Продольные и поперечные магнитооптические эффекты.

- Распространение электромагнитной волны в среде. Уравнения Максвелла
- Показатель преломления при продольном распространении волны
  - ✔ Гироэлектрическая, гиромагнитная и бигиротропная среды
  - ✔ Частотно независимый эффект Фарадея
- Показатель преломления при поперечном распространении волны

Двулучепреломление

- Симметрия тензоров [ε] и [μ].
- Анизотропные среды. Оптическая ось. Одноосные и двуосные кристаллы. Обыкновенный и необыкновенный луч.
- Двулучепреломление в одноосном кристалле. «Положительные» и «отрицательные» кристаллы.
- Линейно поляризованная волна в одноосном кристалле.
- Случай изотропной среды

Симметрия тензора [ε].

$$D_i = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j$$ – компоненты вектора индукции электрического поля

Плотность энергии электрического поля в среде

$$w = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\cdot\vec{D}\right) = \frac{1}{2}\sum_i E_i D_i = \frac{1}{2}\sum_{i,j} E_i \varepsilon_{ij} E_j$$

Поменяем местами индексы i и j, получим

$$w = \frac{1}{2}\sum_{i,j} E_j \varepsilon_{ji} E_i$$

Почленно вычитаем

$$0 = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\left(E_i \varepsilon_{ij} E_j - E_j \varepsilon_{ji} E_i\right)$$

$$0 = \frac{1}{2}\sum_{i,j} E_i E_j \left(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji}\right)$$

Поскольку E_i и E_j независимы, то $\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji} = 0$

следовательно $$\boxed{\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}}$$

Тензор [ε] симметричен для анизотропной среды без поглощения.

Аналогично доказывается симметрия тензора [μ]

Симметричный тензор можно привести к диагональному виду

$$\mathrm{w} = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\varepsilon_{ji}E_iE_j \rightarrow \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{xx}E_x{}^2 + \varepsilon_{yy}E_y{}^2 + \varepsilon_{zz}E_z{}^2\right)$$

Уравнение имеет вид: $$\frac{1}{2\mathrm{w}}\left(\varepsilon_{xx}E_x{}^2 + \varepsilon_{yy}E_y{}^2 + \varepsilon_{zz}E_z{}^2\right) = 1$$

Сделаем замену переменных $$\mathrm{x} = \frac{E_x}{\sqrt{2\mathrm{w}}},\ \mathrm{y} = \frac{E_y}{\sqrt{2\mathrm{w}}},\ \mathrm{z} = \frac{E_z}{\sqrt{2\mathrm{w}}},$$

Тогда уравнение имеет вид: $$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = 1$$

Уравнение эллипсоида

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Это уравнение описывает эллипсоид, главные оси которого равны

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_x}}, \quad \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_y}}, \quad \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_z}}$$

Это величины, обратные показателям преломления по разным направлениям.

В общем случае $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$

Уравнение эллипсоида

$$\frac{x^2}{\frac{1}{\varepsilon_x}}+\frac{y^2}{\frac{1}{\varepsilon_y}}+\frac{z^2}{\frac{1}{\varepsilon_z}}=1 \qquad \frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_x}}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_y}}\right)^2}+\frac{z^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_z}}\right)^2}=1$$

В левой части уравнения умножим числитель и знаменатель на c^2.

$$\frac{(cx)^2}{\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}\right)^2}+\frac{(cy)^2}{\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}\right)^2}+\frac{(cz)^2}{\left(\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}}\right)^2}=1$$

Сделаем замены переменных: $\mathrm{V_x}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}, \quad \mathrm{V_y}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}, \quad \mathrm{V_z}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}},$

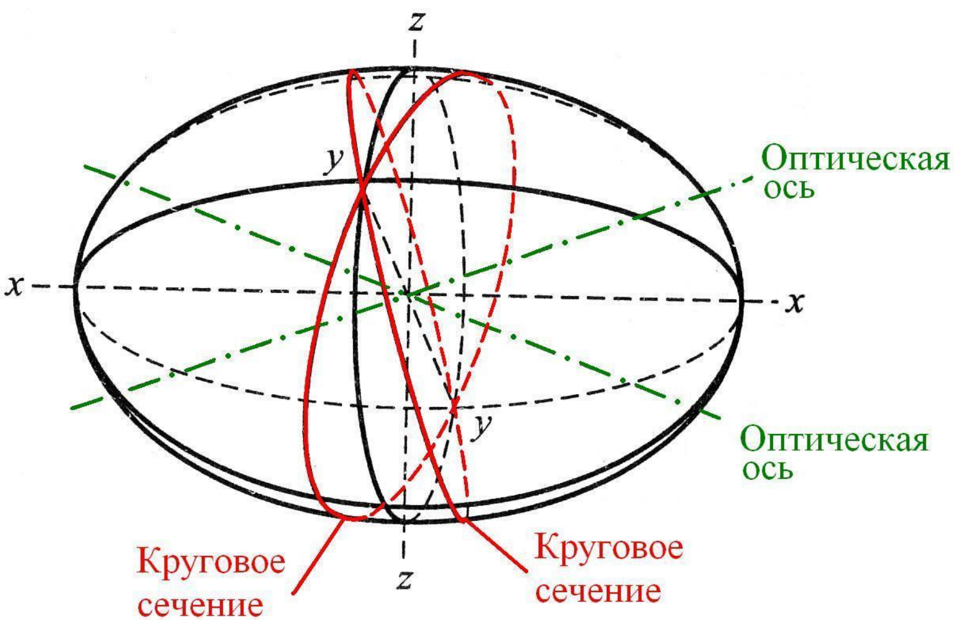
$\mathrm{X}=cx, \qquad \mathrm{Y}=cy, \qquad \mathrm{Z}=cz$

Окончательно уравнение имеет вид:

$$\frac{X^2}{V_x^{\,2}}+\frac{Y^2}{V_y^{\,2}}+\frac{Z^2}{V_z^{\,2}}=1$$

Это уравнение – эллипсоид скоростей, а V_x, V_y, V_z – главные лучевые скорости.

Через центр эллипсоида можно провести два круговых сечения.



Направление, перпендикулярное плоскости кругового сечения – оптическая ось.

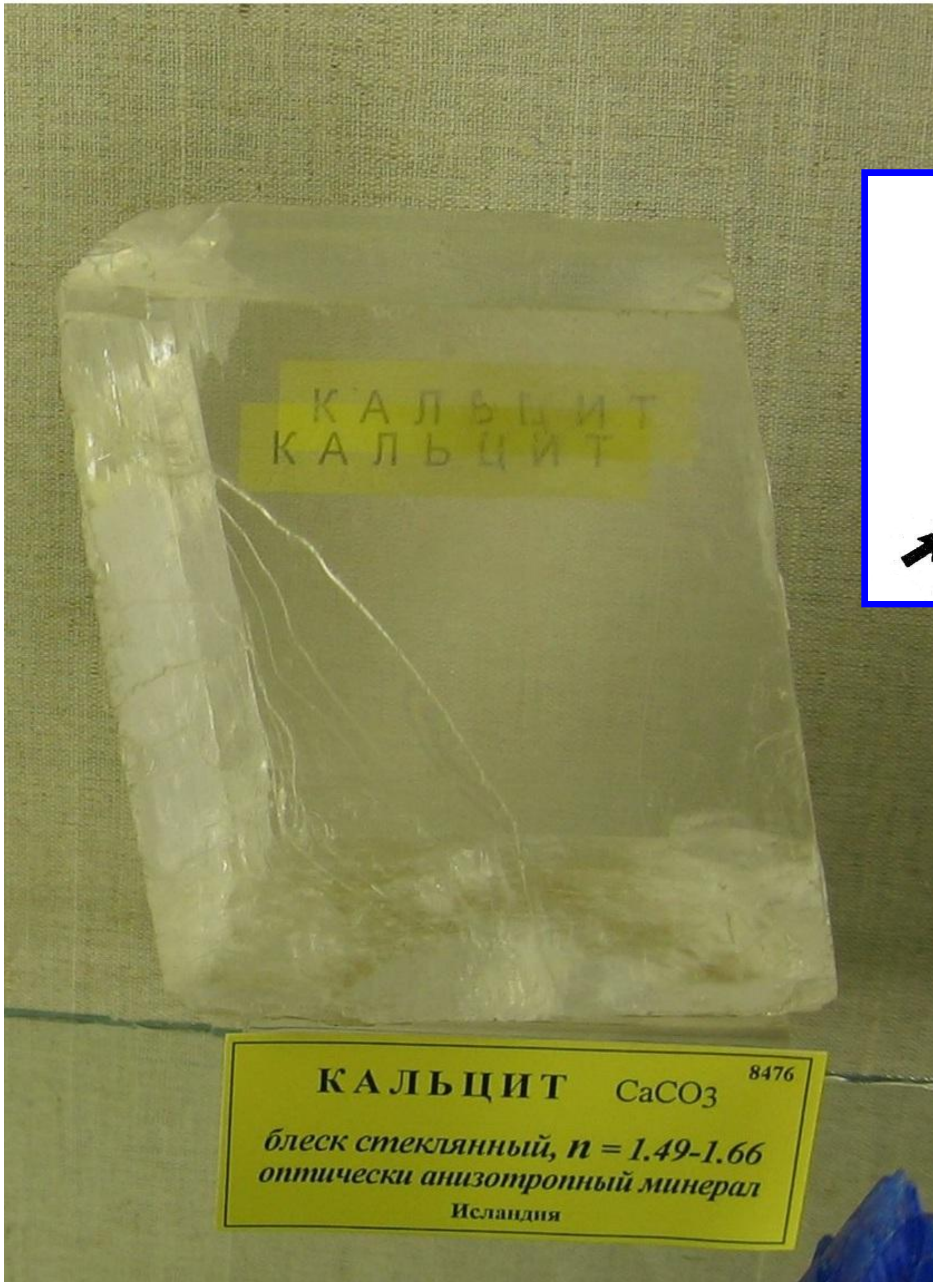
- ✔ Если $V_x=V_y=V_z$, эллипсоид – сфера, среда изотропна.
- ✔ Если $V_x=V_y\neq V_z$, одноосный кристалл.
- ✔ Если $V_x\neq V_y\neq V_z$, двуосный кристалл.

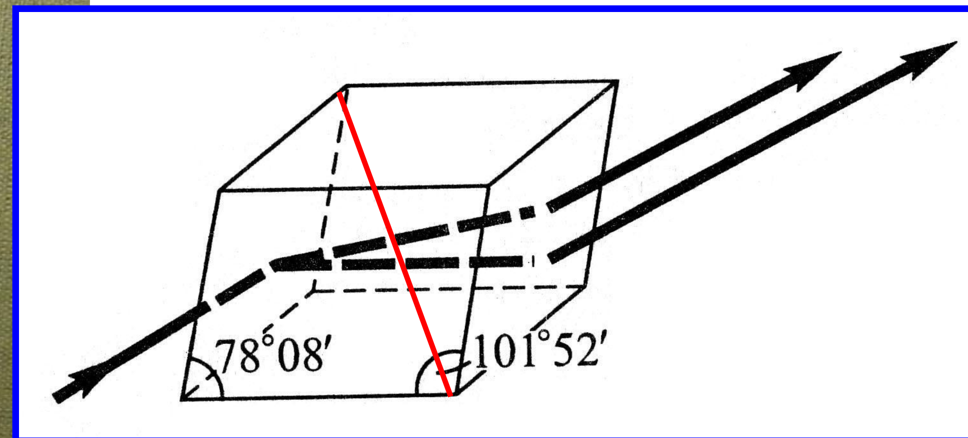
Двулучепреломление

Erasmus Bartholinus 1625–1698

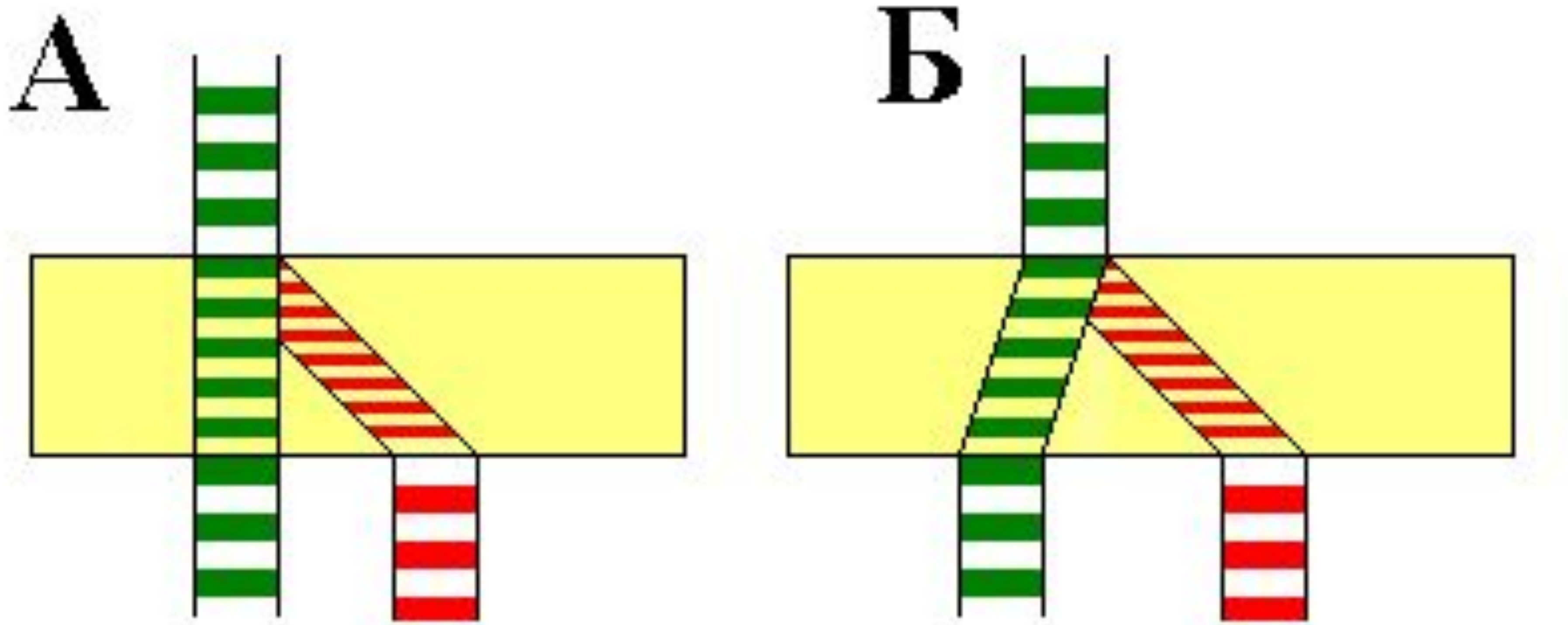
- Впервые явление было обнаружено в 1669 году датским учёным Э. Бартолиным (Бартолиниусом) на кальците (исландский шпат).
- Тогда спец.комиссия Английского королевского общества посчитала это курьёзом.
- Через 20 лет в "Трактате о свете" Гюйгенс объяснил это явление с позиций волновых представлений о свете.

Двулучепреломление



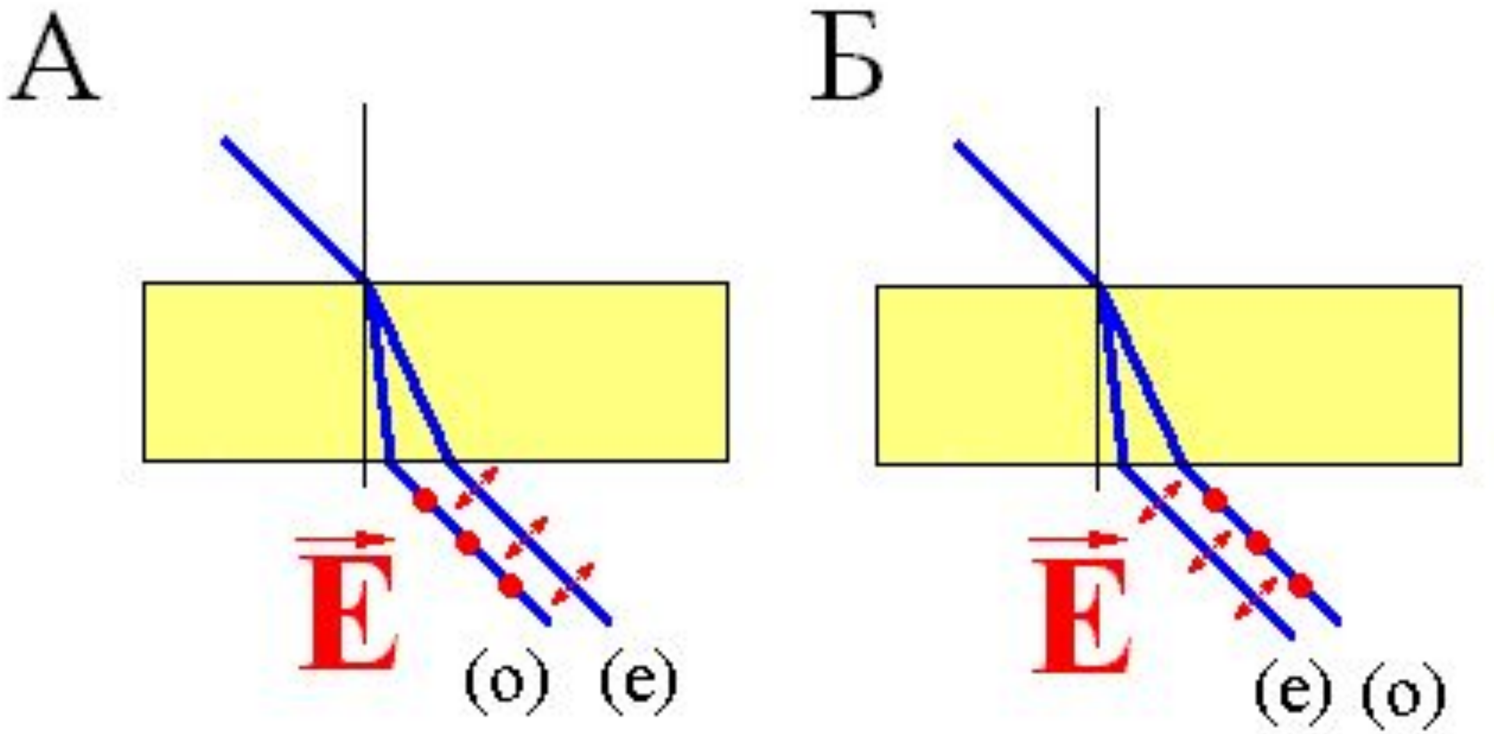


Ход лучей в одноосном (А) и двуосном (Б) кристаллах



Падающий на пластинку луч разделяется на два: обыкновенный и необыкновенный. В случае двупреломляющего кристалла оба луча необыкновенные.

Ход лучей в одноосном отрицательном (А) и положительном (Б) кристаллах



(o) – обыкновенный луч
(e) – необыкновенный луч

✔ **У «−» кристаллов $V_o < V_e$**
✔ **У «+» кристаллов $V_o > V_e$**

Двулучепреломление в одноосном кристалле

Уравнения Максвелла

$$\boxed{rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}$$

$$\vec{D} = [\varepsilon]\vec{E}$$

$$div\vec{D} = 0$$

$$\boxed{rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

$$\vec{B} = [\mu]\vec{H}$$

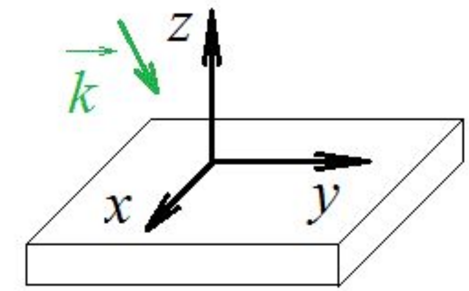
$$div\vec{B} = 0$$

$$[\varepsilon] = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & -i\varepsilon_{xy} & 0 \\ i\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}$$

$$[\mu] = 1$$

Электромагнитная волна

$$\vec{E} = \vec{E_o} e^{i\omega\left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{c} n\right)} \qquad \vec{H} = \vec{H_o} e^{i\omega\left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{c} n\right)}$$



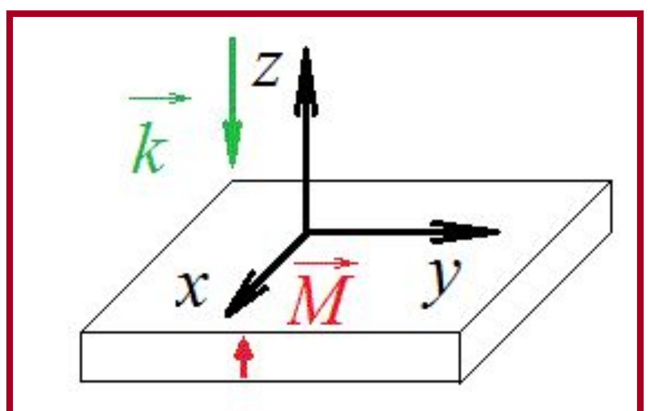
α, β и γ – направляющие косинусы электромагнитной волны.

n – комплексный показатель преломления.

В случае продольного эффекта $\alpha = \beta = 0; \quad \gamma = 1$

$$\vec{E} = \vec{E_o} e^{i\omega\left(t - \frac{z}{c} n\right)} \qquad \frac{\partial \vec{H}}{\partial \ x} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial \ y} = 0$$

$$\vec{H} = \vec{H_o} e^{i\omega\left(t - \frac{z}{c} n\right)} \qquad \frac{\partial \vec{E}}{\partial \ x} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial \ y} = 0$$



Вектор D

$$\vec{D} = [\varepsilon] \cdot \vec{E} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & -i\varepsilon_{xy} & 0 \\ i\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E_x\varepsilon_{xx} - E_y i\varepsilon_{xy} \\ E_x i\varepsilon_{xy} + E_y\varepsilon_{yy} \\ E_z\varepsilon_{zz} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = i\omega \cdot \begin{vmatrix} E_x\varepsilon_{xx} - E_y i\varepsilon_{xy} \\ E_x i\varepsilon_{xy} + E_y\varepsilon_{yy} \\ E_z\varepsilon_{zz} \end{vmatrix}$$

Вектор B

$$\vec{B} = \vec{H}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = i\omega \cdot \begin{vmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{vmatrix}$$

$$rot\,\vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i}\left(\cancel{\frac{\partial H_z}{\partial y}} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \cancel{\frac{\partial H_z}{\partial x}}\right) + \vec{k}\left(\cancel{\frac{\partial H_y}{\partial x}} - \cancel{\frac{\partial H_x}{\partial y}}\right) =$$

$$= \vec{i}\left(-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}\right)$$

Поскольку $\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\frac{i\omega n}{c} H_y; \; \frac{\partial H_x}{\partial z} = -\frac{i\omega n}{c} H_x$

$$rot\,\vec{H} = \vec{i}\left(-\left(-\frac{i\omega n}{c} \right) H_y \right) + \vec{j}\left(\left(-\frac{i\omega n}{c} \right) H_x \right)$$

Имеем уравнения

$$\boxed{rot\,\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\frac{i\cancel{\omega} n}{\cancel{c}} H_y = \frac{i\cancel{\omega}}{\cancel{c}}\left(\varepsilon_{xx} E_x - i\varepsilon_{xy} E_y \right)}$$

$$\boxed{-\frac{i\cancel{\omega} n}{\cancel{c}} H_x = \frac{i\cancel{\omega}}{\cancel{c}}\left(i\varepsilon_{xy} E_x + \varepsilon_{yy} E_y \right)}$$

Ротор E

$$\boxed{rot\,\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$$rot\,\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i}\left(\cancel{\frac{\partial E_z}{\partial y}} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \cancel{\frac{\partial E_z}{\partial x}}\right) + \vec{k}\left(\cancel{\frac{\partial E_y}{\partial x}} - \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial y}}\right) = \quad \vec{i}\left(-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{i\omega n}{c}E_x \qquad \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{i\omega n}{c}E_y;$$

$$rot\,\vec{E} = \vec{i}\left(-\left(-\frac{i\omega n}{c}\right)E_y\right) + \vec{j}\left(\left(-\frac{i\omega n}{c}\right)E_x\right)$$

Имеем уравнения

$$\boxed{-\left(-\frac{\cancel{i\omega} n}{\cancel{c}}\right)E_y = -\frac{\cancel{i\omega}}{\cancel{c}}H_x} \qquad \boxed{\cancel{-}\frac{\cancel{i\omega} n}{\cancel{c}}E_x = \cancel{-}\frac{\cancel{i\omega}}{\cancel{c}}H_y}$$

Система уравнений для компонент векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

$$\begin{cases} nH_y = \varepsilon_{xx}E_x - i\varepsilon_{xy}E_y \\ -nH_x = i\varepsilon_{xy}E_x + \varepsilon_{yy}E_y \\ -nE_y = H_x \\ nE_x = H_y \end{cases}$$

Подставим два последние уравнения системы в первые два.

$$\begin{cases} n^2E_x = \varepsilon_{xx}E_x - i\varepsilon_{xy}E_y \\ n^2E_y = i\varepsilon_{xy}E_x + \varepsilon_{yy}E_y \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x(n^2 - \varepsilon_{xx}) + i\varepsilon_{xy}E_y = 0 \\ i\varepsilon_{xy}E_x + E_y(\varepsilon_{yy} - n^2) = 0 \end{cases}$$

Однородная система уравнений имеет решение, если ее определитель равен 0.

$$n^4 - n^2(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy}^2 = 0$$

$$D = (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})^2 - 4\varepsilon_{yy}\varepsilon_{xx} + 4\varepsilon_{xy}^2 =$$

$$= (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\varepsilon_{xy}^2$$

$$n_{1,2}^2 = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} \pm \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\varepsilon_{xy}^2}}{2}$$

Поскольку существуют два различных значения **n**, в веществе могут распространяться две различные волны.

Из уравнения $E_x(n^2-\varepsilon_{xx})+i\varepsilon_{xy}E_y=0$

получим величину эллиптичности этих волн $\dfrac{E_y}{E_x}$

$$\frac{E_y}{E_x}=\frac{\varepsilon_{xx}-n^2}{i\varepsilon_{xy}}=\frac{i(n^2-\varepsilon_{xx})}{\varepsilon_{xy}}$$

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_{1,2}=\frac{i}{\varepsilon_{xy}}\left(\frac{\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}\pm\sqrt{(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{yy})^2+4\varepsilon_{xy}{}^2}}{2}-\varepsilon_{xx}\right)$$

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_{1,2}=\frac{i}{\varepsilon_{xy}}\left(\frac{\varepsilon_{yy}-\varepsilon_{xx}\pm\sqrt{(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{yy})^2+4\varepsilon_{xy}{}^2}}{2}\right)=i\cdot K_{1,2}$$

Определим связь эллиптичностей первой и второй волн.

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_1 \cdot \left(\frac{E_y}{E_x}\right)_2 =$$

$$= \left(\frac{i}{\varepsilon_{xy}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx} + \sqrt{\left(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}\right)^2 + 4\varepsilon_{xy}{}^2}}{2}\right) \times$$

$$\times \left(\frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx} - \sqrt{\left(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}\right)^2 + 4\varepsilon_{xy}{}^2}}{2}\right) = 1$$

Эллиптичности первой и второй волн обратны.

Рассмотрим случай $(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 >> \varepsilon_{xy}^{\ 2}$, т.е. $\dfrac{\varepsilon_{xy}^{\ 2}}{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2} << 1$

При этом эллиптичность волн имеет вид:

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_1 = \frac{i}{\varepsilon_{xy}}\left(\frac{\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx} + \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\varepsilon_{xy}^{\ 2}}}{2}\right)$$

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_1 = \frac{i}{2\varepsilon_{xy}}\left(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx} + (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})\left\{1 + \frac{2\varepsilon_{xy}^{\ 2}}{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2}\right\}\right) =$$

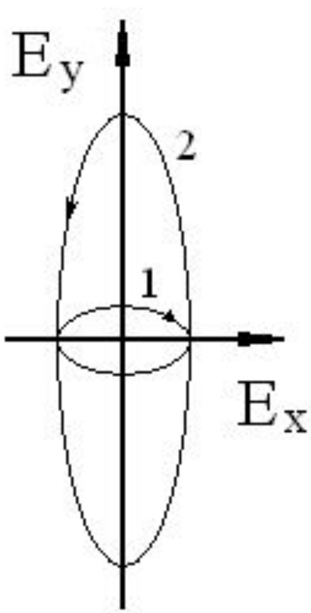
$$= \frac{i}{2\varepsilon_{xy}}\left(\cancel{\varepsilon_{yy}} - \cancel{\varepsilon_{xx}} + \cancel{\varepsilon_{xx}} - \cancel{\varepsilon_{yy}} + \frac{2\varepsilon_{xy}^{\ 2}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}\right) = \frac{i}{\cancel{2}\cancel{\varepsilon_{xy}}} \cdot \frac{\cancel{2}\varepsilon_{xy}^{\ \cancel{2}}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}} =$$

$$= \frac{i\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}$$

Поскольку $\left|\dfrac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}\right| << 1$, **первая волна малая**

В силу того, что эллиптичности волн обратны, эллиптичность второй волны имеет вид:

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_2 = \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{i\varepsilon_{xy}} = \frac{i(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx})}{\varepsilon_{xy}}$$



Вторая волна является «большой».

Рассмотрим линейно поляризованную волну в одноосном кристалле

Линейно поляризованную волну представим в виде суммы двух эллиптически поляризованных волн.

E=E$_1$+E$_2$

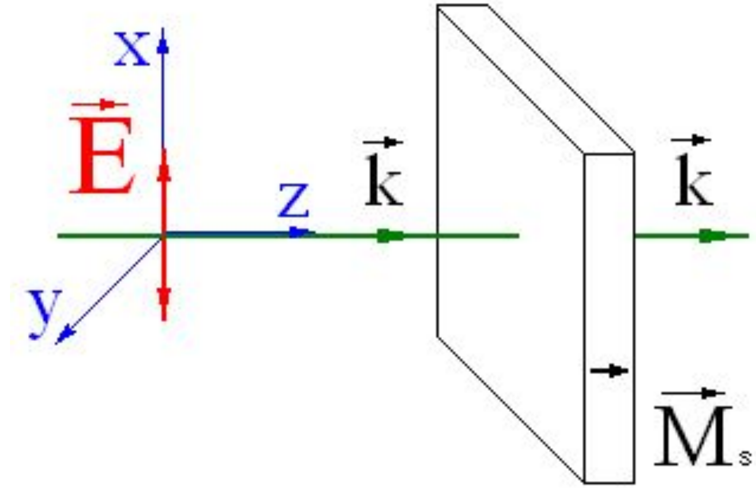
Эллипс можно задать: $\begin{cases} x = a\cos\varphi \\ y = b\sin\varphi \end{cases}$ или $\begin{cases} x = a \cdot e^{i\varphi} \\ y = -ib \cdot e^{i\varphi} \end{cases}$

Компоненты волн имеют вид:

$$\begin{cases} \left(E_1\right)_x = a_1 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{zn_1}{c}\right)} \\ \left(E_1\right)_y = -ib_1 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{zn_1}{c}\right)} \end{cases} \qquad \begin{cases} \left(E_2\right)_x = a_2 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{zn_2}{c}\right)} \\ \left(E_2\right)_y = -ib_2 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{zn_2}{c}\right)} \end{cases}$$

На входе в оптически активную пластинку толщиной d:

Ex=Eo; Ey=0. Значит, $\begin{cases} a_1 + a_2 = E_o \\ b_1 + b_2 = 0 \end{cases}$



Следовательно, $b_1 = -b_2$

Ранее было показано, что $\dfrac{b_1}{a_1} = K_1 << 1$ и $\dfrac{b_2}{a_2} = K_2 >> 1$

Поскольку $\dfrac{b_1 \cdot b_2}{a_1 \cdot a_2} = 1, \quad -\dfrac{b_1^{\,2}}{a_1 \cdot a_2} = 1$

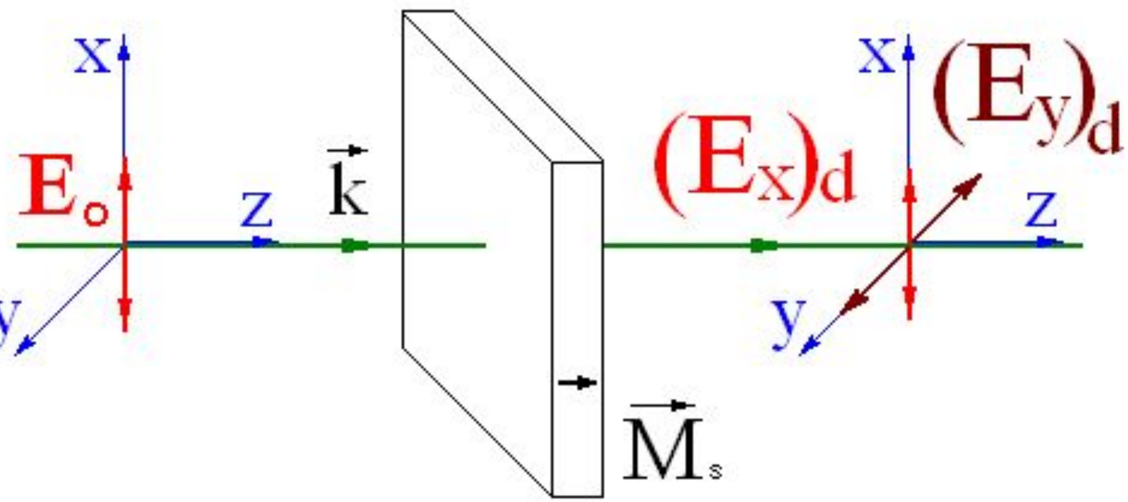
Следовательно $a_2 = -\dfrac{b_1^{\,2}}{a_1} = -b_1 \cdot K_1$

На выходе из пластинки толщиной d имеем волну с компонентами:

$$\boxed{\left(E_x\right)_d = \left(E_1\right)_x + \left(E_2\right)_x = a_1 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{dn_1}{c}\right)} + a_2 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{dn_2}{c}\right)}}$$

$$\left(E_y\right)_d = \left(E_1\right)_y + \left(E_2\right)_y = -i \cdot \left(b_1 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{dn_1}{c}\right)} + b_2 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{dn_2}{c}\right)} \right) =$$

$$= -i \cdot \left(b_1 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{dn_1}{c}\right)} - b_1 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{dn_2}{c}\right)} \right)$$



Тогда эллиптичность волны на выходе:

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_d = \frac{-i\cdot\left(b_1\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_1}{c}\right)} - b_1\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_2}{c}\right)}\right)}{a_1\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_1}{c}\right)} + a_2\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_2}{c}\right)}} =$$

$$= \frac{-i\cdot b_1\cdot \cancel{e^{i\omega\left(t-\frac{dn_1}{c}\right)}}\left(1-e^{i\omega\left(\frac{d(n_1-n_2)}{c}\right)}\right)}{a_1\cdot \cancel{e^{i\omega\left(t-\frac{dn_1}{c}\right)}}\left(1+\frac{a_2}{a_1}\cdot e^{i\omega\left(\frac{d(n_1-n_2)}{c}\right)}\right)} =$$

$$\frac{b_1}{a_1} = K_1$$

$$a_2 = -b_1\cdot K_1$$

$$K_1 << 1$$

$$= \frac{-i\cdot K_1\cdot\left(1-e^{i\omega\left(\frac{d(n_1-n_2)}{c}\right)}\right)}{\left(1-K_1{}^2\cdot e^{i\omega\left(\frac{d(n_1-n_2)}{c}\right)}\right)} =$$

1

$$= -i \cdot K_1 \cdot \left(1 - e^{i\omega\left(\frac{d(n_1 - n_2)}{c}\right)} \right) =$$

$$= -i \cdot K_1 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\omega d(n_1 - n_2)}{c} \right) - i \cdot \sin\left(\frac{\omega d(n_1 - n_2)}{c} \right) \right) =$$

$$= K_1 \cdot \sin\left(\frac{\omega d(n_2 - n_1)}{c} \right) - K_1 \cdot i \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\omega d(n_1 - n_2)}{c} \right) \right) =$$

$$= K_1 \cdot \sin\left(\frac{\omega d(n_2 - n_1)}{c} \right) - 2K_1 \cdot i \cdot \sin^2\left(\frac{\omega d(n_1 - n_2)}{2c} \right)$$

Действительная часть эллиптичности «отвечает» за поворот плоскости поляризации (большой оси эллипса), а мнимая – за эллиптичность.

Угол поворота плоскости поляризации на выходе:

$$tg\theta = \mathrm{Re}\left(\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_d\right) = K_1 \cdot \sin\left(\frac{\omega d(n_2 - n_1)}{c}\right) =$$

$$= \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}} \cdot \sin\left(\frac{\omega d(n_2 - n_1)}{c}\right)$$

Тангенс угла поворота пропорционален недиагональной компоненте тензора ε.

Определим величину угла поворота плоскости поляризации

из условия $\dfrac{\varepsilon_{xy}^{\,2}}{\left(\varepsilon_{xx}-\varepsilon_{yy}\right)^2} \ll 1$ Показатели преломления:

$$n_{1,2} = \left(\frac{\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xx} \pm \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\varepsilon_{xy}^{\,2}}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xx} \pm (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \left(1 + \cancelto{0}{\frac{2\varepsilon_{xy}^{\,2}}{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2}} \right)}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$n_1 \approx \sqrt{\varepsilon_{xx}} \qquad\qquad n_2 \approx \sqrt{\varepsilon_{yy}}$$

Угол поворота плоскости поляризации:

$$tg\theta = \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}} \cdot \sin\left(\frac{\omega d(n_2 - n_1)}{c}\right) =$$

$$= \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}} \cdot \sin\left(\frac{\omega d}{c}(\sqrt{\varepsilon_{yy}} - \sqrt{\varepsilon_{xx}})\right)$$

Для изотропной среды ($\varepsilon_{xx} \approx \varepsilon_{yy} \approx \varepsilon$).

$$|tg\theta| = \left| \frac{\varepsilon_{xy} \cdot \sin\left(\frac{\omega d}{c} (\sqrt{\varepsilon_{yy}} - \sqrt{\varepsilon_{xx}}) \right)}{(\sqrt{\varepsilon_{xx}} - \sqrt{\varepsilon_{yy}}) \cdot (\sqrt{\varepsilon_{xx}} + \sqrt{\varepsilon_{yy}})} \right|$$

Для малых углов

$$tg\theta \approx \theta$$

$$\theta = \frac{\varepsilon_{xy} \cdot \omega d}{c \cdot \sqrt{\varepsilon}}$$

$$|tg\theta| = \lim_{\alpha \to 0} \frac{\varepsilon_{xy} \cdot \sin\left(\frac{\omega d}{c} \alpha \right)}{\alpha \cdot (\sqrt{\varepsilon_{xx}} + \sqrt{\varepsilon_{yy}})} = \frac{\varepsilon_{xy} \cdot \omega d \cancel{\alpha}}{c \cdot \cancel{\alpha} \sqrt{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_{xy} \cdot \omega d}{c \cdot \sqrt{\varepsilon}}$$

где $\alpha = \left| \sqrt{\varepsilon_{xx}} - \sqrt{\varepsilon_{yy}} \right|$

Ранее для гироэлектрической среды было получено:

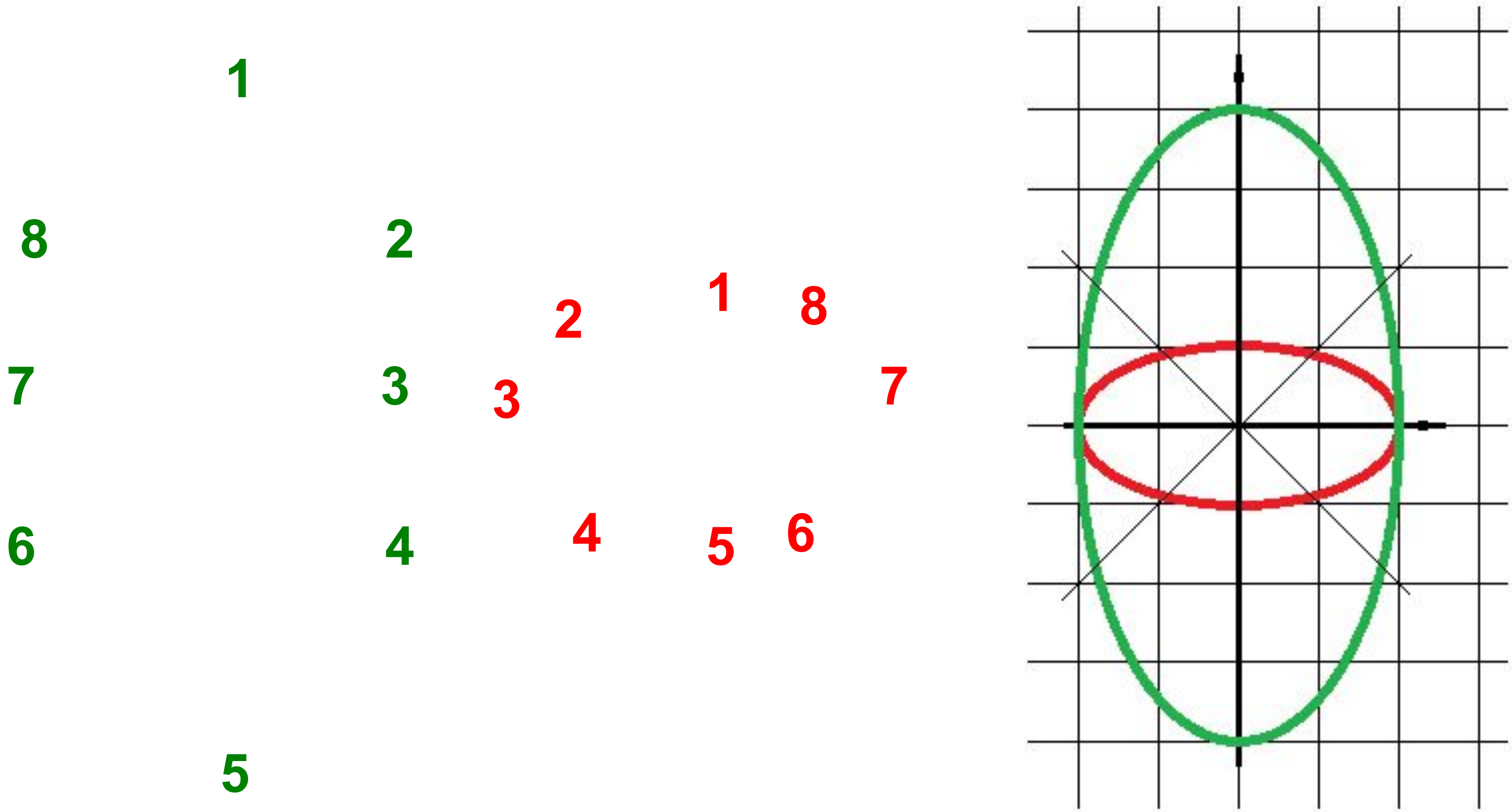
$$\theta = \frac{\omega d \sqrt{\varepsilon \mu}}{c} Q$$

Здесь $Q = \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon}$ μ=1

$$\theta = \frac{\omega d \sqrt{\varepsilon \mu}}{c} Q = \frac{\omega d \sqrt{\varepsilon}}{c} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon} = \frac{\omega d \varepsilon_{xy}}{c \sqrt{\varepsilon}}$$

Формулы совпадают!

Разложение линейно поляризованной волны на две эллиптически поляризованные



Разложение линейно поляризованной волны на две эллиптически поляризованные (перед образцом)

1

8 2

2 1 8

3 3

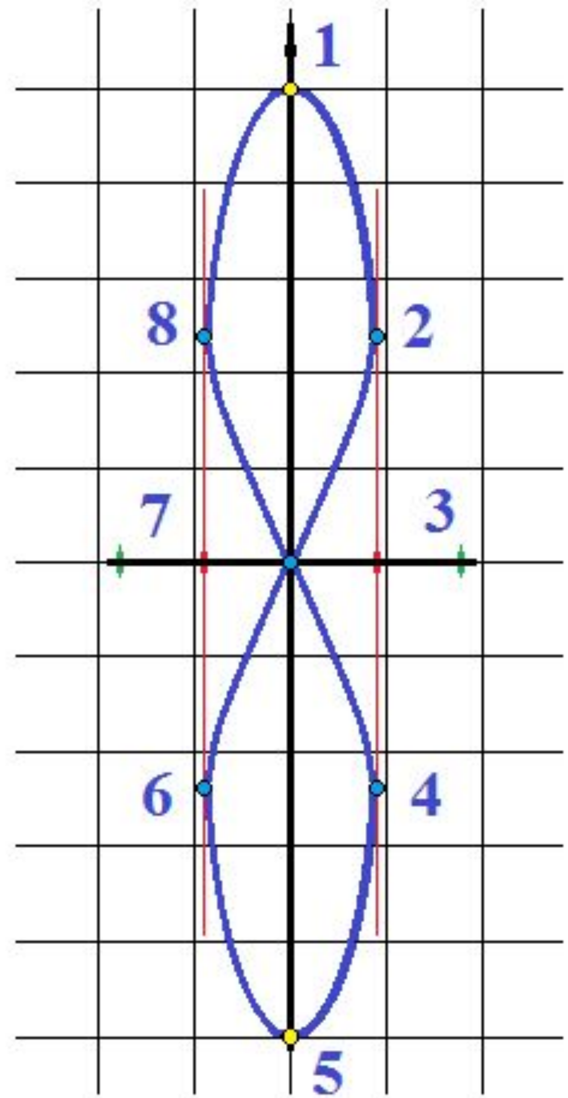
7

7

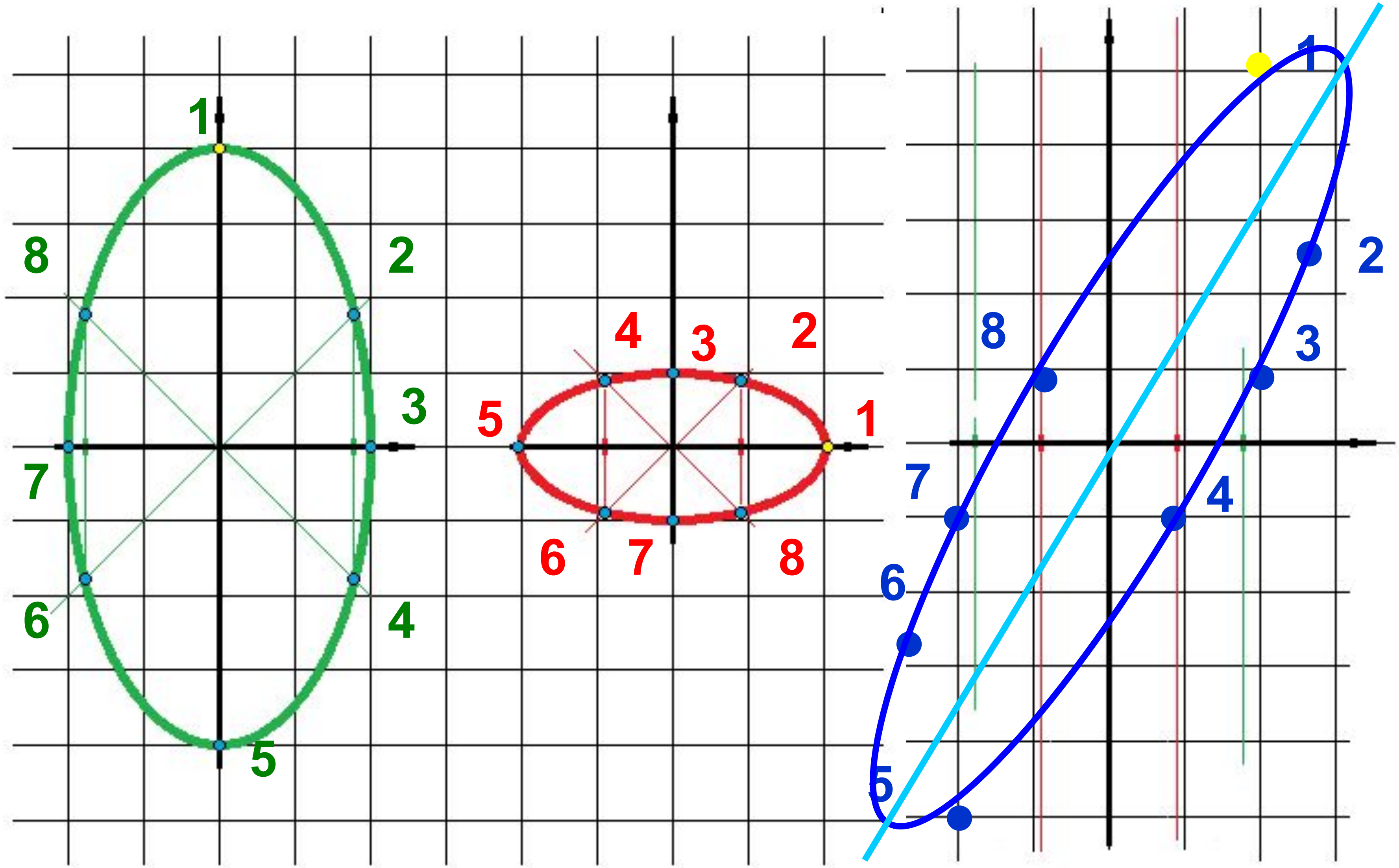
4 5 6

6 4

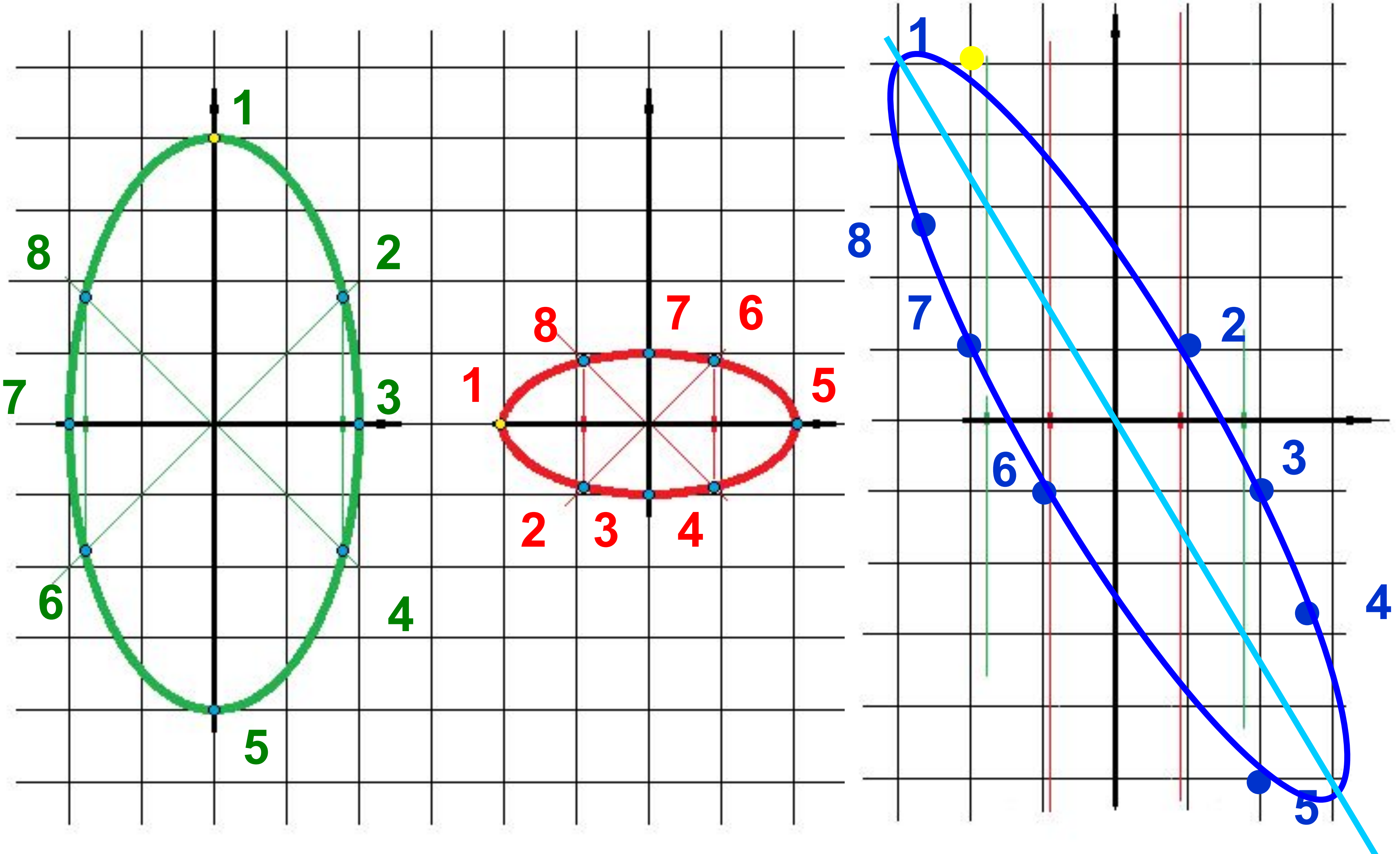
5



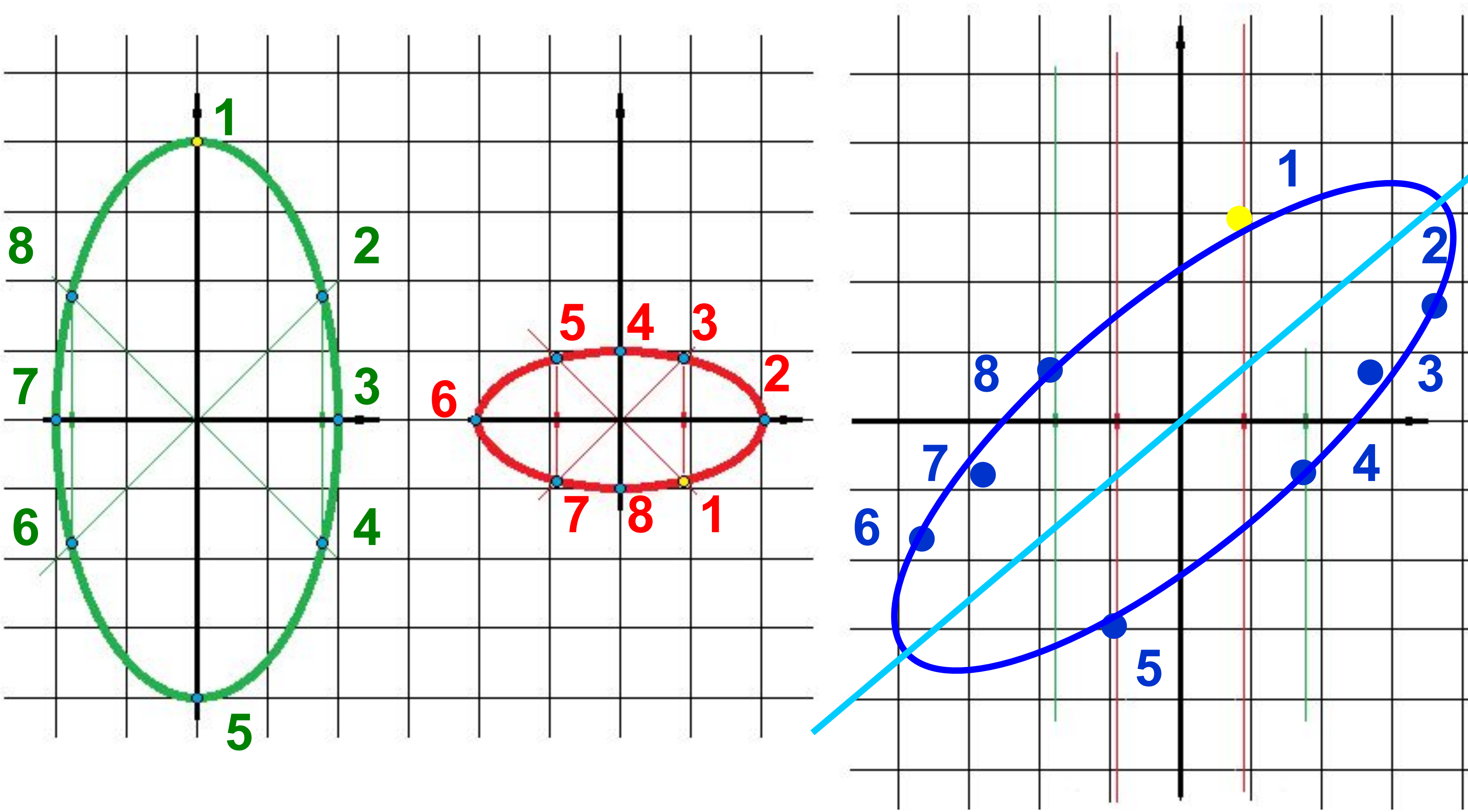
Разложение линейно поляризованной волны на две эллиптически поляризованные со сдвигом +π/2



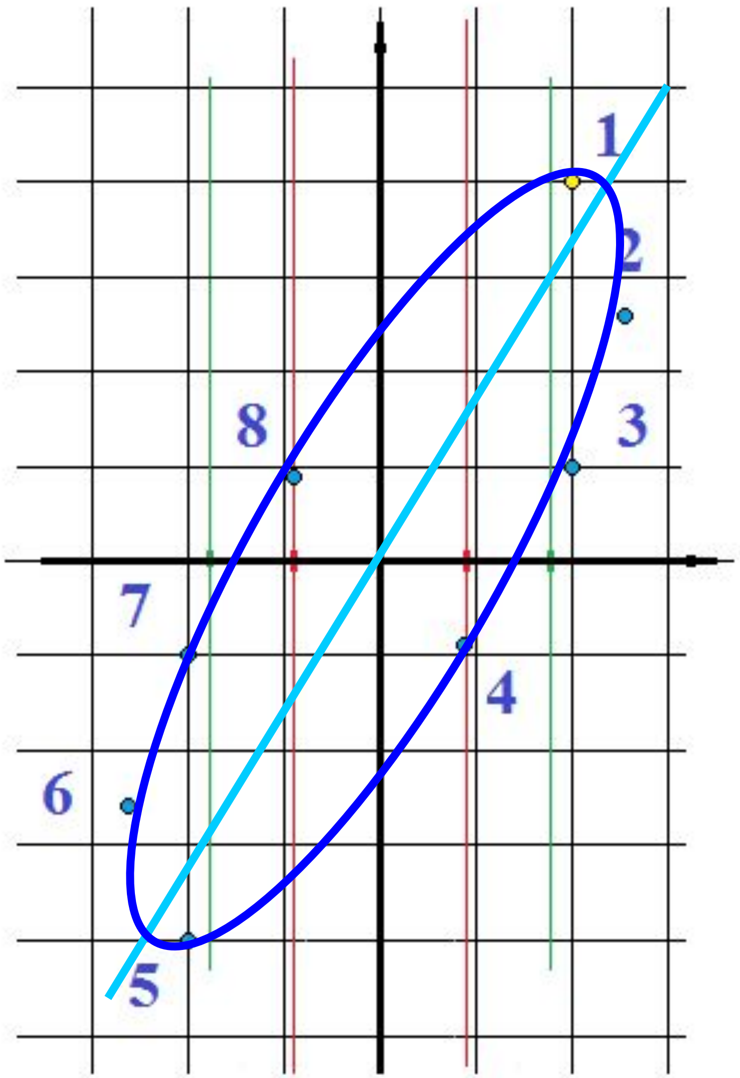
Разложение линейно поляризованной волны на две эллиптически поляризованные со сдвигом –π/2

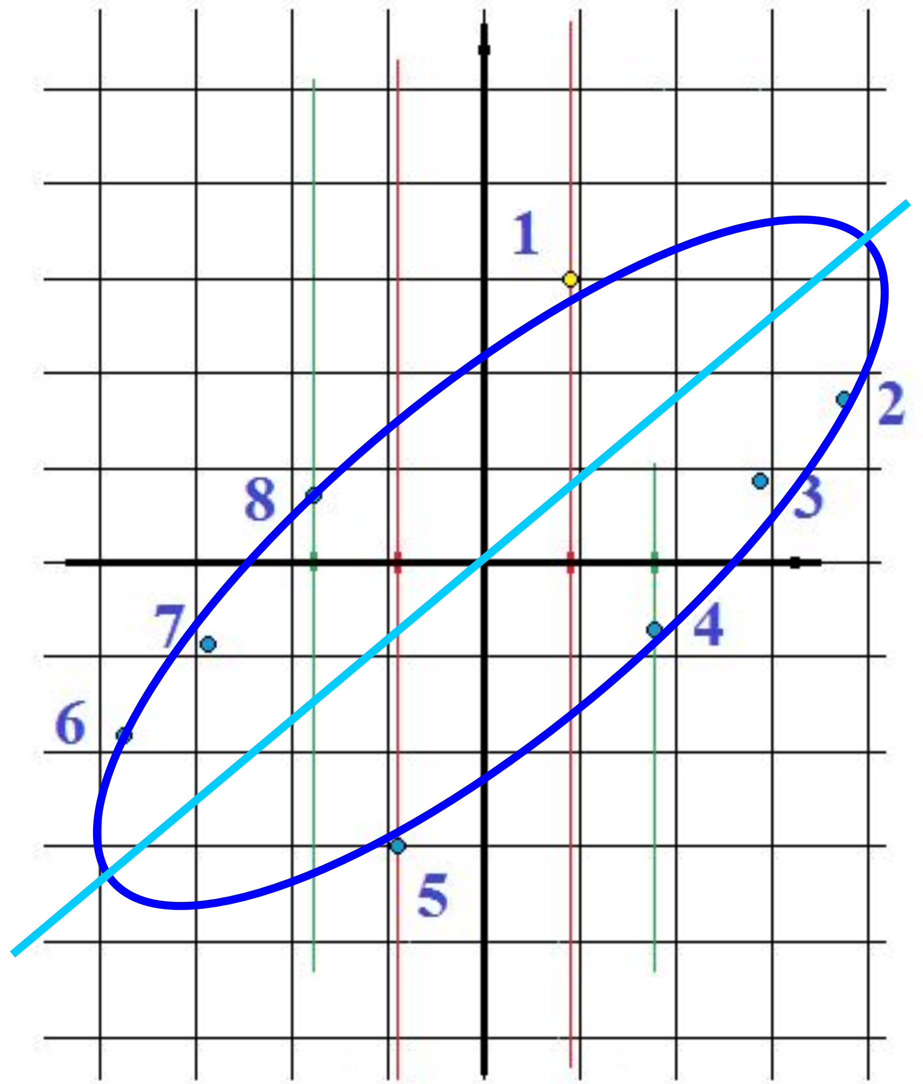


Разложение линейно поляризованной волны на две эллиптически поляризованные со сдвигом +3π/4



Разложение линейно поляризованной волны на две эллиптически поляризованные со сдвигом +π/2 и +3π/4

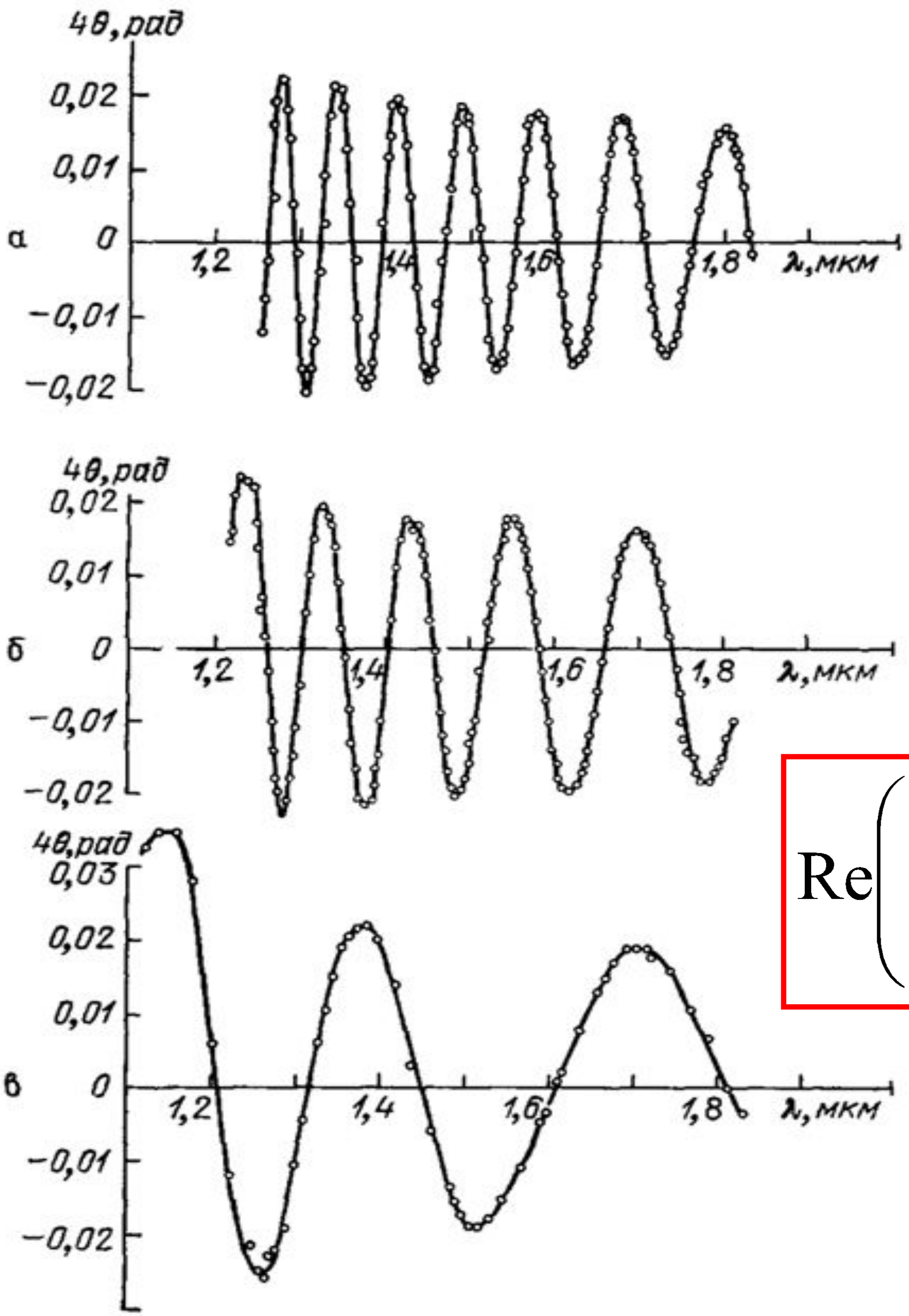




Эллиптичность волны на выходе:

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_d = \frac{-i\cdot\left(b_1\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_1}{c}\right)} - b_1\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_2}{c}\right)}\right)}{a_1\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_1}{c}\right)} + a_2\cdot e^{i\omega\left(t-\frac{dn_2}{c}\right)}} =$$

$$= K_1\cdot\sin\left(\frac{\omega d(n_2-n_1)}{c}\right) - 2K_1\cdot i\cdot\sin^2\left(\frac{\omega d(n_1-n_2)}{2c}\right)$$



Зависимость угла поворота большой оси эллипса поляризации в пластинках ортоферрита иттрия $YFeO_3$, перпендикулярных оси [001], разных толщин:
а – 750 мкм, б – 515 мкм,
в – 210 мкм.

$$\mathrm{Re}\left(\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_d\right) = K_1 \cdot \sin\left(\frac{\omega d\,(n_2 - n_1)}{c}\right)$$

Четкин М.В., Щербаков Ю.И.
ФТТ, 11, 1620 (1969)

<u>Двулучепреломление</u>

- Симметрия тензоров [ε] и [μ].
- Анизотропные среды. Оптическая ось.
- Двулучепреломление в одноосном кристалле
- Линейно поляризованная волна в одноосном кристалле.

  Если в одноосном кристалле линейно поляризованный свет распространяется не по оптический оси, то на выходе из кристалла свет становится эллиптически поляризованным
- Случай изотропной среды