

Тема урока:

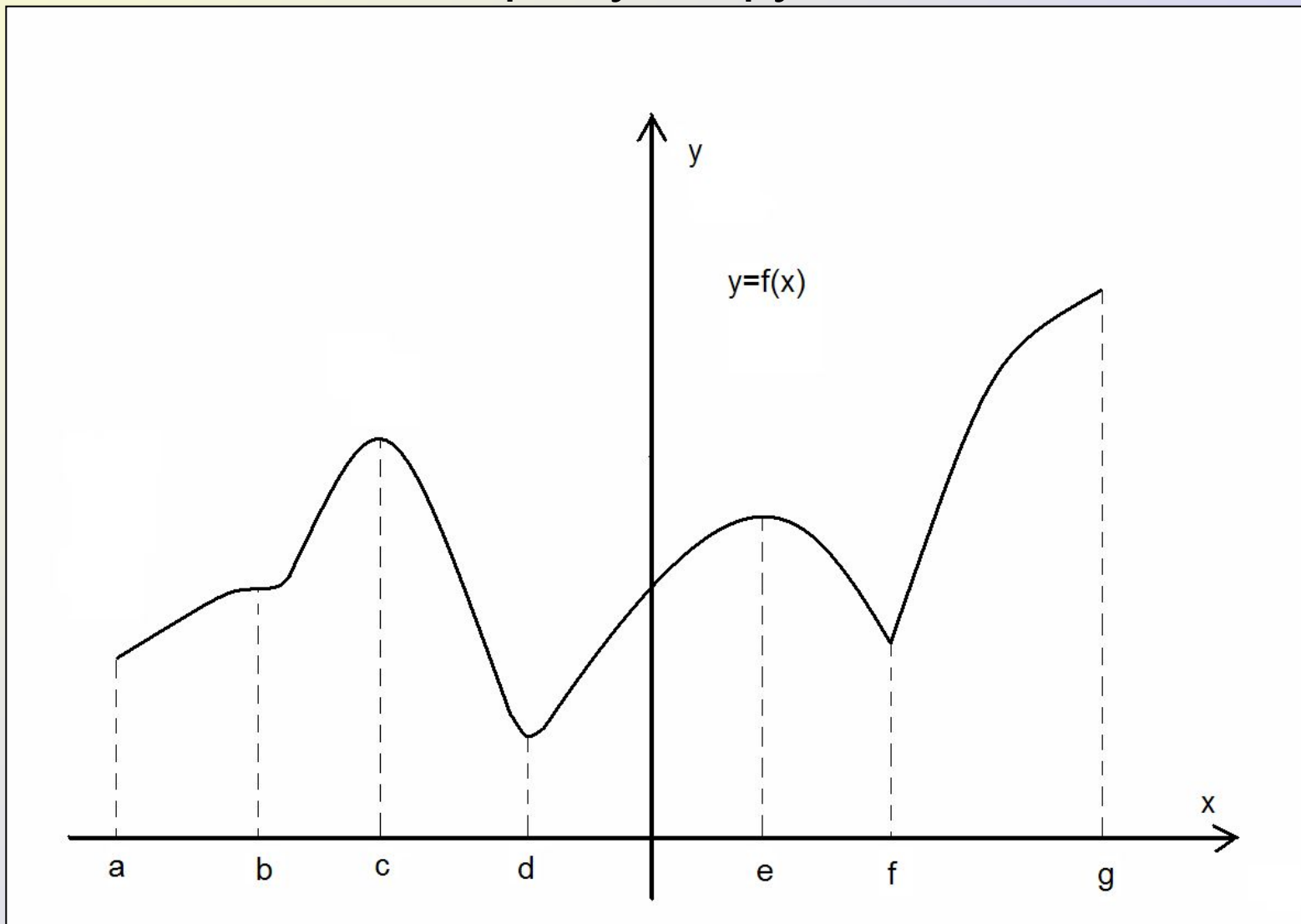
Применение производной для
исследования функции на
МОНОТОННОСТЬ И ЭКСТРЕМУМЫ.

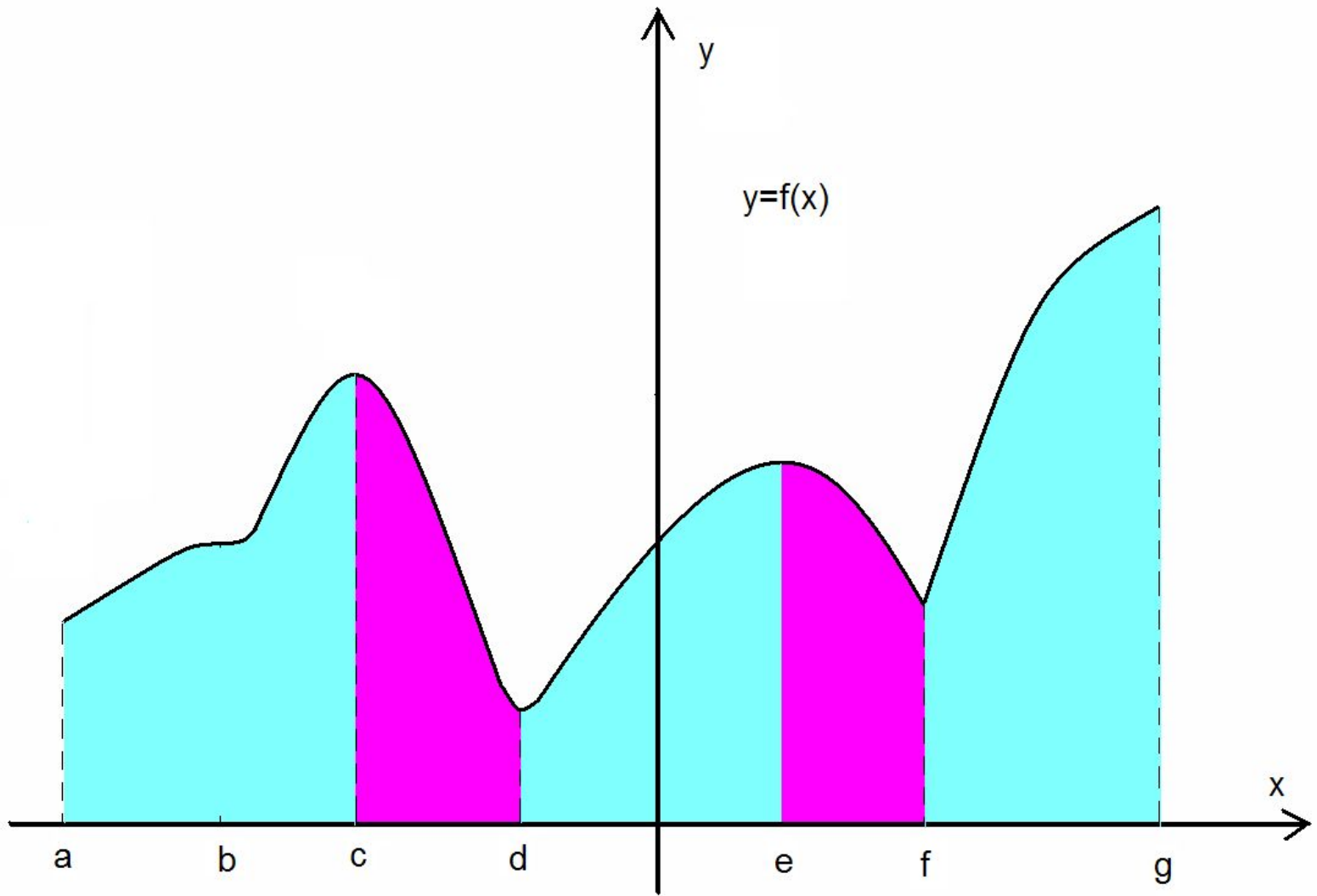
Математический диктант.

- 1) Функция $f(x)$ возрастает на множестве X , если для любых $x_1, x_2 \in X$:
 $x_2 > x_1 \Rightarrow \dots f(x_2) > f(x_1)$
- 2) Если большему значению аргумента соответствует большее значение функции, то функция называется....**возрастающей**
- 3) Функция $f(x)$ убывает на множестве X , если для любых $x_1, x_2 \in X$: ... **$x_2 > x_1$**
 $f(x_2) < f(x_1)$
- 4) Если **большему** значению аргумента соответствует **меньшее** значение функции, то f называется убывающей.
- 5) Точка x_0 называется точкой **минимума** функции f , если для всех x из **окрестности** x_0 выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$
- 6) Точка x_0 называется точкой максимума функции, если для всех x из окрестности x_0 выполняется неравенство .. **$f(x) \leq f(x_0)$**

1) Назовите промежутки возрастания и убывания функции.

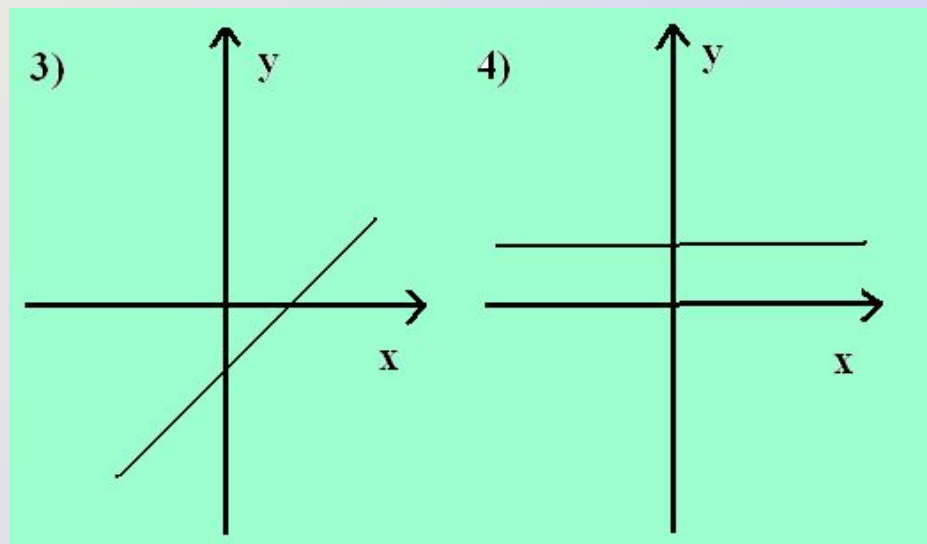
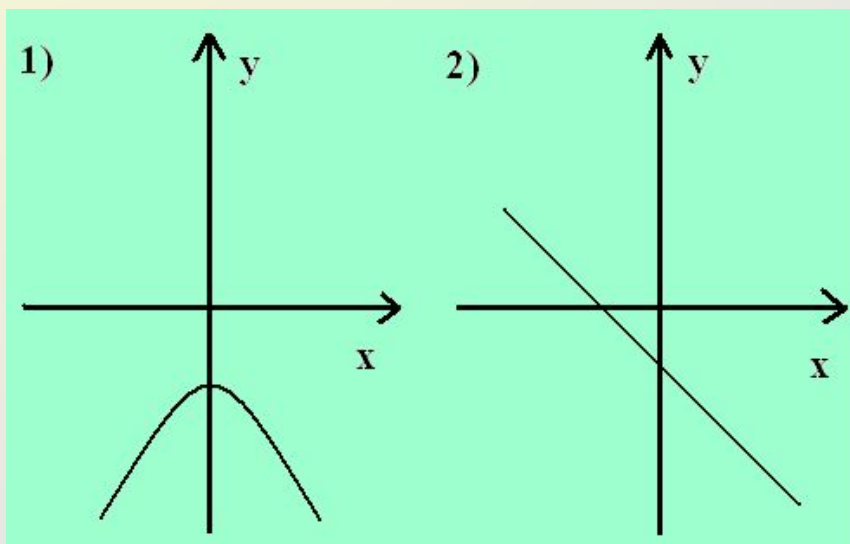
2) Назовите точки экстремума функции.





Найдите эскиз графика производной функции $y=f'(x)$, если известно, что функция $y=f(x)$

- а) убывает на всей числовой прямой;
- б) возрастает на всей числовой прямой.



Функция определена на $[-7;8]$. На рисунке изображен график её производной. Найдите наибольшую из длин промежутков возрастания функции

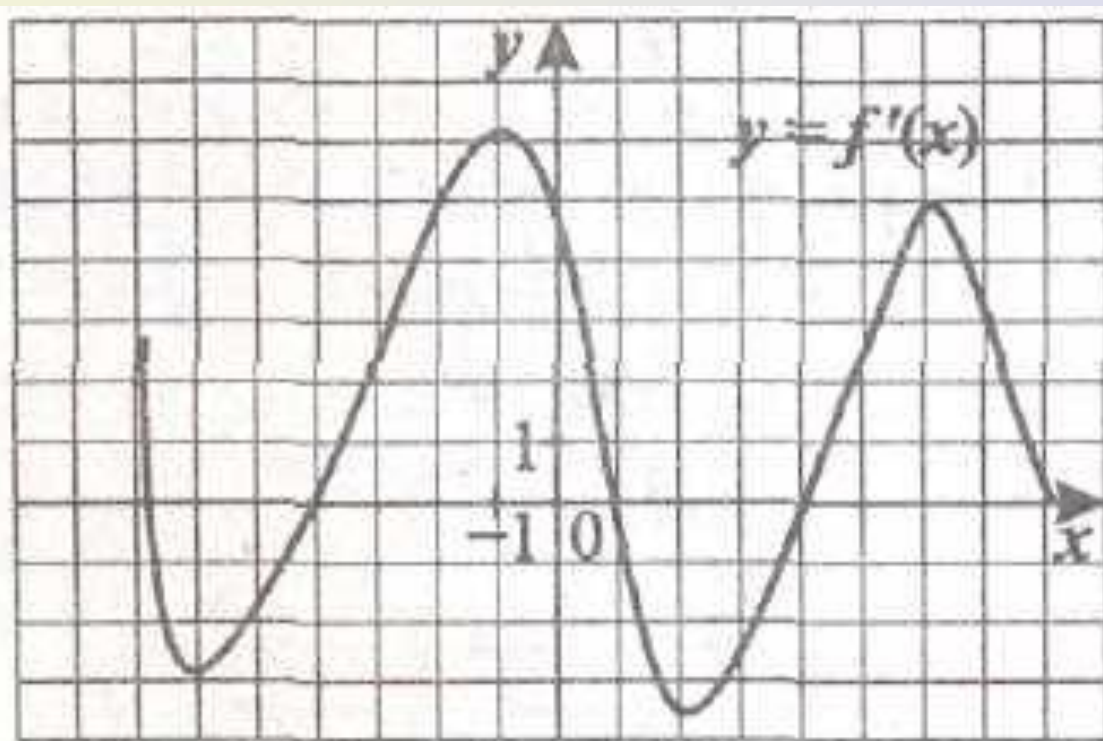
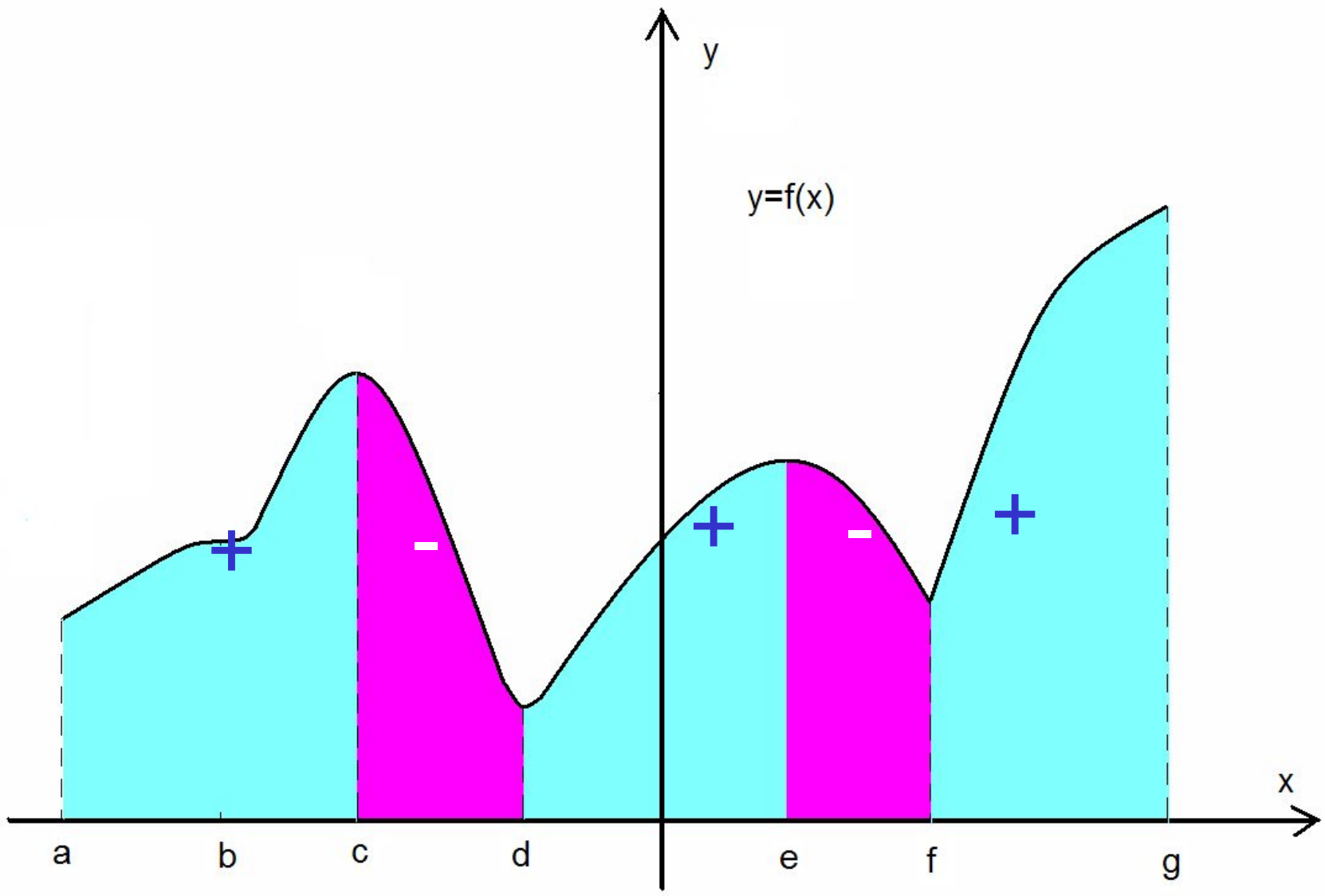


Рис. 130.

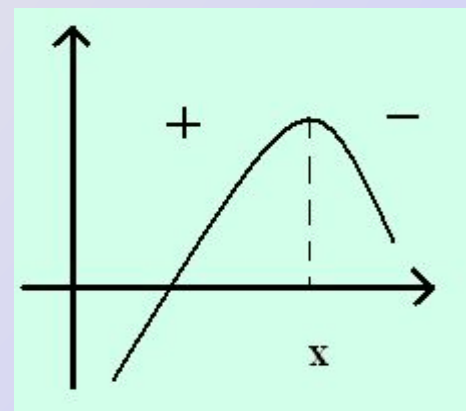
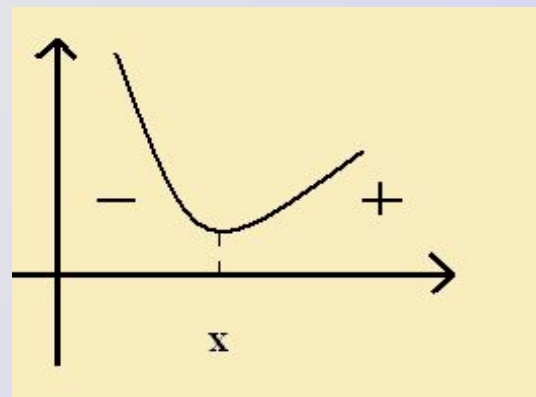


Признак max и min функции:

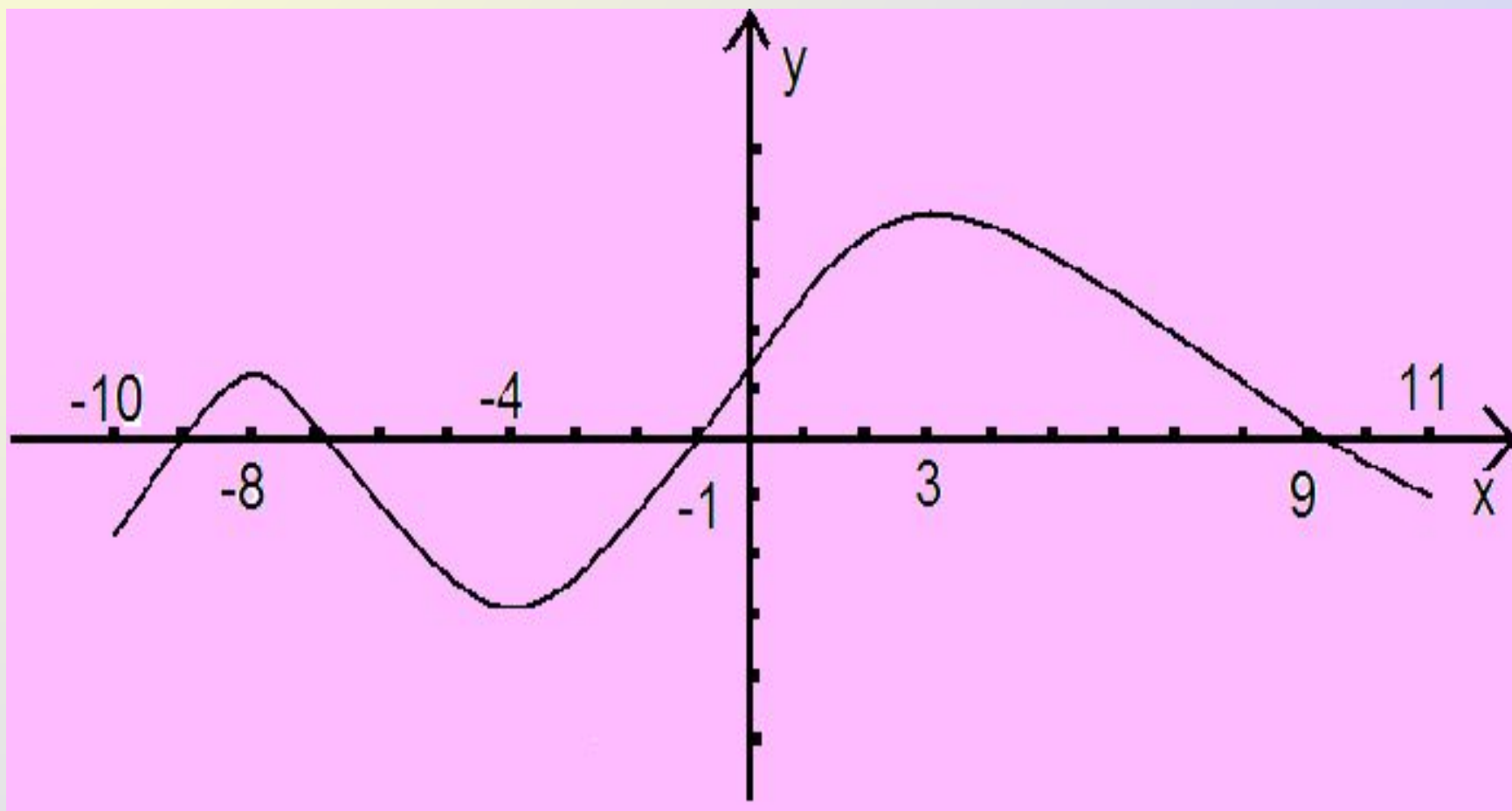
ТЕОРЕМА (достаточные условия экстремума).

Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна на промежутке X и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку $x=x_0$. Тогда:

- а) если в окрестности этой точки при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) < 0$, а при $x > x_0$ - неравенство $f'(x) > 0$, то x_0 - точка минимума функции $f(x)$
- б) если в окрестности этой точки при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) > 0$, а при $x > x_0$ - неравенство $f'(x) < 0$, то x_0 - точка максимума функции $f(x)$



По графику производной функции $y=f'(x)$ назовите точки минимума и максимума функции $y=f(x)$



Найдите промежутки возрастания и убывания функции, точки экстремума и экстремумы

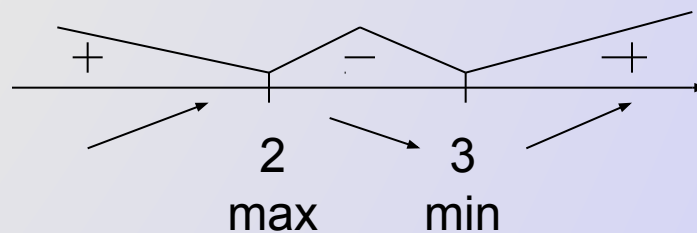
$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f'(x) = 0 \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$



$f(x)$ возрастает на $(-\infty; 2]$, $[3; +\infty)$

$f(x)$ убывает на $[2; 3]$

$$x_{\max} = 2 \quad x_{\min} = 3$$

$$y_{\max} = 32/3 \quad y_{\min} = 3,5$$

Алгоритм исследования непрерывной функции $y=f(x)$ на монотонность и экстремумы

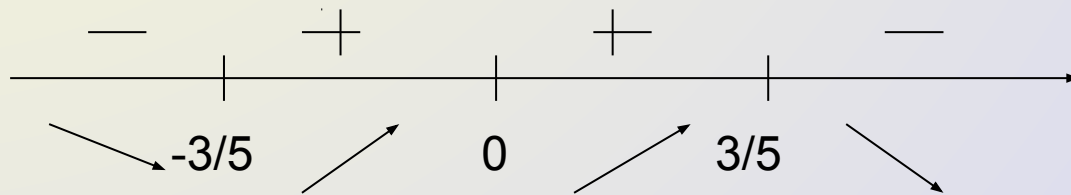
1. Найти область определения функции $D(f)$.
2. Найти производную функции $f'(x)$.
3. Найти стационарные и критические точки.
4. Решить неравенства $f'(x) > 0$ и $f'(x) < 0$ методом интервалов.
5. Сделать вывод о монотонности функции и о её точках экстремума.

Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x) = -5x^5 + 3x^3$.

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = -25x^4 + 9x^2 = x^2(-25x^2 + 9)$$

$$f'(x) = 0 \quad x^2(-25x^2 + 9) = 0$$
$$x = 0 \quad x = \pm 3/5$$



$f(x)$ возрастает на $[-3/5; 3/5]$

$f(x)$ убывает на $(-\infty; -3/5]$, $[3/5; +\infty)$

$x_{\max} = 3/5$ $x_{\min} = -3/5$

Домашнее задание

- Записать алгоритм исследования непрерывной функции на монотонность и экстремумы
- № 884(в,г), № 885(в,г), № 886(б),
№ 887(б), № 888(б)

