

Текстовые задачи.

Теория

Вероятностей.

-Простейшие текстовые задачи

-Начала теории вероятностей

-Текстовые задачи

Простейшие текстовые задачи.

- Вычисления
- Округление с недостатком
- Округление с избытком
- Проценты
- Проценты и округление

Простейшие текстовые задачи.

Теория.

- Округление — математическая операция, позволяющая уменьшить количество знаков в записи числа за счет замены числа его приближенным значением. Округление производится постепенно справа налево в соответствии со следующими правилами:
 - если первая из отбрасываемых цифр < 5 , то последняя сохраняемая цифра не изменяется;
 - если первая из отбрасываемых цифр $= 5$ или > 5 , то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу;
- Округление следует выполнять сразу до желаемого количества значащих цифр, а не по этапам.

Простейшие текстовые задачи.

Вычисление.

- Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она получит с 500 рублей?

Простейшие текстовые задачи.
Вычисление.

1. Найдем стоимость покупки:
 $1,2 \cdot 80 = 96$ рублей
2. Найдем размер сдачи:
 $500 - 96 = 404$ рубля.

Простейшие текстовые задачи.

Округление с недостатком.

- Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?

Простейшие текстовые задачи.

Округление с недостатком.

1. Разделим 60 на 7.20

$$60/7.2 = \frac{60}{7.2} = \frac{600}{72} = 8 \frac{24}{72} = 8 \frac{1}{3}$$

Получается, что мы можем купить 8
штук

Простейшие текстовые задачи.

Округление с избытком.

- В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 181 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

Простейшие текстовые задачи.

Округление с избытком.

1. Посчитаем сколько нужно сахара на всех людей

На 181 человека на 1 день полагается

$$181 \cdot 40 = 7240 \text{ г сахара}$$

2. Выясним сколько нужно будет сахара для всех людей на 5 дней

$$7240 \cdot 5 = 36\,200 \text{ г}$$

3. Ответ нужен в кг. Переводим.

$$36\,200 : 1000 = 36,2$$

Следовательно, ответ : 37 килограммовых упаковок

Простейшие текстовые задачи.

Проценты.

- Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

Простейшие текстовые задачи.

Проценты.

Пусть заработная плата будет x .

Тогда:

1. $x - 0,13x = 9570$

2. $0,87x = 9570$

3. $x = 9570 / 0,87$

4. $x = 11\ 000$ - ответ

Простейшие текстовые задачи.

Проценты и округление.

- Студент получил свой первый гонорар в размере 700 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет тюльпанов для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество тюльпанов сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, тюльпаны стоят 60 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

Простейшие текстовые задачи.

Проценты и округление.

1. Посчитаем налог

$$700 \cdot 0,13 = 91 \text{ рубль}$$

2. Сколько останется денег после выплаты налога?

$$700 - 91 = 609$$

3. Сколько студент сможет купить цветов?

$$609 / 60 = 10 \frac{9}{60}$$

По условию, нужно нечетное количество цветов.

Ответ : 9

Простейшие текстовые задачи.

- Пачка сливочного масла стоит 60 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько рублей стоит пачка масла для пенсионера?
- Футболка стоила 800 рублей. Затем цена была снижена на 15%. Сколько рублей сдачи с 1000 рублей должен получить покупатель при покупке этой футболки после снижения цены?

Простейшие текстовые задачи.

1. Ответ: 57

2. Ответ: 320

Начало Теории Вероятностей.

- Классическое определение вероятности
- Теоремы о вероятностях событий

Начало Теории Вероятностей.

Вероятность — это числовая характеристика возможности наступления какого-либо события. Вероятностью события A называется отношение числа m случаев, благоприятствующих его наступлению, к числу n всех возможных случаев. Обозначение:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Если событие наступить не может, оно называется невозможным. Вероятность невозможного события равна 0. Если событие непременно наступает, оно называется достоверным. Вероятность достоверного события равна 1. Вероятность события — число из отрезка $[0; 1]$.

Начало Теории Вероятностей.

Произведением событий A и B называется событие $C = AB$, состоящее в том, что в результате испытания произошло и событие A , и событие B , т. е. оба события произошли.

Суммой событий A и B называется событие $C = A + B$, состоящее в наступлении, по крайней мере, одного из них, т. е. в наступлении события A , или события B , или обоих этих событий вместе.

Начало Теории Вероятностей.

- Два события называются независимыми, если вероятность появления каждого из них не зависит от того, появилось другое событие или нет. В противном случае события называются зависимыми.
- Два события называются совместными, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании. В противном случае события называются несовместными.
- Два события называются противоположными, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит. Вероятности противоположных событий в сумме дают 1.

Начало Теории Вероятностей.

- Теорема. Вероятность произведения двух независимых событий A и B равна произведению этих вероятностей: $P(AB) = P(A)P(B)$.
- Теорема. Вероятность суммы двух несовместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- Теорема. Вероятность суммы двух совместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. Пусть A и B — зависимые события. Условной вероятностью $P_A(B)$ события B называется вероятность события B , найденная в предположении, что событие A уже наступило.
- Теорема. Вероятность произведения двух зависимых событий A и B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденного в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)P_A(B)$.

Начало Теории Вероятностей.

Классическое определение вероятностей.

На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Таня наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Начало Теории Вероятностей.

Классическое определение вероятностей.

Всего возможных событий $n = 16$.

Благоприятных событий $m = 4$.

Подставляем в формулу $P(A) = \frac{m}{n}$.

Получаем $4/16 = \frac{1}{4} = 0.25$

Начало Теории Вероятностей.

Теоремы о вероятностях событий

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Начало Теории Вероятностей.

Теоремы о вероятностях событий

- Вероятность того, что батарейка исправна, равна 0,94.
- Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий: $0,94 \cdot 0,94 = 0,8836$.
- Ответ: 0,8836

Начало Теории Вероятностей

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами.

Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат

округлите до сотых.

Начало Теории Вероятностей

ОТВЕТ: 0,93

Текстовые задачи

- Задачи на проценты, сплавы, смеси
- Задачи на движение по прямой
- Задачи на движение по окружности
- Задачи на движение по воде
- Задачи на совместную работу
- Задачи на прогрессии

Текстовые задачи. Задачи на проценты, сплавы, смеси

Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Текстовые задачи. Задачи на проценты, сплавы, смеси

1. Узнаем сколько процентов внес Антон.

$$42\ 000 * 100 / 200\ 000 = 21\%$$

2. Посчитаем сколько процентов внес Борис

$$100 - 12 - 14 - 21 = 53\%$$

3. Посчитаем прибыль Бориса

$$0,53 * 1\ 000\ 000 = 530\ 000$$

Текстовые задачи.

Движение по прямой.

Движение по прямой. Пусть скорости двух тел, начинающих движение одновременно, суть v_1 и v_2 , расстояние между ними S . Тогда:

- при движении навстречу друг другу они встретятся через время $\frac{S}{v_1 + v_2}$
- при движении в одну сторону и при $v_1 > v_2$, первое тело догонит второе через время $\frac{S}{v_1 - v_2}$;
- при движении в противоположные стороны тела через время t будут находиться друг от друга на расстоянии $S + (v_1 + v_2)t$.
- Если тело движется по течению реки, то его скорость относительно берега w есть сумма скорости тела в стоячей воде v и скорости течения реки u : $w = u + v$ при движении против течения u : $w = u - v$

Текстовые задачи.

Движение по прямой.

Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

Текстовые задачи.

Движение по прямой.

Пусть t ч – время движения автомобилей до встречи.

Первый автомобиль пройдет расстояние $65t$ км, а второй – $75t$ км.

Тогда имеем:

$$65t + 75t = 560 \Leftrightarrow 140t = 560 \Leftrightarrow t = 4$$

Текстовые задачи.

Движение по окружности.

Пусть скорости двух тел, начинающих движение одновременно, суть v_1 и v_2 , тогда:

– при движении в одном направлении по замкнутой траектории длины S при условии $v_1 > v_2$ тела, отправившиеся из одной точки, снова встретятся через время $\frac{S}{v_1 + v_2}$

– при встречном движении по замкнутой траектории длины S тела, отправившиеся из одной точки, снова встретятся через время $\frac{S}{v_1 - v_2}$

Текстовые задачи.

Движение по окружности.

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Текстовые задачи.

Движение по окружности.

К моменту первого обгона мотоциклист за 10 минут проехал столько же, сколько велосипедист за 40 минут, следовательно, его скорость в 4 раза больше.

Поэтому, если скорость велосипедиста принять за x км/час, то скорость мотоциклиста будет равна $4x$, а скорость их сближения — $3x$ км/час.

С другой стороны, второй раз мотоциклист догнал велосипедиста за 30 минут, за это время он проехал на 30 км больше. Следовательно, скорость их сближения составляет 60 км/час.

Итак, $3x = 60$ км/час, откуда скорость велосипедиста равна 20 км/час, а скорость мотоциклиста равна 80 км/час.

Текстовые задачи.

Задачи на движение по воде

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления.

Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч

Текстовые задачи.

Задачи на движение по воде

Решение.

Пусть u км/ч — скорость течения, тогда скорость теплохода по течению равна $15 + u$ км/ч, а скорость теплохода против течения равна $15 - u$ км/ч. На весь путь теплоход затратил $40 - 10 = 30$ часов, отсюда имеем:

$$\frac{200}{15 - u} + \frac{200}{15 + u} = 30 \Leftrightarrow \frac{200 \cdot 15 \cdot 2}{225 - u^2} = 30 \Leftrightarrow \frac{200}{225 - u^2} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 200 = 225 - u^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 5; \\ u = -5 \quad u > 0 \end{cases} \Leftrightarrow u = 5.$$

Таким образом, скорость течения реки равна 5 км/ч.

Ответ: 5.

Текстовые задачи.

Задачи на совместную работу

На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Текстовые задачи.

Задачи на совместную работу

Обозначим n число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий. Тогда первый рабочий за час изготавливает $n+1$ деталь. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей, отсюда имеем:

$$\frac{99}{n+1} + 2 = \frac{110}{n} \Leftrightarrow \frac{101 + 2n}{n+1} = \frac{110}{n} \Leftrightarrow 110(n+1) = n(101 + 2n) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 9n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{9 + \sqrt{81 + 4 \cdot 2 \cdot 110}}{4} = 10; \\ n = \frac{9 - \sqrt{81 + 4 \cdot 2 \cdot 110}}{4} = -5,5 \end{cases} \begin{matrix} \Leftrightarrow n = 10. \\ n > 0 \end{matrix}$$

Текстовые задачи.

Задачи с прогрессией

Прогрессия - последовательность чисел, получаемых по некоторому правилу. Числа составляющие последовательность, называются ее членами.

Прогрессии:

- арифметическая прогрессия;
- геометрическая прогрессия.

Текстовые задачи.

Задачи с прогрессией

Арифметическая прогрессия - это последовательность чисел, в которой каждый член получается из предыдущего путем прибавления к нему одного и того же числа d , называемого разностью этой арифметической прогрессии.

Формула n -го члена: $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Формулы суммы n первых членов:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}, \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2}n.$$

Текстовые задачи.

Задачи с прогрессией

Геометрическая прогрессия - это последовательность чисел, каждое из которых равно предыдущему, умноженному на некоторое постоянное для данной прогрессии число q , называемое знаменателем этой геометрической прогрессии.

Формула n -го члена:

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Формулы суммы n первых членов:

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, \quad S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}.$$

Текстовые задачи.

Задачи с прогрессией

Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам

Текстовые задачи.

Задачи с прогрессией

Пусть улитка проползла в первый день – a_1 , в последний a_n метров. Тогда за n дней проползла $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} * n = 5n$ метров

Тогда получается : $5n = 150.$, $n = 30$

Ответ 30 Дней.

Текстовые задачи.

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Текстовые задачи.

ОТВЕТ: 9

ОТВЕТ: 8