Алгебра 10

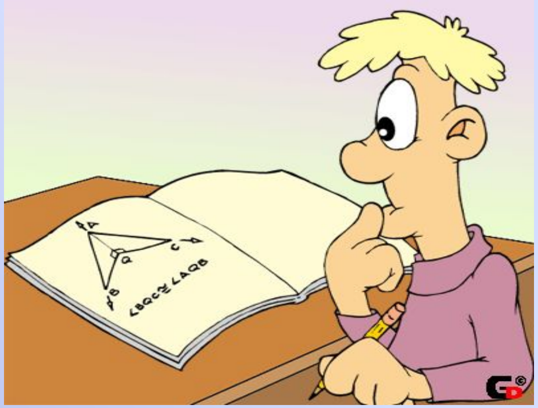
Логарифмы

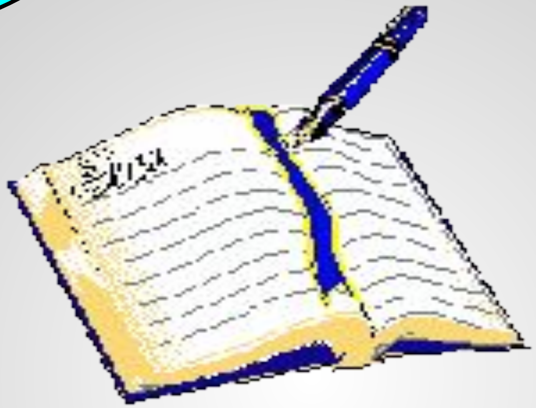
Урок обобщения и систематизации знаний

Задачи урока:

Повторить и закрепить:

- свойства логарифма и логарифмической функции;
- способы решения логарифмических уравнений;
- навыки и умения применения знаний по теме к решению упражнений.





Основные умения

Строить графики логарифмических функций

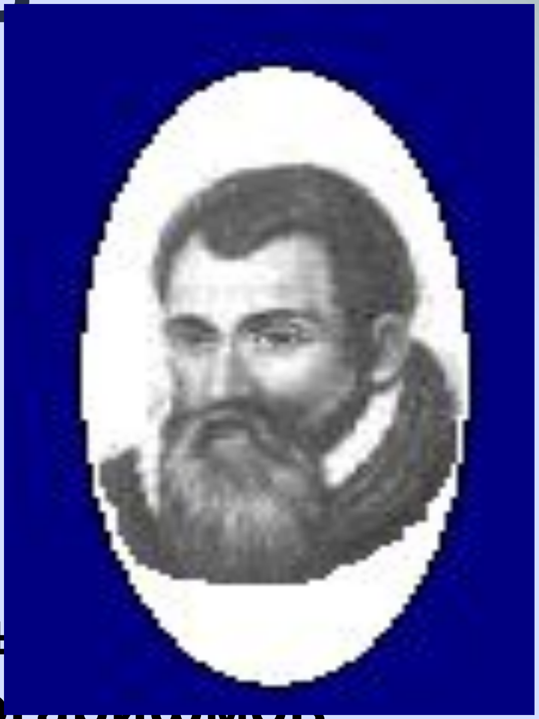
Решать логарифмические уравнения

Сравнивать выражения

Находить значения выражений

Выполнять преобразования выражений

ДЖОН НЕПЕР
(1550-1617)

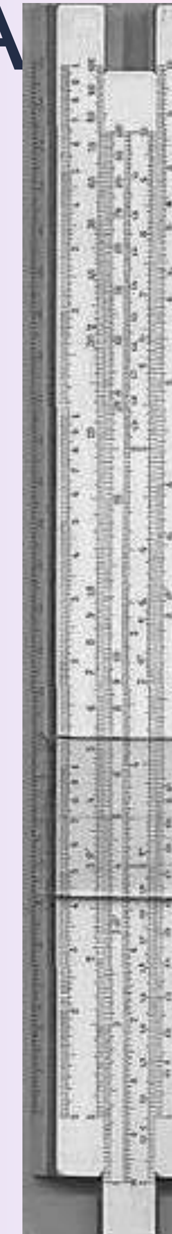


- Шотландский математик – изобретатель логарифмов.
В 1590-х годах пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, однако свой знамениты
“Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.
- **Ему принадлежит определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.**

ПАЛОЧКИ НЕПЕРА

НЕПЕР ПРЕДЛОЖИЛ
В 1617 ГОДУ ДРУГОЙ
(НЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ)
СПОСОБ ПЕРЕМНОЖЕНИЯ ЧИСЕЛ.
ИНСТРУМЕНТ, ПОЛУЧИВШИЙ
НАЗВАНИЕ *ПАЛОЧКИ (ИЛИ КОСТЯШКИ*
СОСТОЯЛ ИЗ ТОНКИХ ПЛАСТИН, ИЛИ БЛОКОВ. КАЖДАЯ СТОРОНА БЛОКА НЕСЕТ ЧИСЛА, ОБРАЗУЮЩИЕ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ПРОГРЕССИЮ. МАНИПУЛЯЦИИ С БЛОКАМИ ПОЗВОЛЯЮТ ИЗВЛЕКАТЬ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ КОРНИ, А ТАКЖЕ УМНОЖАТЬ И ДЕЛИТЬ БОЛЬШИЕ ЧИСЛА.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА



В 1614 году шотландский математик Джон Непер изобрел таблицы логарифмов. Принцип их заключался в том, что каждому числу соответствует своё специальное число - логарифм.

Логарифмы очень упрощают деление и умножение.

Например, для умножения двух чисел складывают их логарифмы, результат находят в таблице логарифмов.

В дальнейшем им была изобретена логарифмическая линейка, которой пользовались до 70-х годов нашего века.

Вычислить:

$\text{Log}_2 16$;	$\log_2 64$;	$\log_2 2$;
$\text{Log}_2 1$;	$\log_2 (1/2)$;	$\log_2 (1/8)$;
$\text{Log}_3 27$;	$\log_3 81$;	$\log_3 3$;
$\text{Log}_3 1$;	$\log_3 (1/9)$;	$\log_3 (1/3)$;
$\text{Log}_{1/2} 1/32$;	$\log_{1/2} 4$;	$\log_{0,5} 0{,}125$;
$\text{Log}_{0,5} (1/2)$;	$\log_{0,5} 1$;	$\log_{1/2} 2$.

Свойства логарифмов

$\log_a a = 1$ $\log_a a = 1$

$\log_a 1 = 0$ $\log_a 1 = 0$

$\log_a a^c = c$ $\log_a a^c = c$

$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a - \log_a c$ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a - \log_a c$

$\log_a b^r = r\log_a b$ $\log_a b^r = r\log_a b$

$\log_a b = \log_{a^r} b^r$ $\log_a b = \log_{a^r} b^r$

$\log_a x^{2n} = 2n\log_a |x|, (n \in Z)$ $\log_a x^{2n} = 2n\log_a |x|, (n \in Z)$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Устные упражнения

При каких значениях *x* имеет смысл функция:

$$1)\ y=\log_3 x^2;\quad 2)\ y=\log_5(-x);\quad 3)\ y=\lg|x|$$

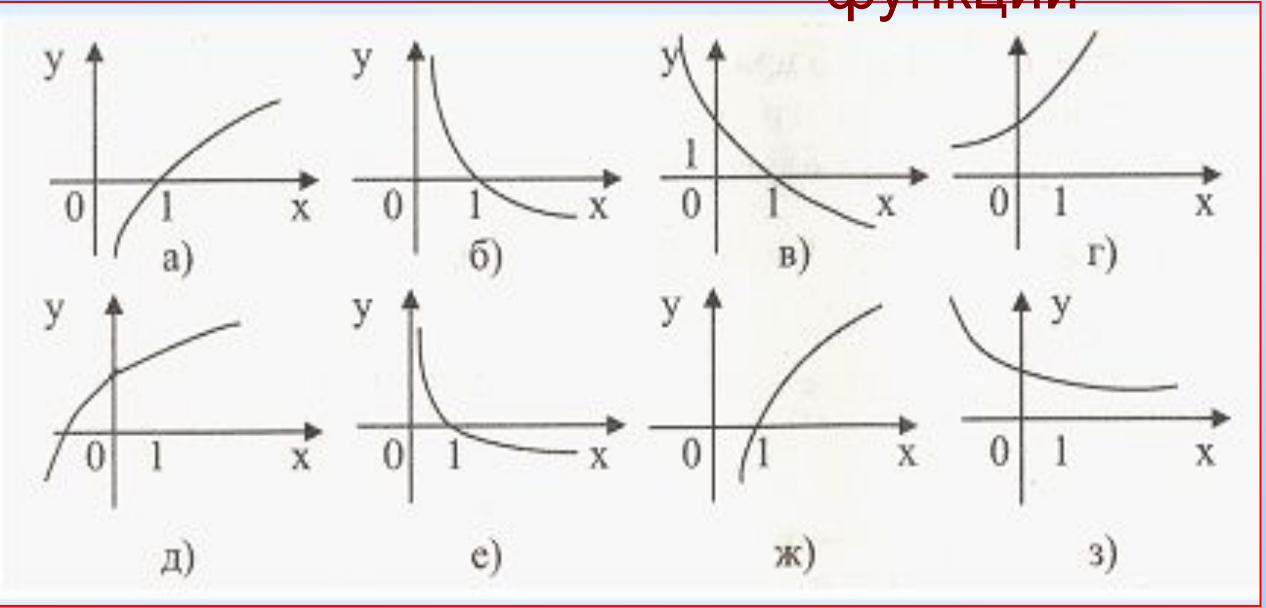
$$4)\ y=\log_{0,5}(3-x);\qquad 5)\ y=\lg(4-x^2)$$

Совпадают ли графики функций:

$$y=x\ \ и\ \ y=2^{\log_2 x}$$

$$y=x^2+1\ \ и\ \ y=3^{\log_3(x^2+1)}$$

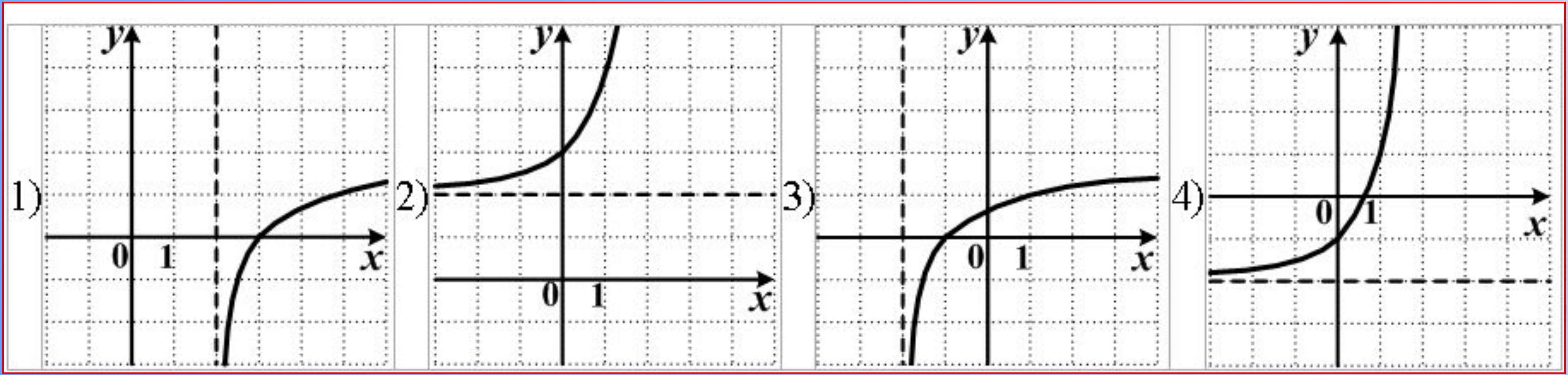
Какие из следующих графиков не могут быть графиком функции



$$y = \log_a x$$

Укажите на каком рисунке эскиз графика функции

$$y = \log_3(x-2)$$



Свойства монотонности логарифмов

- Если a > 1 и b > c, то $\log_a b > \log_a c$ $\log_a b > \log_a c$ $\log_a b > \log_a c$

- Если 0 < a < 1 и b > c, то $\log_a b < \log_a c$ $\log_a b < \log_a c$ $\log_a b < \log_a c$

Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\lg 10 = 1$$
$$\lg 100 = 2$$
$$\lg 1000 = 3$$
$$\lg 10000 = 4$$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\lg 0{,}1 = -1$$
$$\lg 0{,}01 = -2$$
$$\lg 0{,}001 = -3$$
$$\lg 0{,}0001 = -4$$

Натуральные логарифмы

- Если основание логарифма е, то логарифм называется натуральным:

$$\log_{\mathrm{e}} b = \ln b, \quad e \approx 2{,}7$$

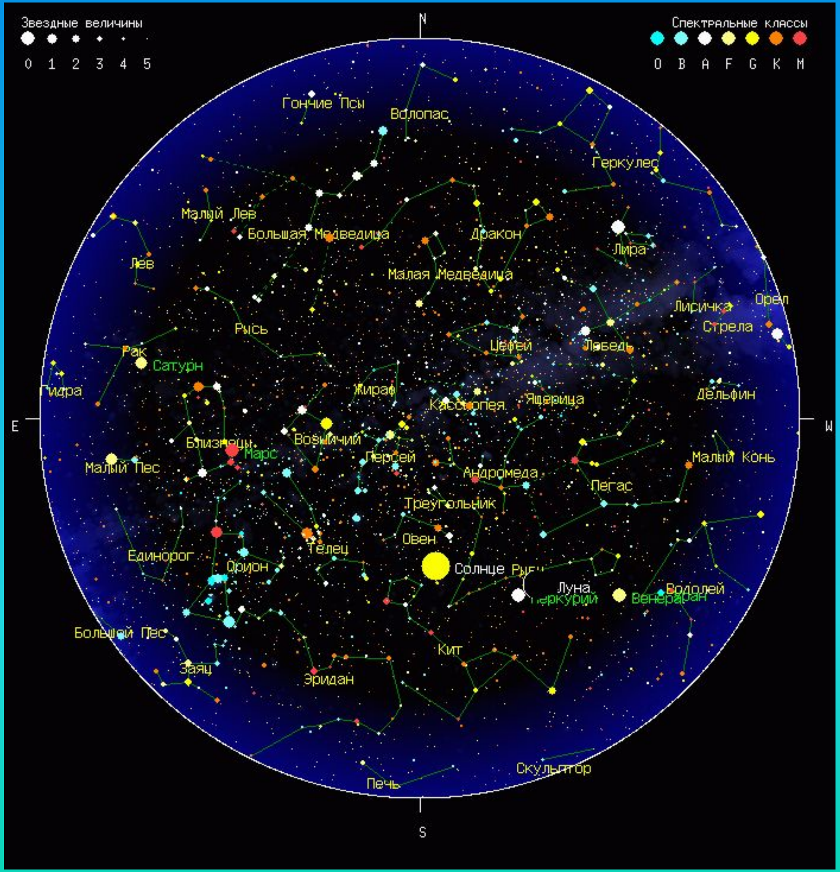
«Логарифмы вокруг нас»

Звёзды

«Открылась бездна звезд полна. Звездам числа нет, бездне – дна».

Во II веке до н.э. Гиппарх разделил звезды на 6 групп. Самые яркие – звезды 1-ой величины, самые слабые – 6-ой величины.

Установлено, что звезда 1-ой вел. ярче звезды 6-ой вел. ровно в 6 раз.



- звезда 1 вел. ярче зв. 2 вел.   в 2,512;
- звезда 1 вел. ярче зв. 3 вел. В $2{,}512^2$;

Вывод:

«Величина» звезды есть не что иное, как логарифм ее физической яркости.

Так что астрологи, оценивая видимую яркость звезд, оперируют с таблицей логарифмов, составленный при основании 2,512.

Шумы

Громкость звука – 1 бел, 0,1 бел – 1 децибел.

Тихий шелест листьев – 1 бел.

Крик, громкая речь –

6-7 бел

Рычанье льва – 8-9 бел

Шум водопада – 9 бел

Шум, громкость которого больше 8 бел – признана вредной для человеческого организма.

Эта норма зачастую превосходится в школе, на дискотеках, на заводах и фабриках.

Музыка: рок – 10-12 белов

Рев двигателя самолета – 20 бел

Последовательные степени громкости – 1 бел, 2 бел, 3 бела и т. д. составляют арифметическую прогрессию.

Физическая же «сила» этих шумов (точнее - энергия) составляет геометрическую прогрессию со знаменателем 10.

Громкость – есть десятичный логарифм его физической силы

Итак, мы видим, что при оценке видимой яркости светил и при оценке громкости шума мы имеем дело с логарифмами.

Величина ощущения прямо пропорциональна логарифму величины раздражения.