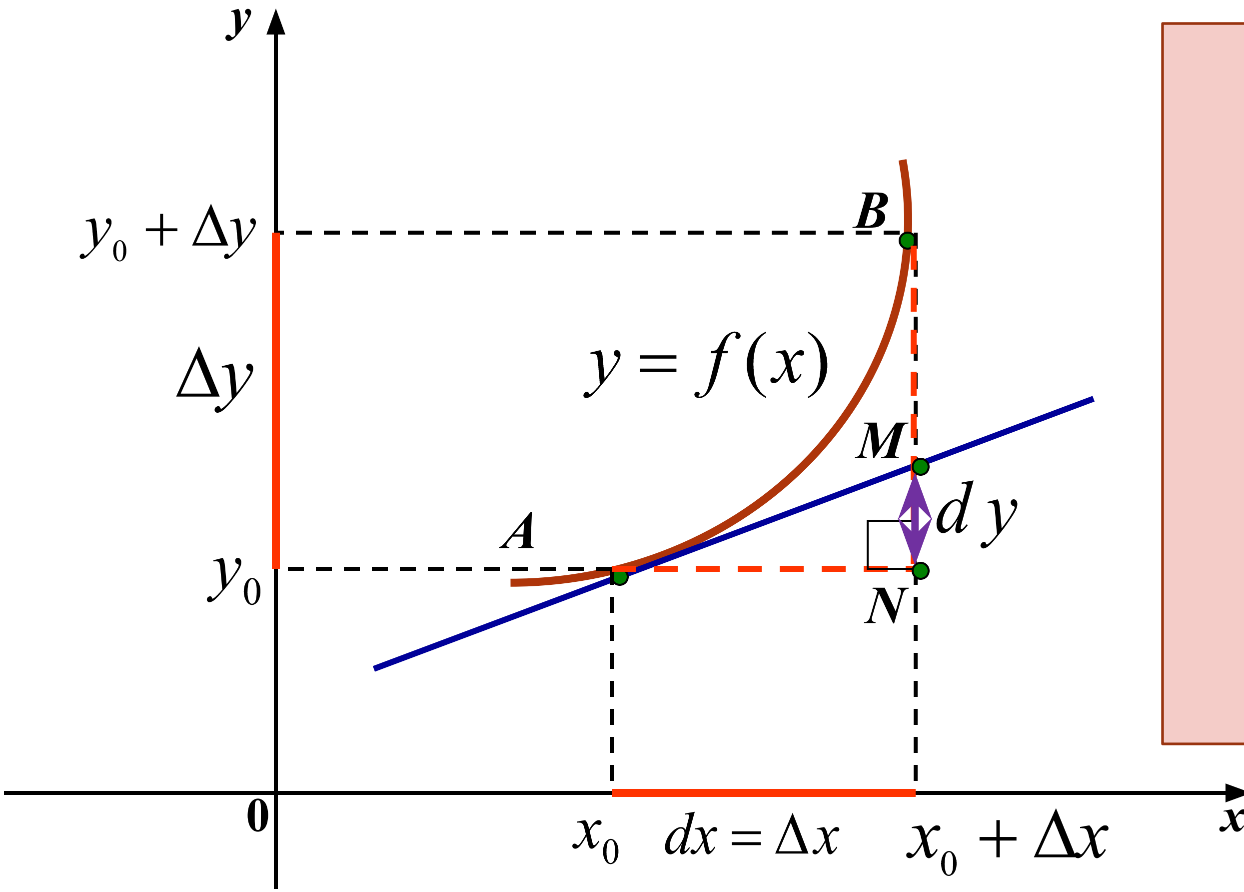
Дифференциалы первого и высших порядков функции одной переменной.

Применение дифференциала в приближенных вычислениях

Геометрический смысл дифференциала функции $y = f(x)$



<u>Геометрически дифференциал функции</u> $y = f(x)$ в точке x_0 равен приращению ординаты касательной, проведенной к графику функции в этой точке

$$\Delta y = dy + \alpha(x) \cdot \Delta x = y'(x_0) \cdot \Delta x + \alpha(x) \cdot \Delta x$$

$$tg\alpha = \frac{dy}{\Delta x} \Rightarrow dy = tg\alpha \cdot \Delta x = y'(x_0)\Delta x = y'dx$$

Дифференциал первого порядка

Дифференциалом первого порядка функции $y = f(x)$ называют главную часть ее приращения линейную относительно независимого аргумента x и обозначают:

$$dy = y'dx$$

Правила нахождения дифференциала

$$1)\ dc = 0,\ где\ c = const;$$

$$2)\ d(cu) = c \cdot du;$$

$$3)\ d(u \pm \upsilon) = du \pm d\upsilon;$$

$$4)\ d(u \cdot \upsilon) = ud\upsilon + \upsilon du;$$

$$5)\ d\left(\frac{u}{\upsilon}\right) = \frac{\upsilon du - ud\upsilon}{\upsilon^2};$$

$$6)\ dy = f'_u \cdot u'_x dx = f'_u du.$$

Дифференциалы высших порядков

$$d^2y = y''dx^2;$$

$$d^3y = y'''dx^3;$$

....

$$d^ny = y^{(n)}dx^n.$$

- Для того, чтобы записать дифференциал n – го порядка функции $y = f(x)$ необходимо найти дифференциал от дифференциала n - 1 порядка:

$$\boxed{d^ny = d(d^{n-1}y) = (y^{(n-1)})'dx^n = y^{(n)}dx^n}$$

Применение дифференциала в приближенных вычислениях

- 1. Линеаризация функций

$$f(x) = y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

- 2. Приближенное вычисление значений функций

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$$

Спасибо за внимание!!! =)