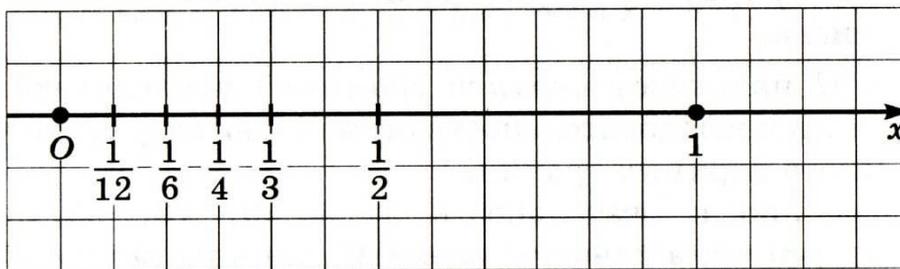


Предел последовательности

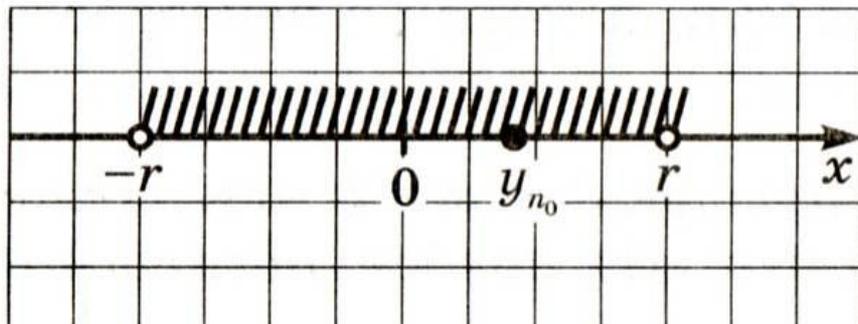
Работа учителя
математики
Лицея №86
Даниловой С. Д

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$



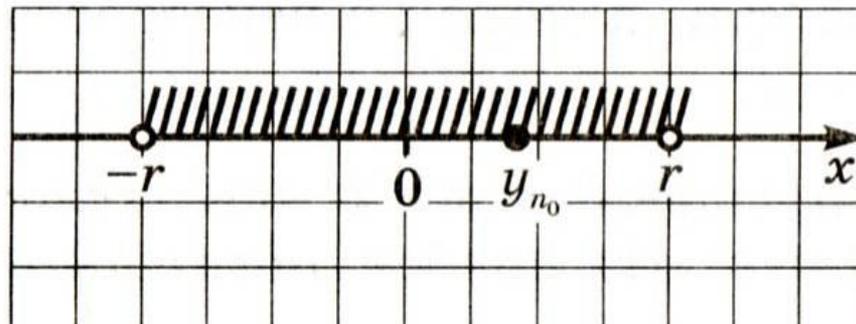
$$y_n = \frac{1}{n}$$

Все члены последовательности (y_n) как бы «сгущаются» около точки 0, то про такую последовательность говорят, что она сходится.



Определение

- Число b называют пределом последовательности (y_n) , если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.



Свойства сходящихся последовательностей

- 1. Если последовательность сходится, то только к одному пределу.
 - 2. Если последовательность сходится, то она ограничена.
 - 3. Если последовательность монотонна и ограничена, то она сходится.
-

Теоремы о пределах

- 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$, если $|q| < 1$
- 2. Предел стационарной последовательности равен значению любого члена последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C = C$$

Теоремы о пределах

□ Если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = b$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = c$, то

1) предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = b + c$$

2) предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = bc$$

3) предел частного равен частному пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{b}{c}$$

4) постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (kx_n) = kb$$

Пример 1

□ Найти предел

$$x_n = \frac{1}{n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \cdot 0 = 0$$

Пример 2

$$\square \text{ а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{n^2} + \frac{7}{n} - 2 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{n} - \lim_{n \rightarrow \infty} 2 = 0 + 0 - 2 = -2$$

$$\square \text{ б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 6}{n^2 - 9} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n^2}{n^2} + \frac{6}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2} - \frac{9}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{6}{n^2}}{1 - \frac{9}{n^2}} = \frac{2}{1} = 2$$

Свойства пределов

- **Теорема1.** Если последовательность является частным двух многочленов одинаковой степени, то её предел при $n \rightarrow \infty$ равен частному коэффициентов при старших степенях.

Теорема2. Если степень числителя меньше степени знаменателя, то предел последовательности при $n \rightarrow \infty$ равен 0

Теорема3. Если степень числителя больше степени знаменателя, то предел последовательности при $n \rightarrow \infty$ равен бесконечности
