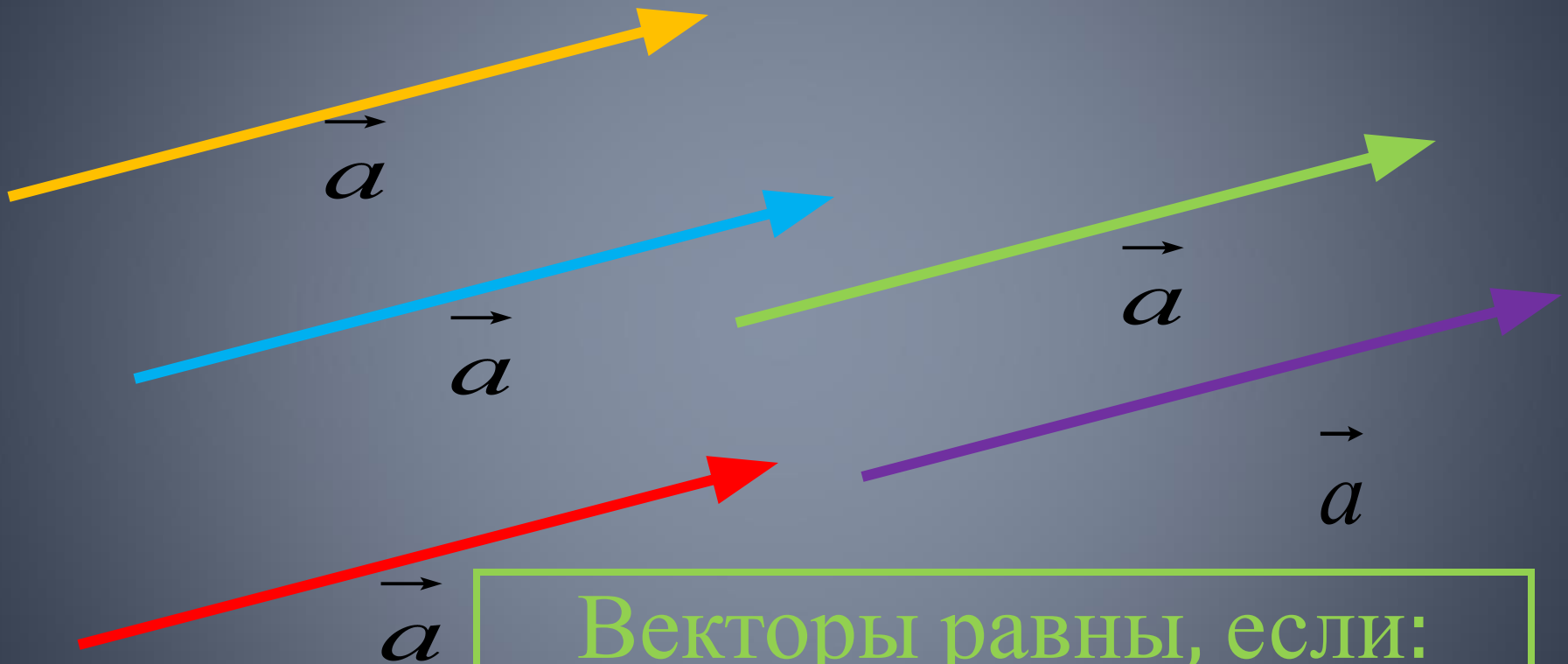
Противоположные векторы

Направления противоположны

Длины равны



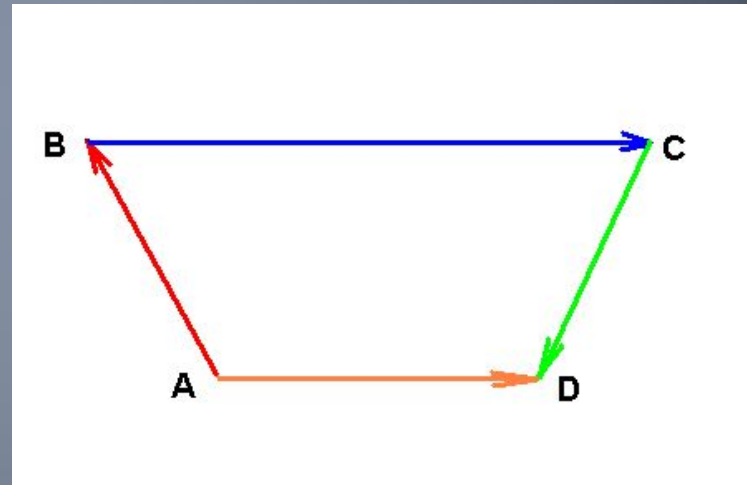
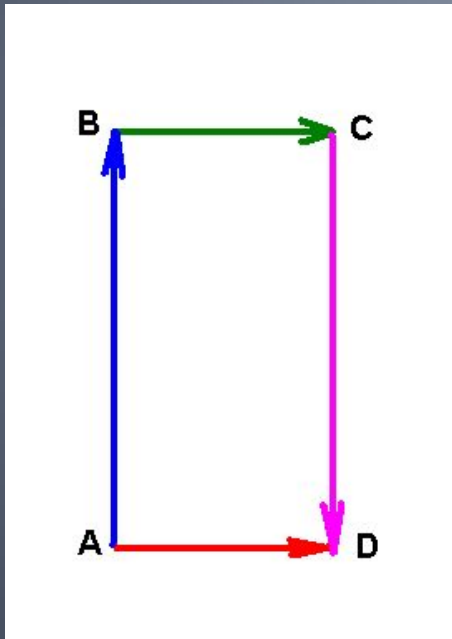
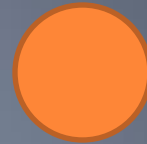
Равные векторы



Векторы равны, если:
1. они сонаправлены
2. их длины равны

Равные векторы.

Сколько равных векторов изображено на рисунках?



3. При каком значении n векторы $\vec{a}\{4; 2n - 1; -1\}$ и $\vec{b}\{4; 9 - 3n; -1\}$ равны?

$$2n - 1 = 9 - 3n$$

$$2n + 3n = 9 + 1$$

$$5n = 10$$

$$n = 2$$

Ответ: при $n = 2$

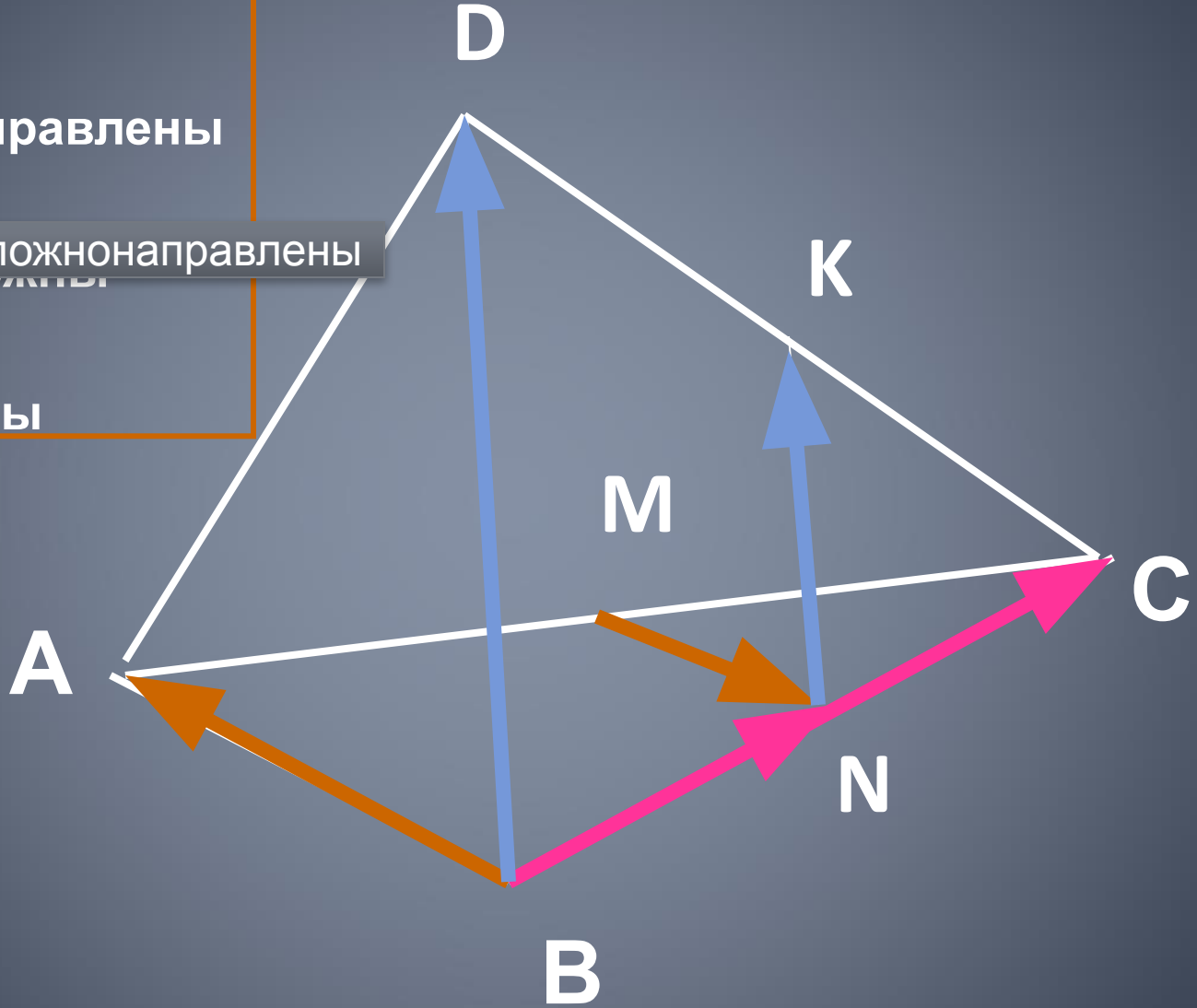


найди
ошибку:

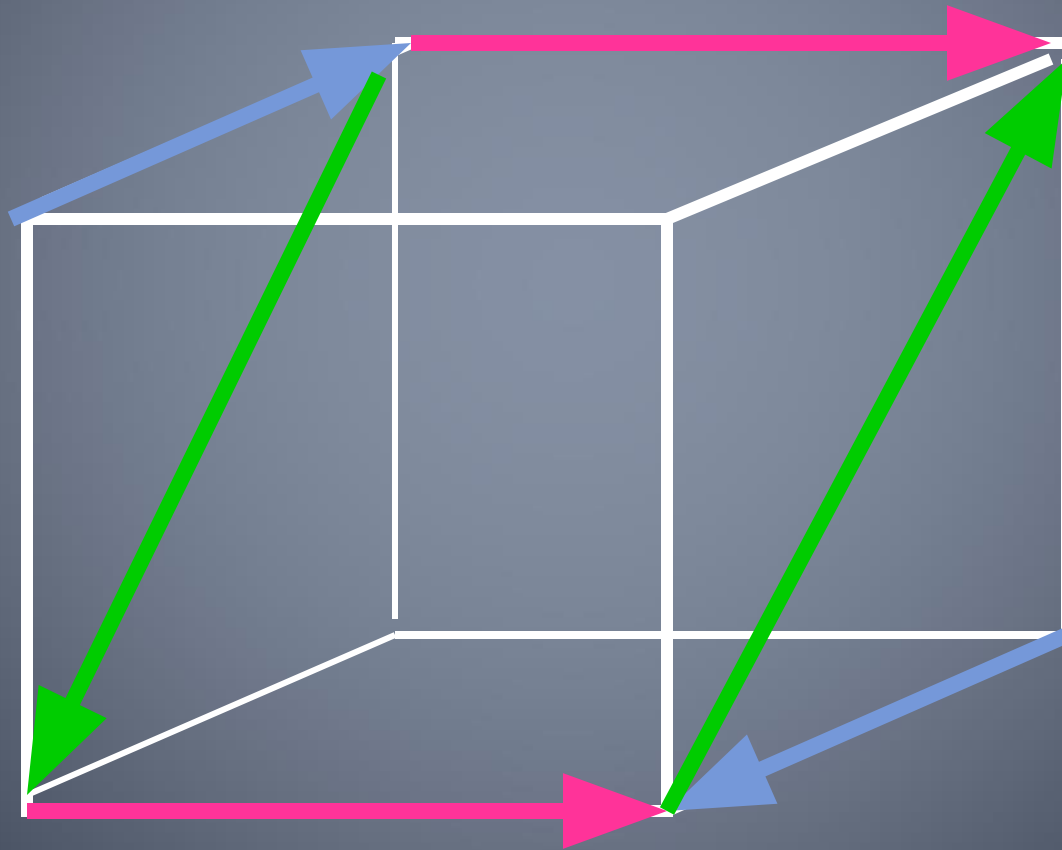
1. \vec{BD} и \vec{NK} сонаправлены

2. \vec{BA} и \vec{MN}
противоположнонаправлены

3. \vec{N} и \vec{BN} сонаправлены

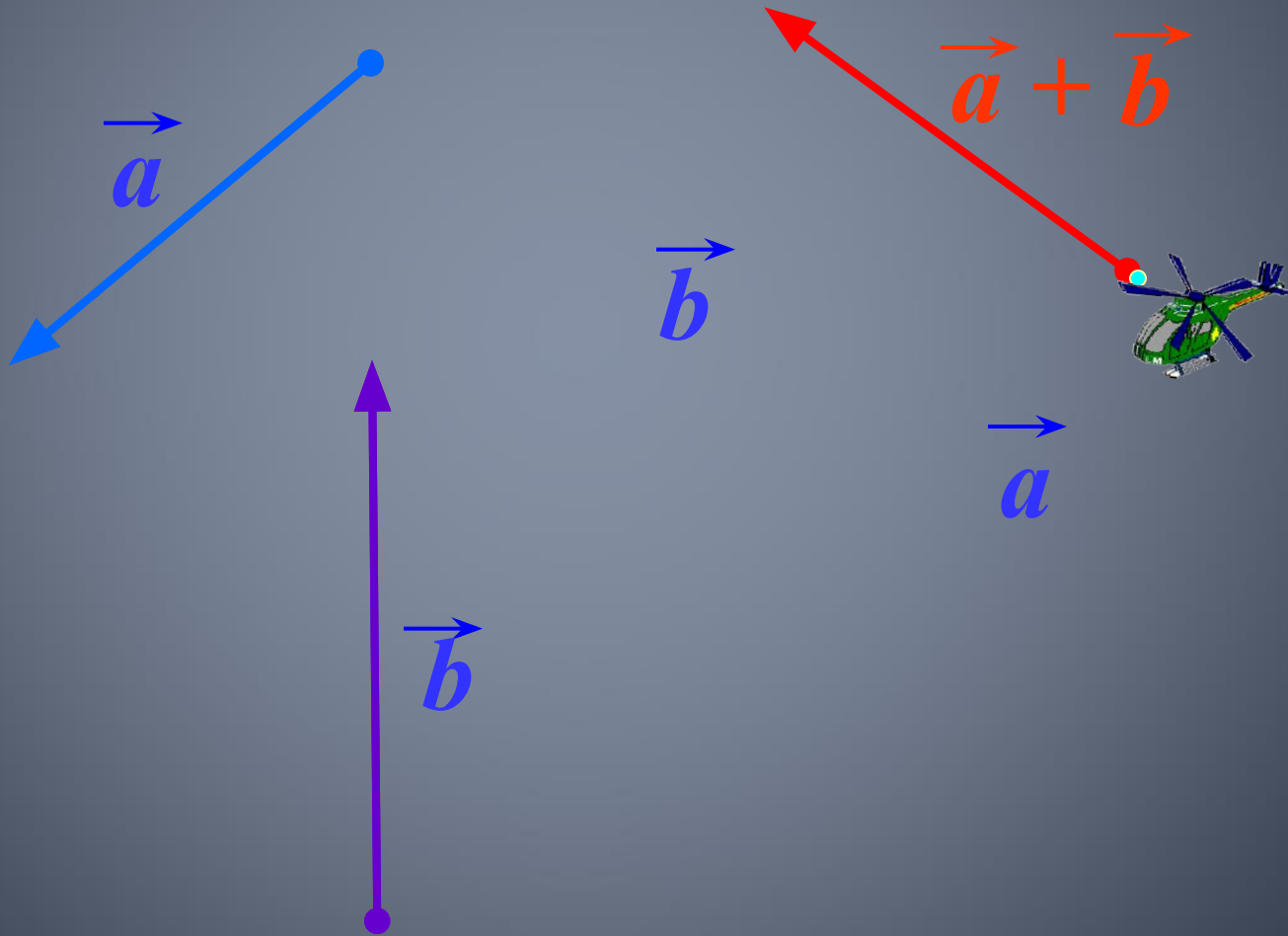


Назовите векторы



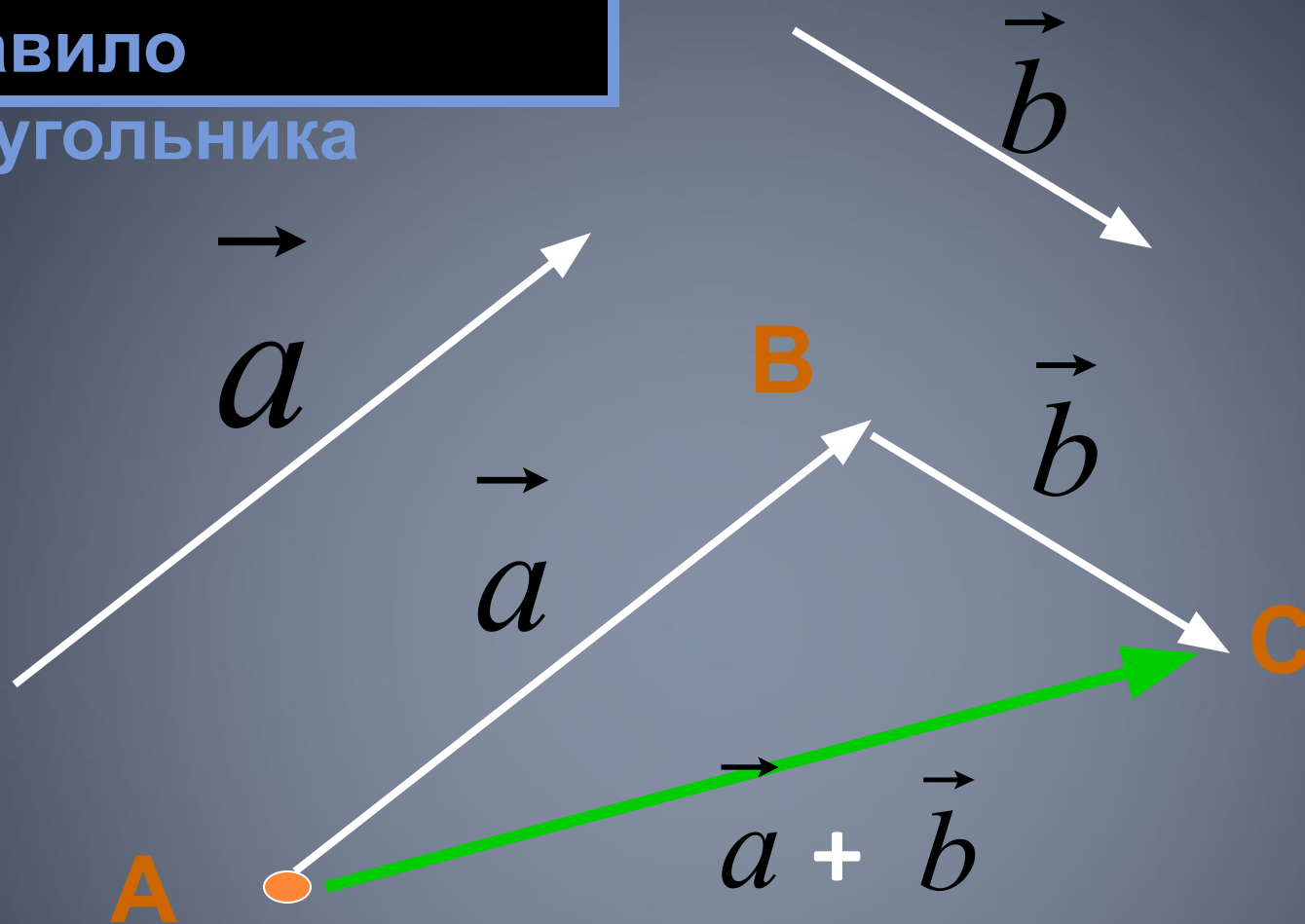
Сложение векторов.
Правило треугольника.

$$\vec{AB} + \vec{BC} \Rightarrow \vec{AC}$$

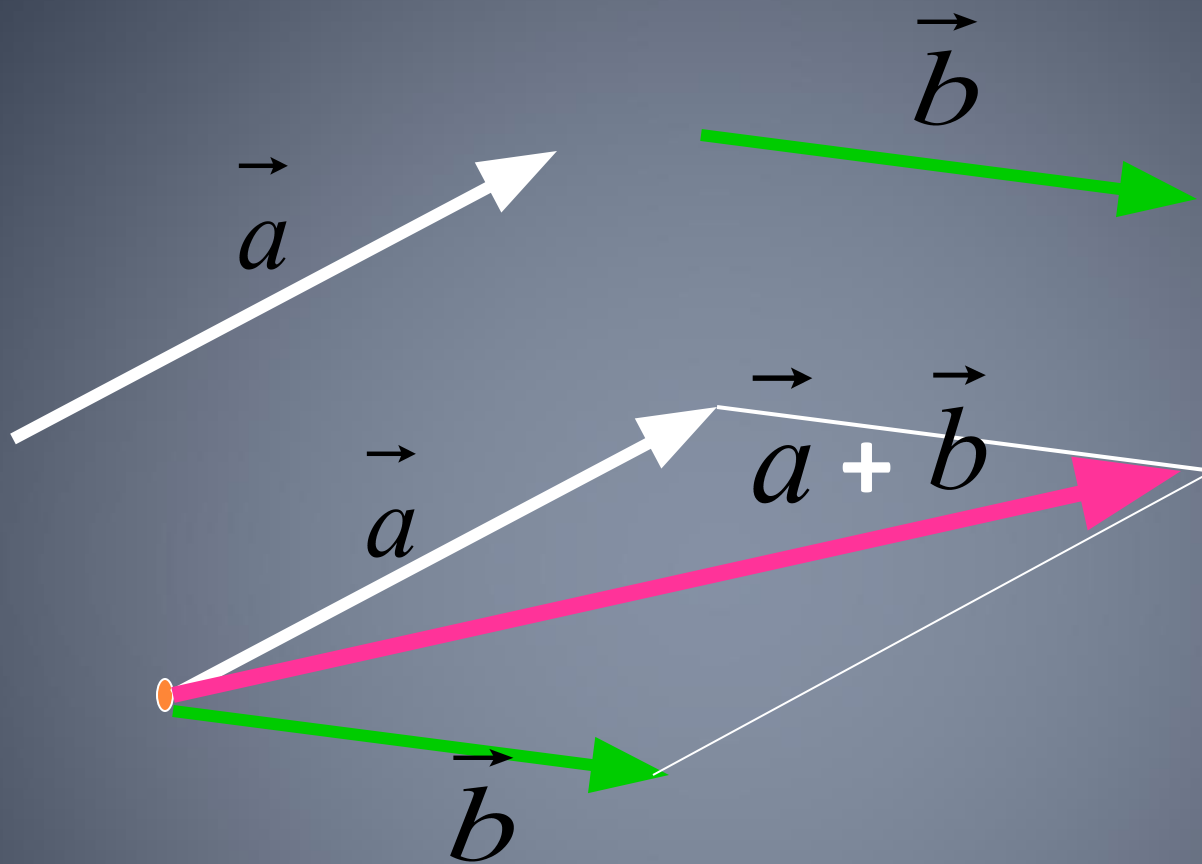


Правило

треугольника

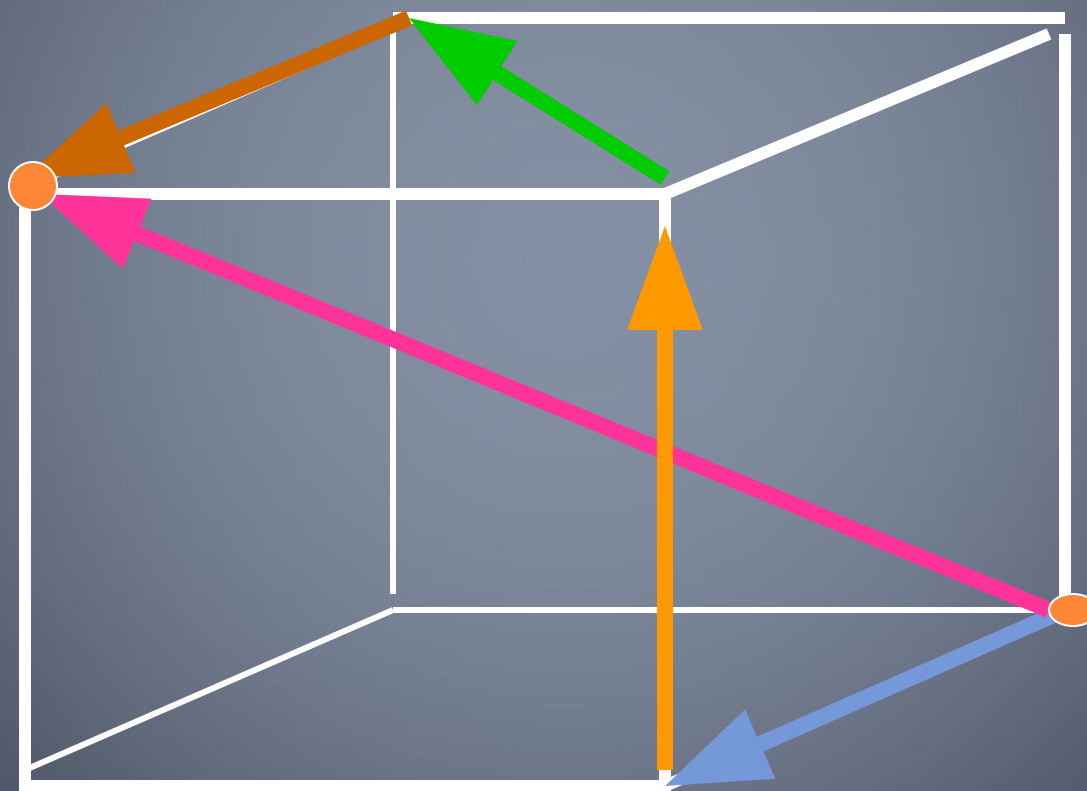


$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



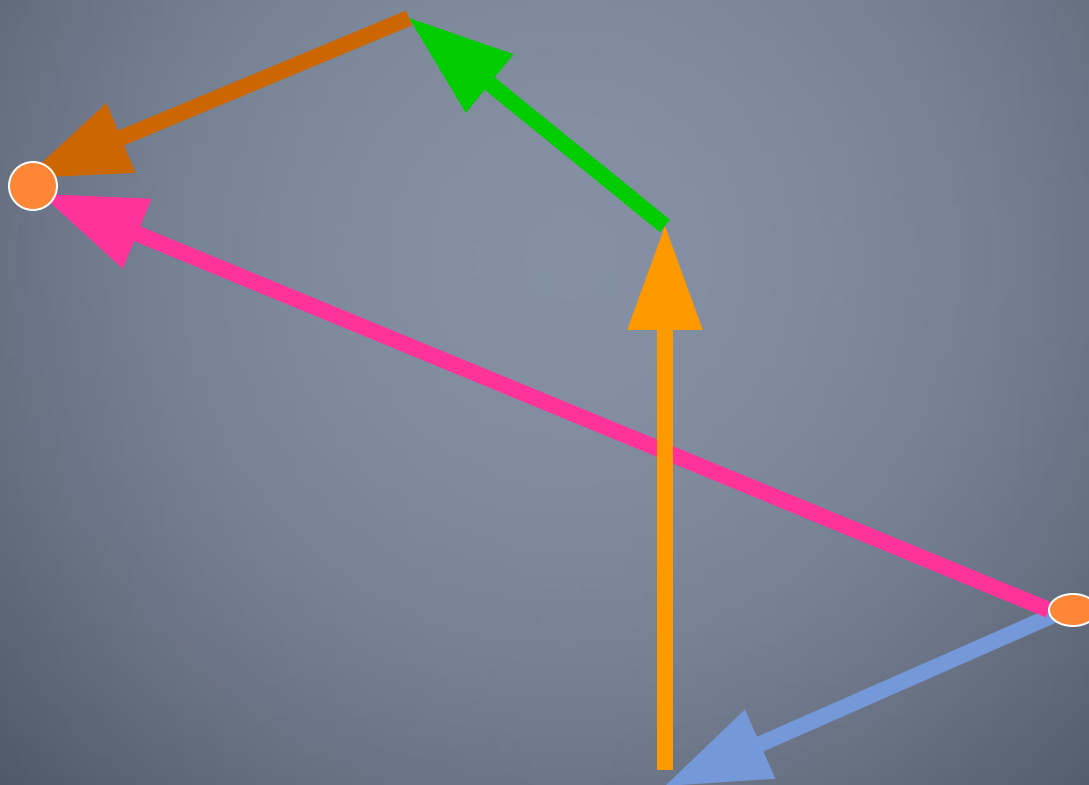
Правило параллелограмма

Сложение нескольких векторов в пространстве



Сложение нескольких векторов в пространстве

Правило многоугольника

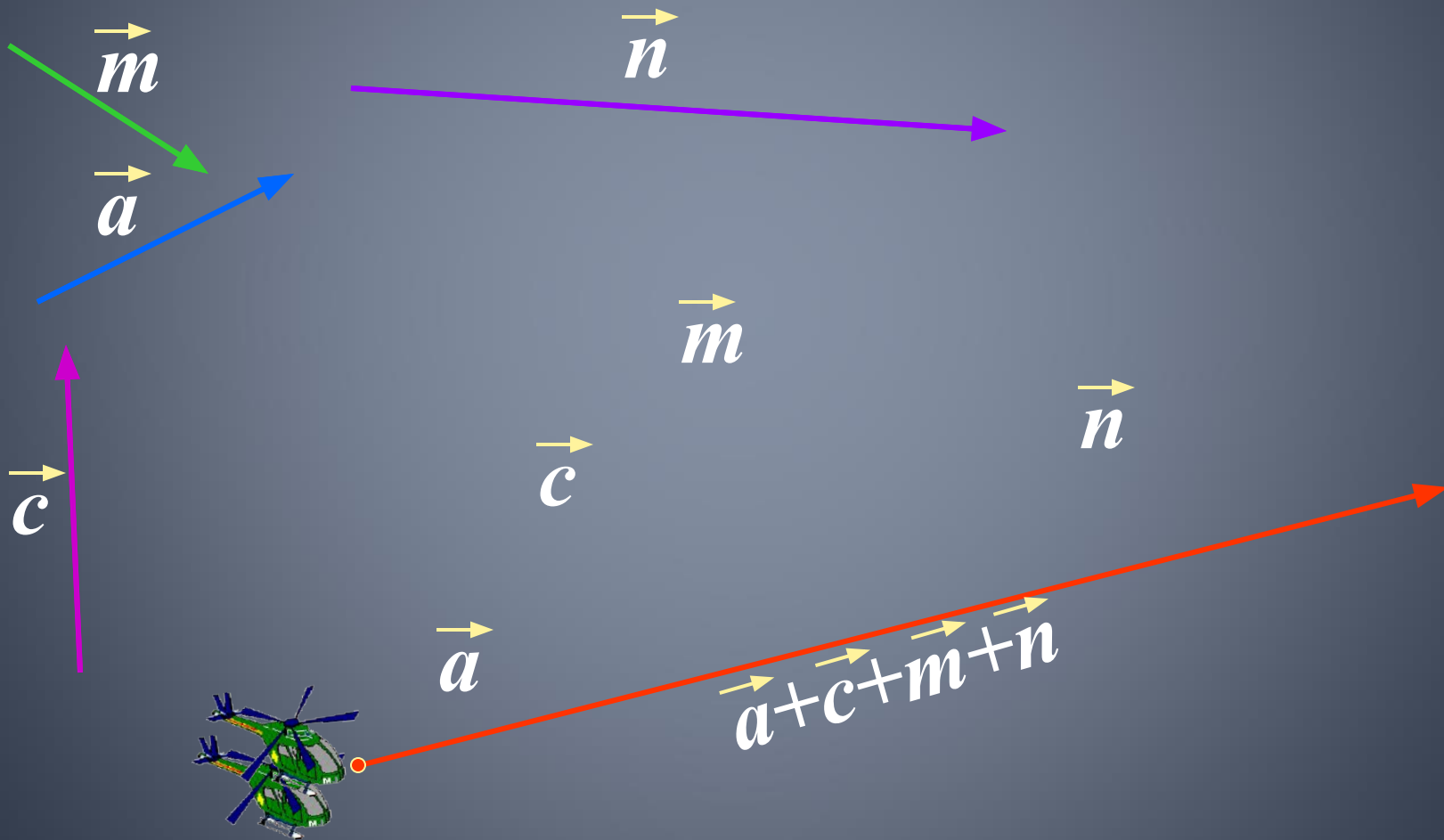


Сложение векторов.

Правило многоугольника.

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{AO}$$

П
О
В
Т
О
Р
И
М



Сумма векторов

Если $\vec{a} = \{x_1; y_1; z_1\}$, $\vec{b} = \{x_2; y_2; z_2\}$,
то $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, где



$\vec{c} = \{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$

5. Найдите сумму векторов \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a}\{2; 3; -1\}$, $\vec{b}\{3; -2; 0\}$

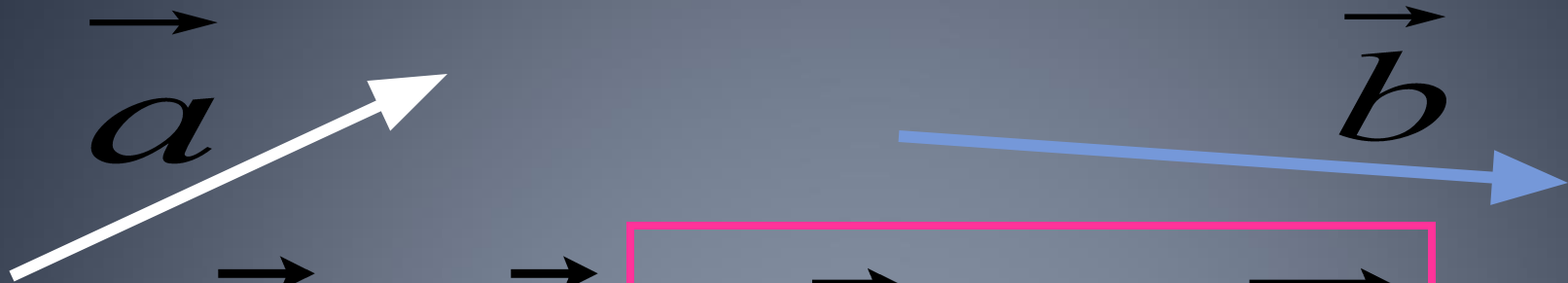
Решение:

$$\vec{a} + \vec{b} = \{2 + 3; 3 - 2; -1 + 0\} = \{5; 1; -1\}$$

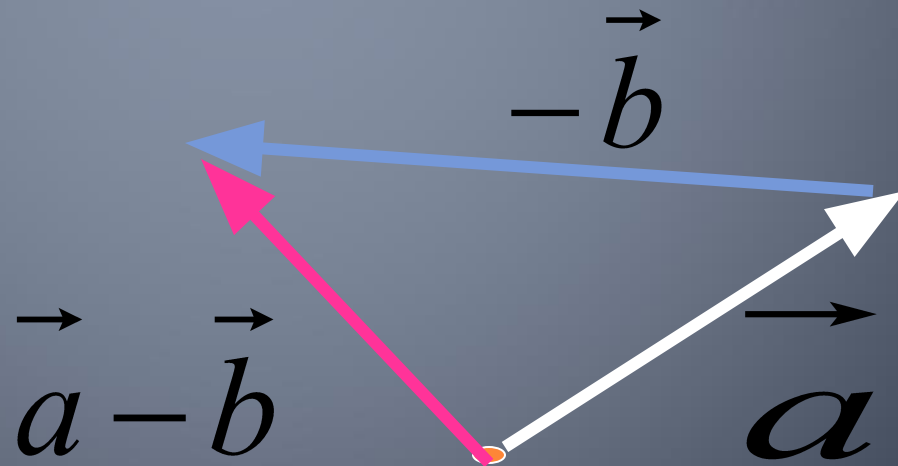
Ответ: $\{5; 1; -1\}$



Разность векторов

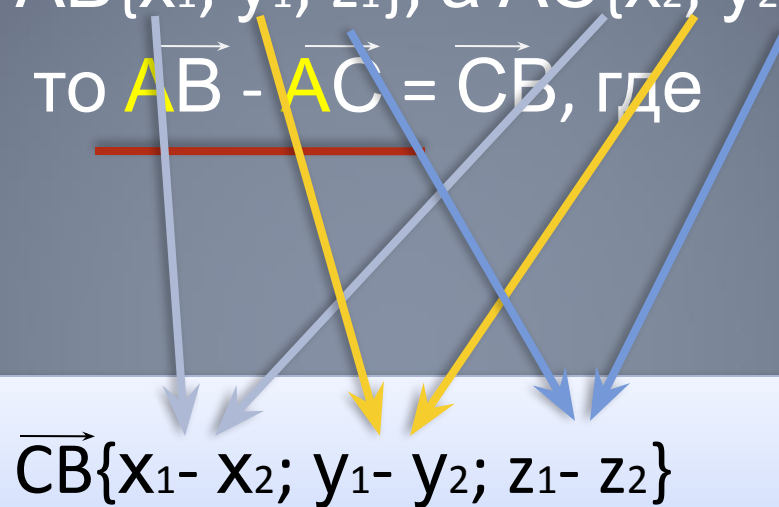


$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Разность векторов

Если $\vec{AB}\{x_1; y_1; z_1\}$, а $\vec{AC}\{x_2; y_2; z_2\}$,
то $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$, где


$$\vec{CB}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$$

6. Найдите разность векторов \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \{3; 7; 10\}$, $\vec{b} = \{1; 9; -6\}$

Решение:

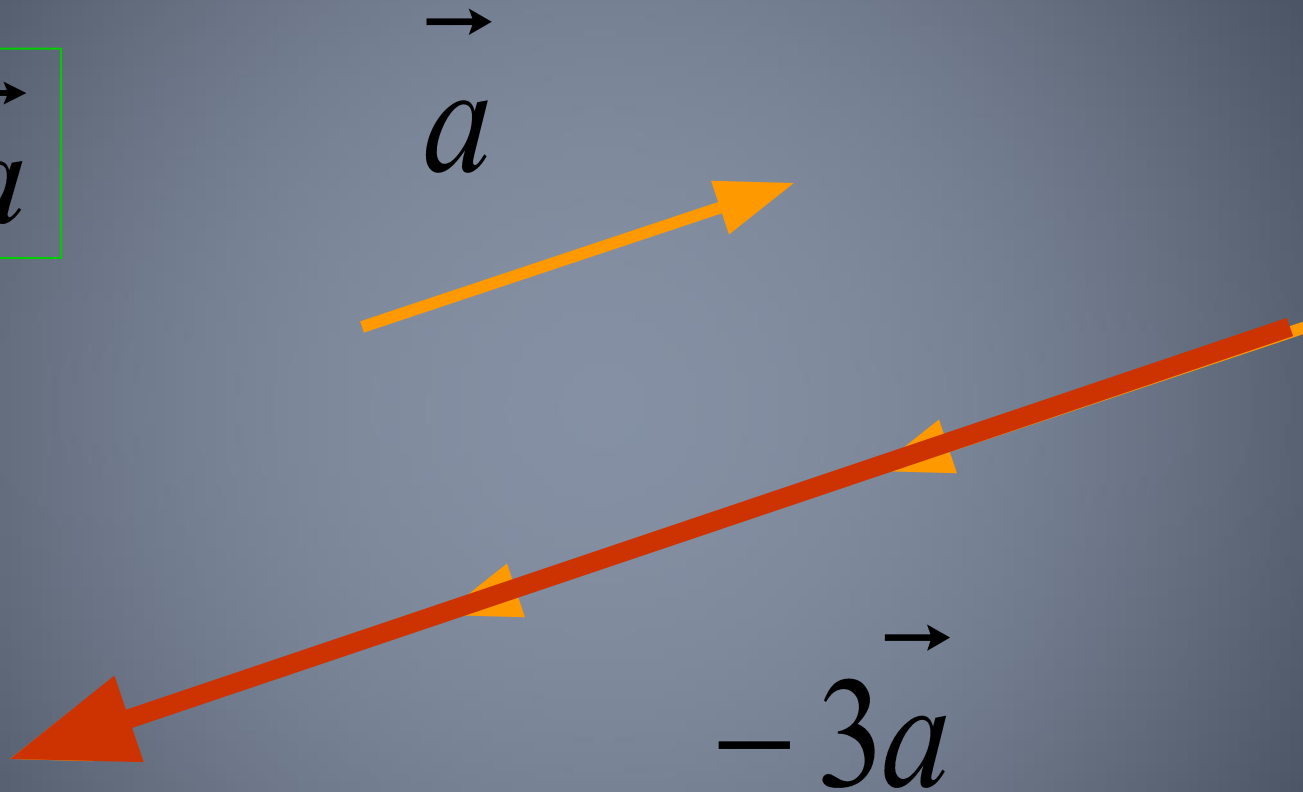
$$\vec{a} - \vec{b} = \{3 - 1; 7 - 9; 10 + 6\} = \{2; -2; 16\}$$

Ответ: $\{2; -2; 16\}$



Умножение вектора на число

$$-3\vec{a}$$



$$-3 \{1; -2; 0\} = \{-3; 6; 0\}$$

7. Найдите координаты вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a}\{7; -3; 0\}$ и $\vec{b}\{4; 1; -2\}$

Решение:

$$2\vec{a}\{14; -6; 0\} \quad 3\vec{b}\{12; 3; -6\}$$

$$2\vec{a} - 3\vec{b} \quad \{14 - 12; -6 - 3; 0 - (-6)\} = \{2; -9; 6\}$$

8. Найдите длину вектора $3\vec{a}$, если $\vec{a} = \{4; -4; 2\}$

Первый способ

$$3\vec{a} = \{12; -12; 6\}$$

$$|3\vec{a}| = \sqrt{144 + 144 + 36} = \\ = \sqrt{324} = 18$$

$$|3\vec{a}| = 18$$

Второй способ

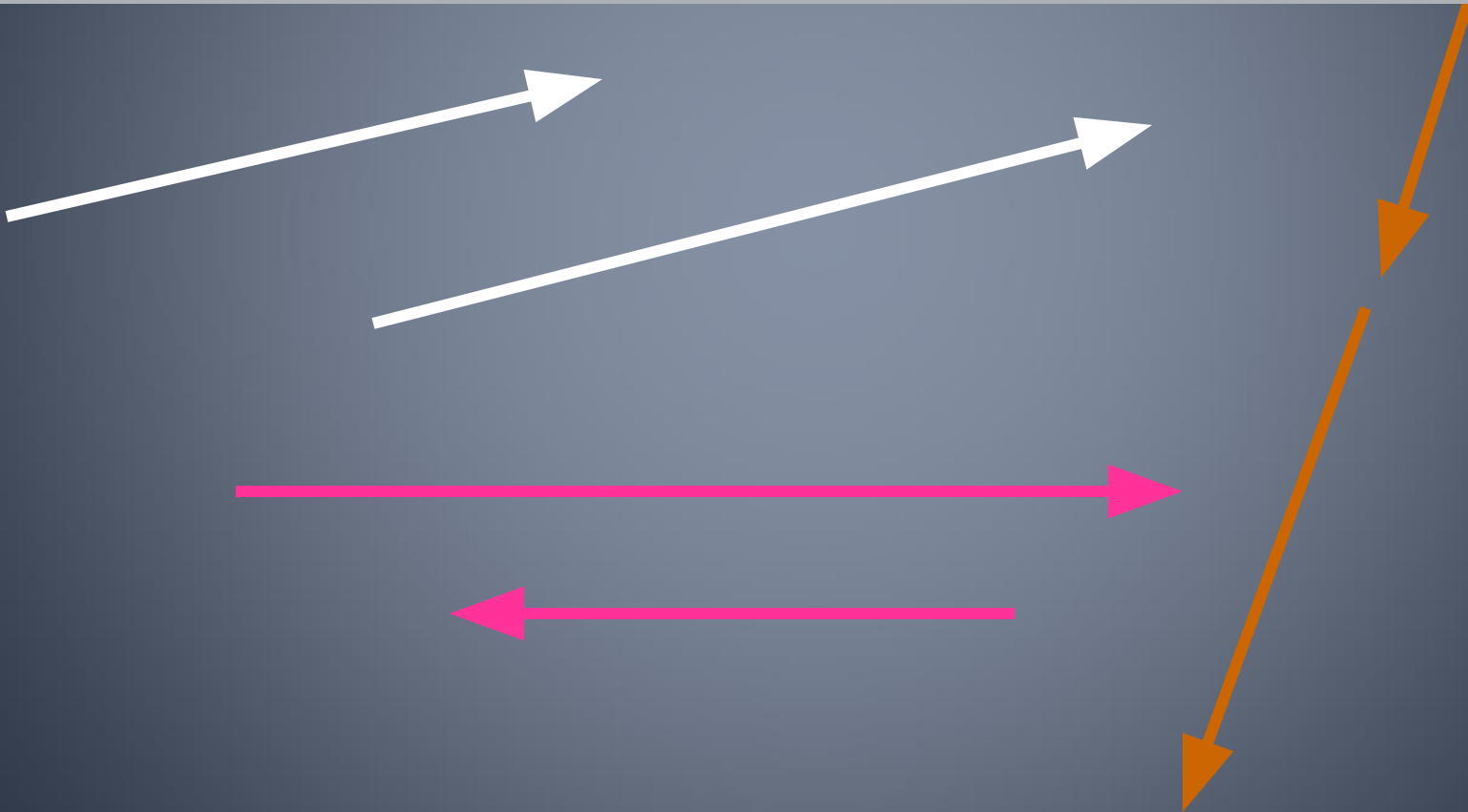
$$\vec{a} = \{4; -4; 2\}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16 + 16 + 4} = \sqrt{36} = 6$$

$$3|\vec{a}| = 3 \cdot 6 = 18$$



Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или параллельных прямых .



Признак коллинеарности векторов:

$$\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\} \quad \vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

9. При каких значениях m и n
векторы $\vec{a}\{4; -1; n\}$ и
 $\vec{c}\{8; m; 2\}$ будут коллинеарны?

Составим пропорцию:

$$\frac{4}{8} = \frac{-1}{m} = \frac{n}{2}$$

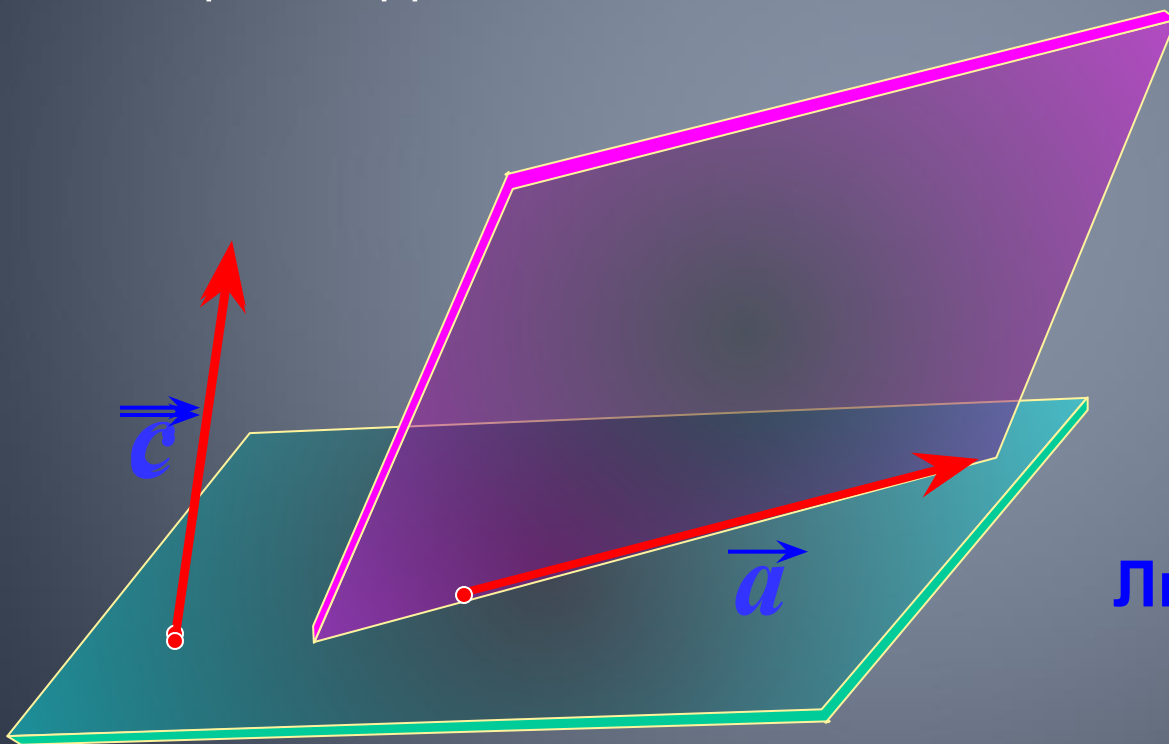
$$m = (-1 \cdot 8) : 4 = -2; \quad n = (4 \cdot 2) : 8 = 1;$$

Ответ: при $m = -2$; $n = 1$.



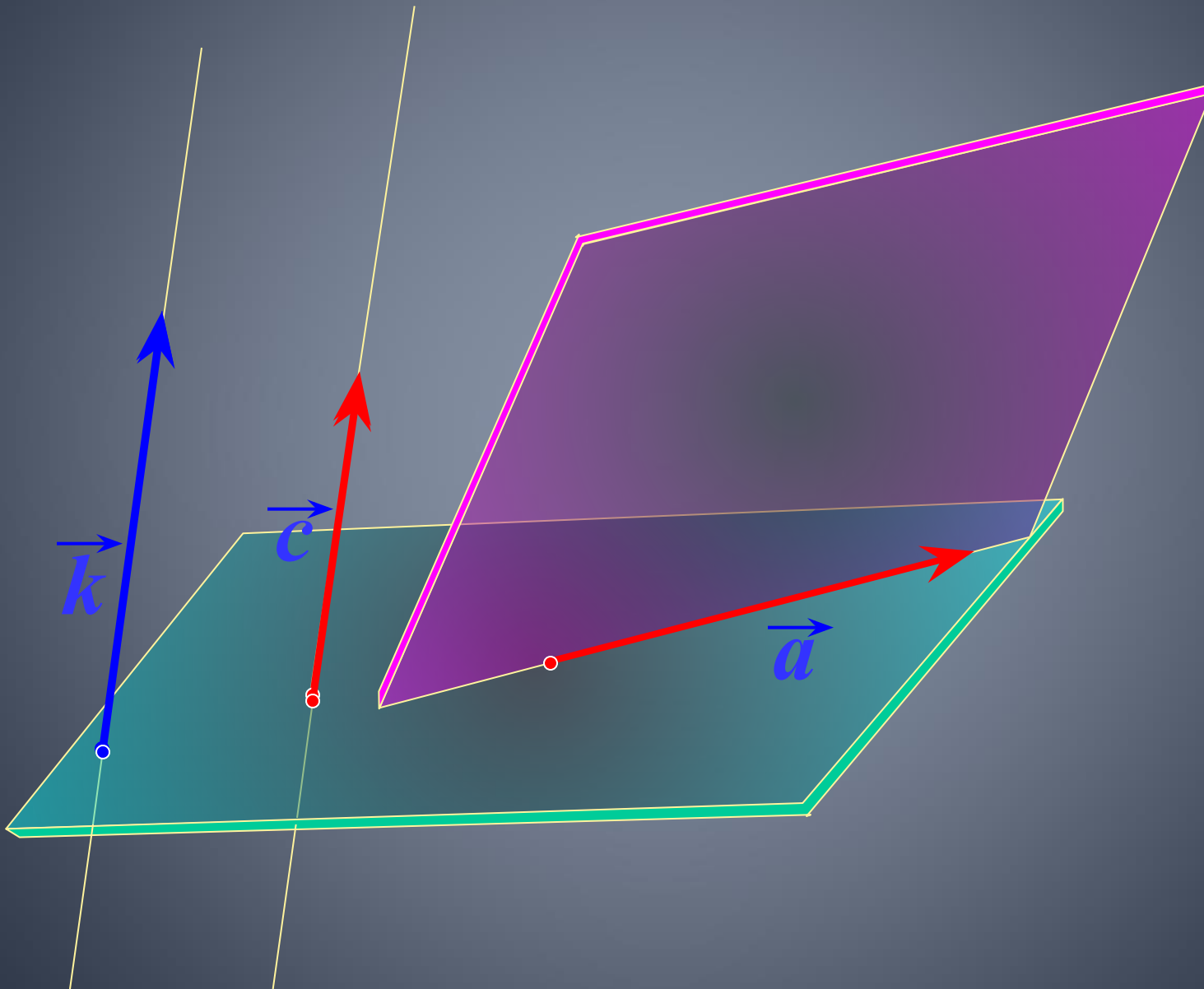
Векторы называются **компланарными**, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

Другими словами, векторы называются **компланарными**, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

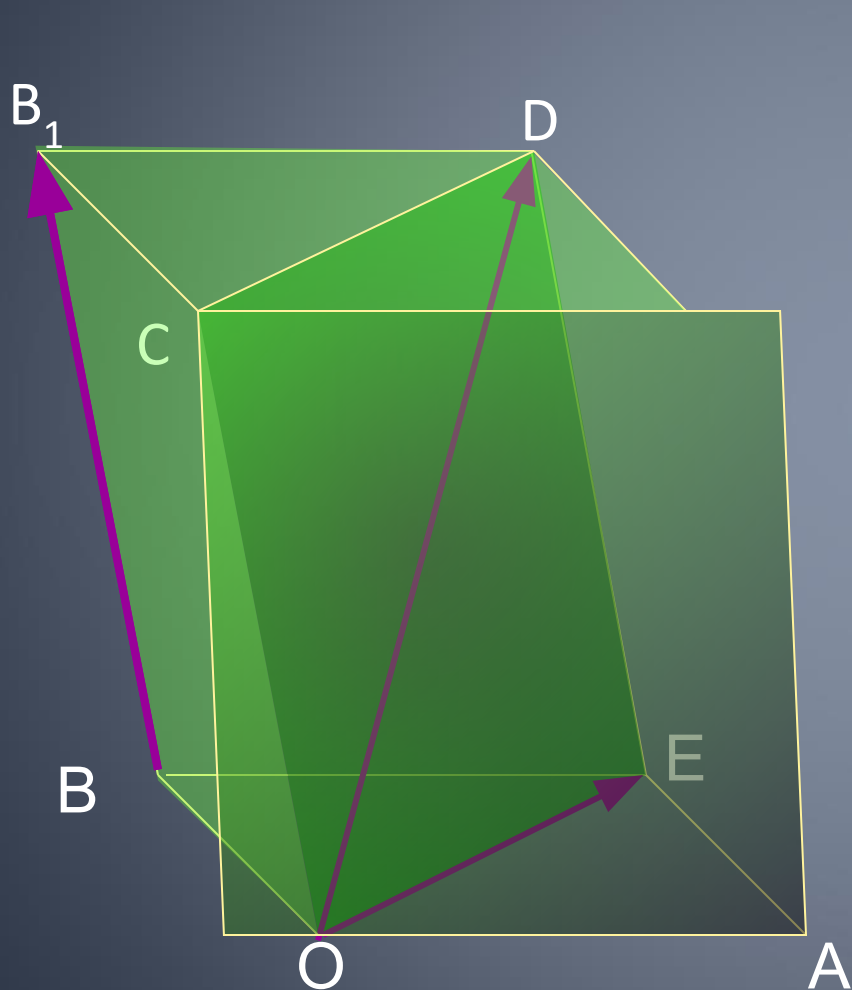


Любые два вектора
компланарны.

Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.



Три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и не компланарными. На рисунке изображен параллелепипед.

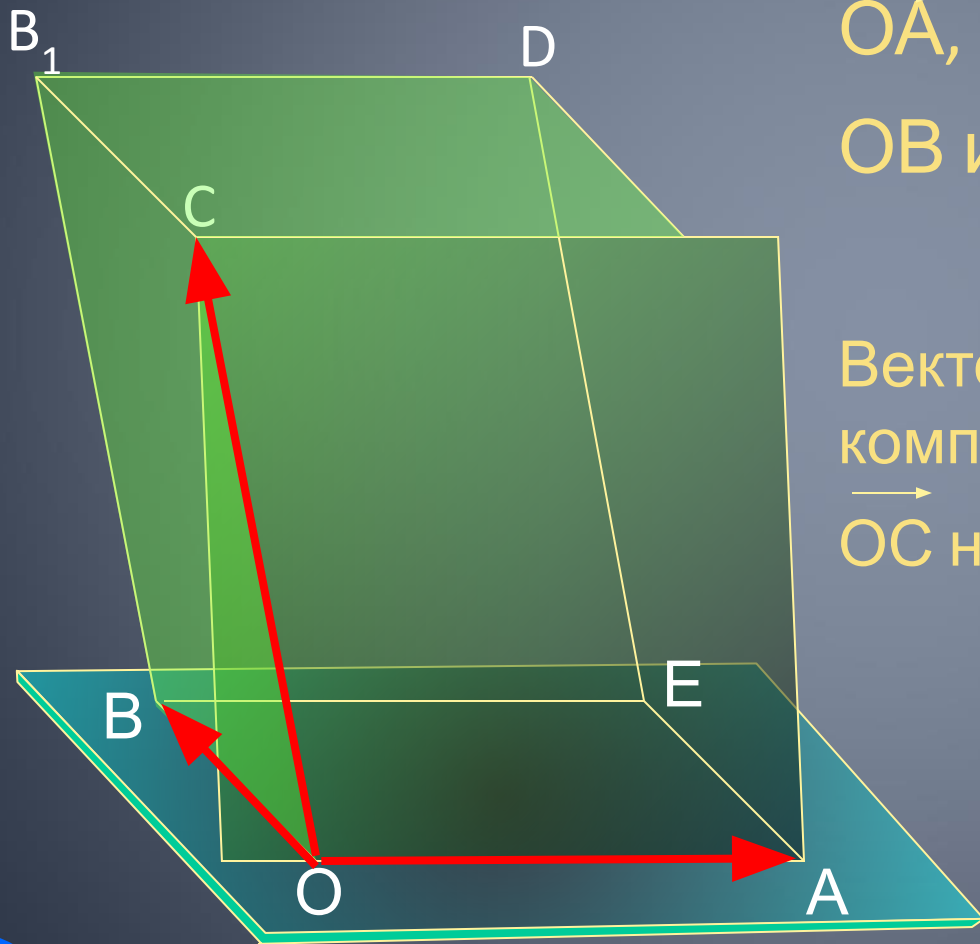


Являются ли векторы $\vec{OB_1}$, \vec{OD} и \vec{OE} компланарными?

Три произвольных вектора могут быть как компланарными, так и не компланарными. На рисунке изображен параллелепипед.

Являются ли векторы \vec{OA} , \vec{OB} и \vec{OC} компланарными?

Векторы \vec{OA} , \vec{OB} и \vec{OC} не компланарны, так как вектор \vec{OC} не лежит в плоскости OAB .



1. Что называется вектором?

- а) любой отрезок
- б) отрезок, обозначенный двумя заглавными латинскими буквами
- в) отрезок с выбранным направлением

2. Какой вектор является нулевым?

- а) если длина вектора равна 0
- б) если вектор лежит на прямой
- в) если вектор обозначен одной буквой

3. Векторы коллинеарны, если...

- а) лежат на прямых
- б) лежат на параллельных прямых
- в) один из векторов нулевой

4. Векторы называются равными, если ...

- а) их длины равны
- б) их длины равны и векторы направлены в одну сторону
- в) их длины равны и векторы направлены в разные стороны

5. Векторы компланарны, если ...

- а) они отложены от одной точки
- б) они отложены от одной точки и при этом лежат в одной плоскости
- в) они лежат в одной плоскости

Выполнить задание

Даны векторы:

$$\vec{a} \{-3; 0; 4\} \text{ и } \vec{b} \{2; 4; -4\}$$

Вычислите а) длины векторов

б) координаты суммы векторов

в) координаты разности векторов