

Физическая электроника

**Электронные
процессы
в твердом теле**

**Оптические явления
в твердом теле**

**Петрова
Ольга Борисовна**

petrova@proriv.ru

8-903-201-65-98

Структура курса

Форма	Количество	Баллы
Лекции	~ 16	--
Лабораторные	5	7 * 5
Контрольные	1	15
Домашние	1	10
Экзамен	1	40

Основные направления курса

- **Элементы зонной теории твердых тел**
- **Полупроводники, генерация и движение носителей тока**
- **Сверхпроводники**
- **Диэлектрические материалы**
- **Магнитные материалы**
- **Электронные и ионные явления в газах, газовые разряды**

Основные направления курса

- **Начальные сведения о технике СВЧ**
- **Фотоэлектрические приборы**
- **Люминесценция**
- **Лазеры**
- **Волоконная оптика**
- **Новые и перспективные направления в электронике**

Элементы зонной теории твердых тел

Зонная теория базируется на принципах квантовой механики:

- ❖ принцип квантования
- ❖ принцип неопределённости Гейзенберга
- ❖ принцип несовместимости Паули

Специфические допущения:

- 1) разделение частиц кристалла на лёгкие и тяжёлые - на валентные электроны и ионы.**

Специфические допущения:

В равновесии,

$$W_e = W_i$$

$$\frac{m_e \cdot V_e^2}{2} = \frac{M_i \cdot V_i^2}{2} \quad \frac{V_e^2}{V_i^2} = \frac{M_i}{m_e}$$

$$M_i \approx 1800m_e$$

$$\frac{V_e}{V_i} = \sqrt{\frac{M_i}{m_e}} = \sqrt{1800} \approx 40$$

Специфические допущения:

1) разделение частиц кристалла на лёгкие и тяжёлые - на валентные электроны и ионы.

= > не рассматриваем: обмен энергиями движения ионов и электронов

= > система электронов **изолированная**

«адиабатическое приближение»

Специфические допущения:

2) пренебрежение всеми процессами в кристаллах, сопровождающимся конечным смещением ионов

= > не рассматриваем:

- ✓ фазовые превращения,
- ✓ процессы с изменением ионной конфигурации

Специфические допущения:

3) сведение задачи многих тел к одноэлектронной задаче.

Взаимодействие каждого электрона со всеми остальными заменяется действием *стационарного поля*, создаваемого ансамблем электронов, на единственный, *выбранный для рассмотрения*, электрон.

Специфические допущения:

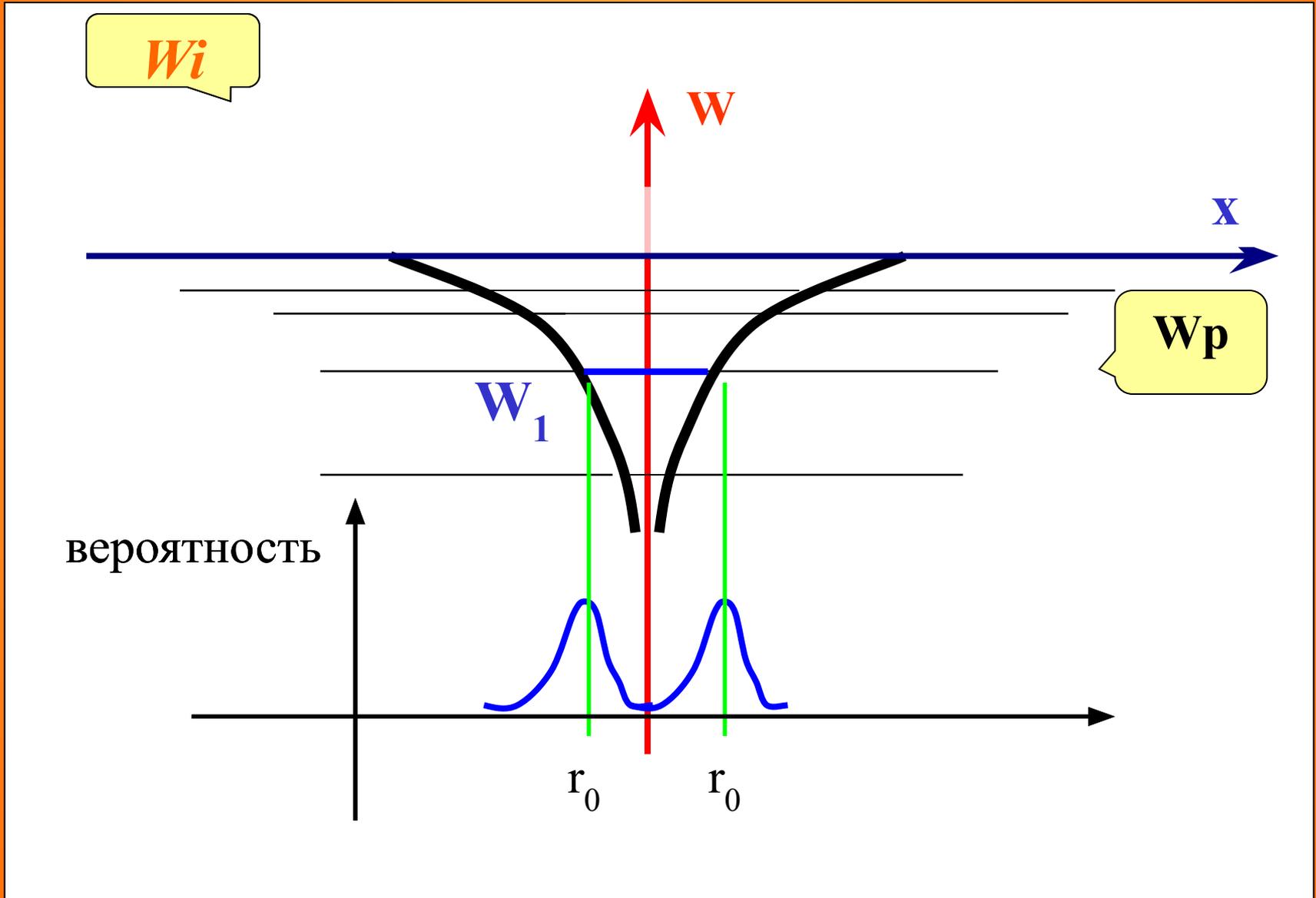
3) сведение задачи многих тел к одноэлектронной задаче.

Решение для газов было выполнено Хартри.

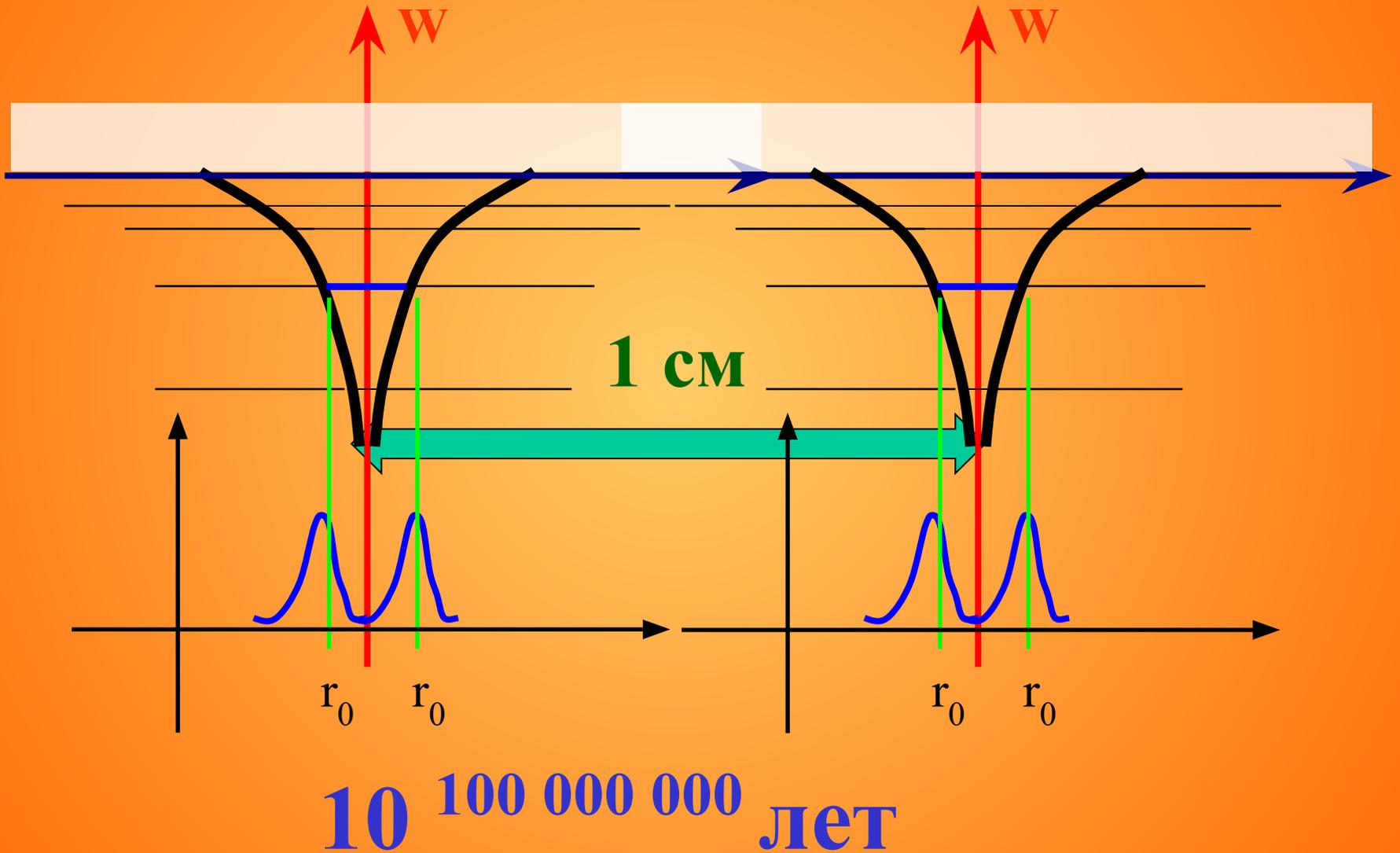
При этом использовалось распределение Максвелла.

Уточнения в уравнения Хартри, налагаемые статистикой Ферми, были внесены Фоком.

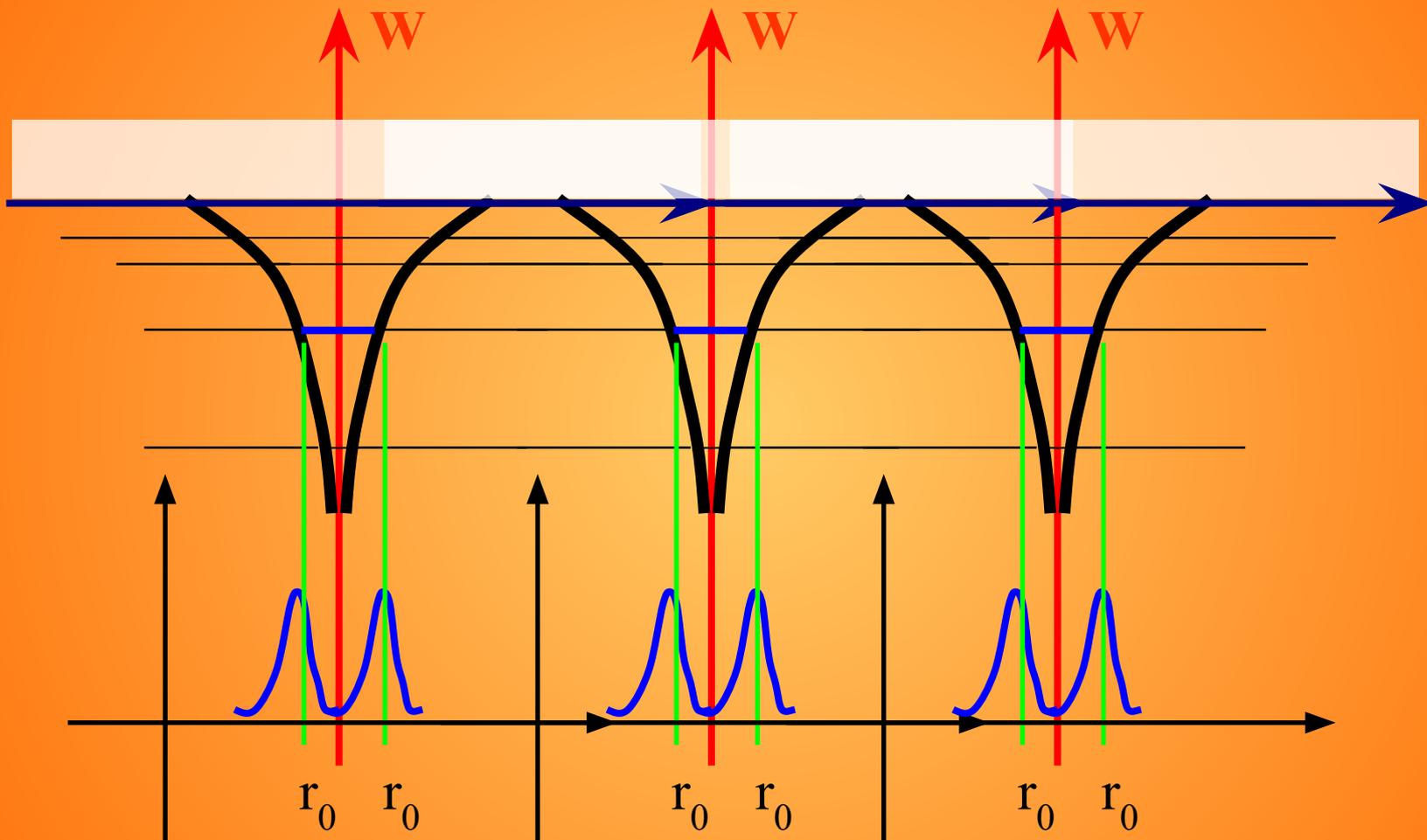
Образование зон



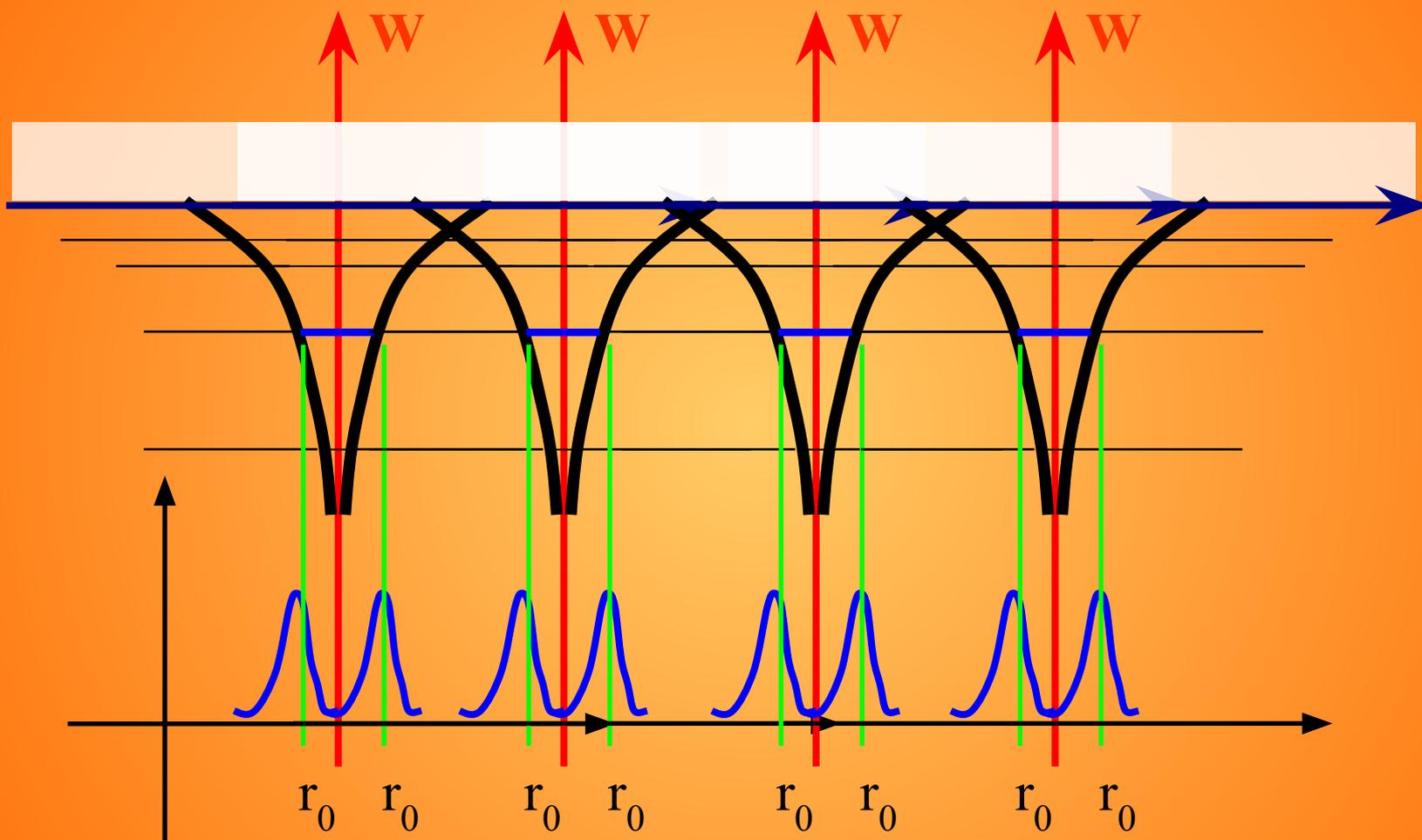
Образование зон



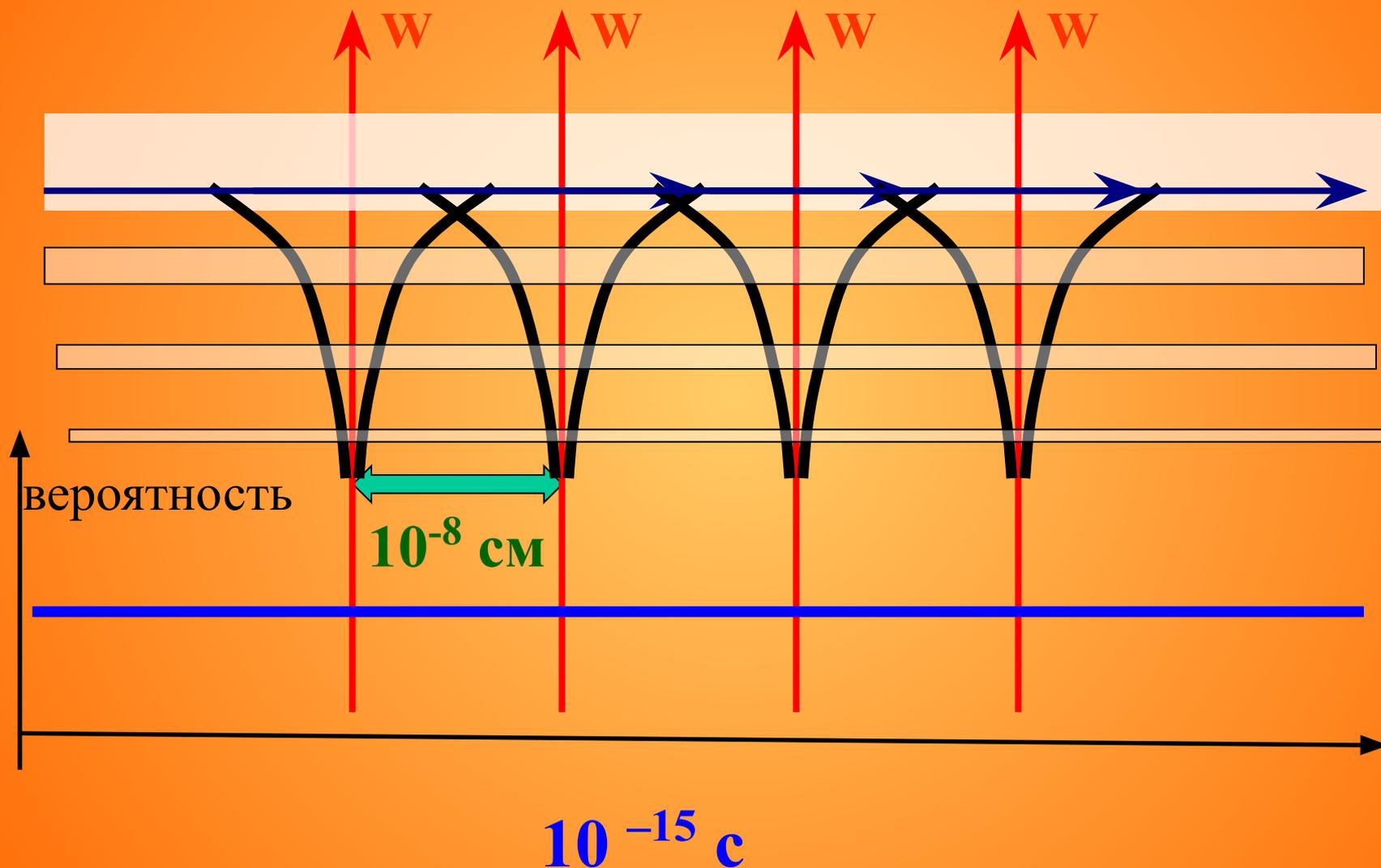
Образование зон



Образование зон



Образование зон



Образование зон

Расщепление уровней обусловлено принципом

неопределённости Гейзенберга:

$$\Delta W \cdot \tau \geq \hbar$$

время возбужденного состояния

электрона в отдельном атоме

$$10^{-8} \text{ с}$$

время нахождения валентного

электрона около каждого иона в кристалле

$$10^{-15} \text{ с}$$

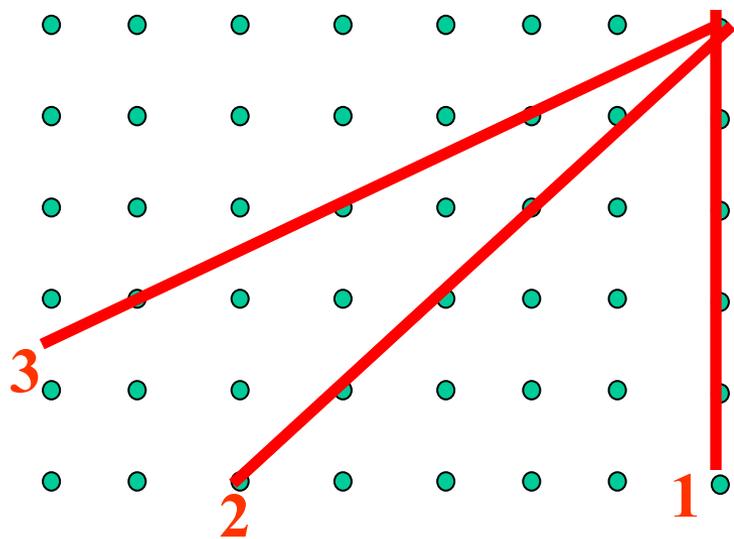
$$\Delta W = \hbar / \tau \quad (\hbar = 6,583 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с})$$

Уровни в атоме $\Delta W \sim 10^{-8} \text{ эВ} \cdot \text{с}$

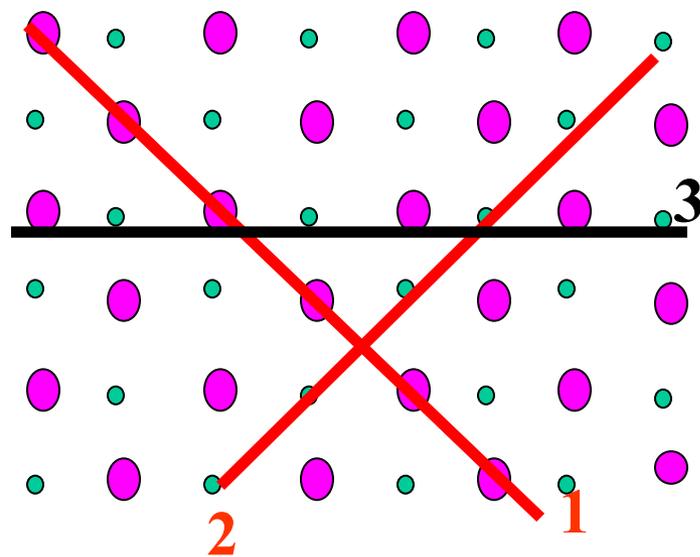
Уровни в кристалле $\Delta W \sim 1 \text{ эВ} \cdot \text{с}$

Движение электронов в зонах

Моноатомный кристалл



Бинарный кристалл



Движение электронов в зонах

масса свободного электрона - m

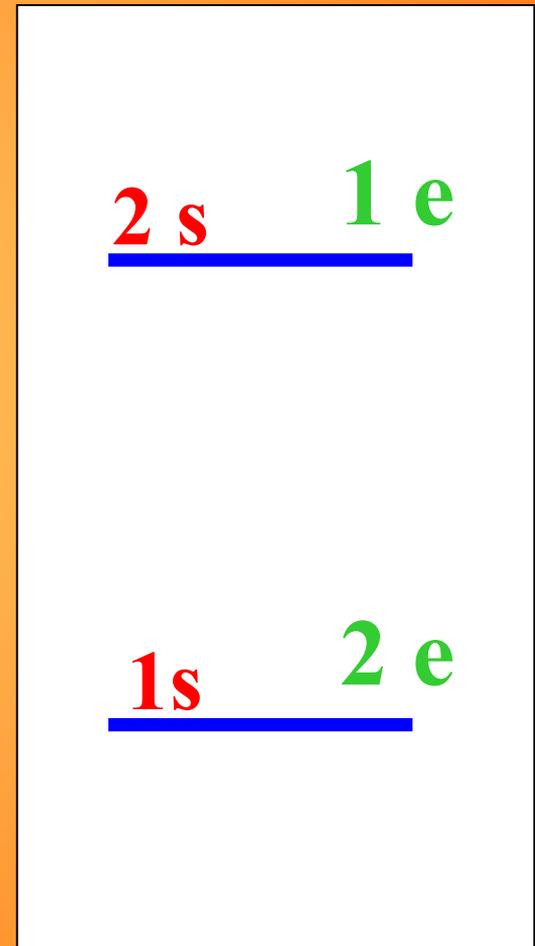
эффективная масса - m^*

Причины изменения m^*

1. периодическое электрическое поле решётки
2. вектор силы внешнего поля не обязательно совпадает с направлением разрешённого движения электрона.
3. ширина зоны: более узких зонах обычно и большая величина m^* .

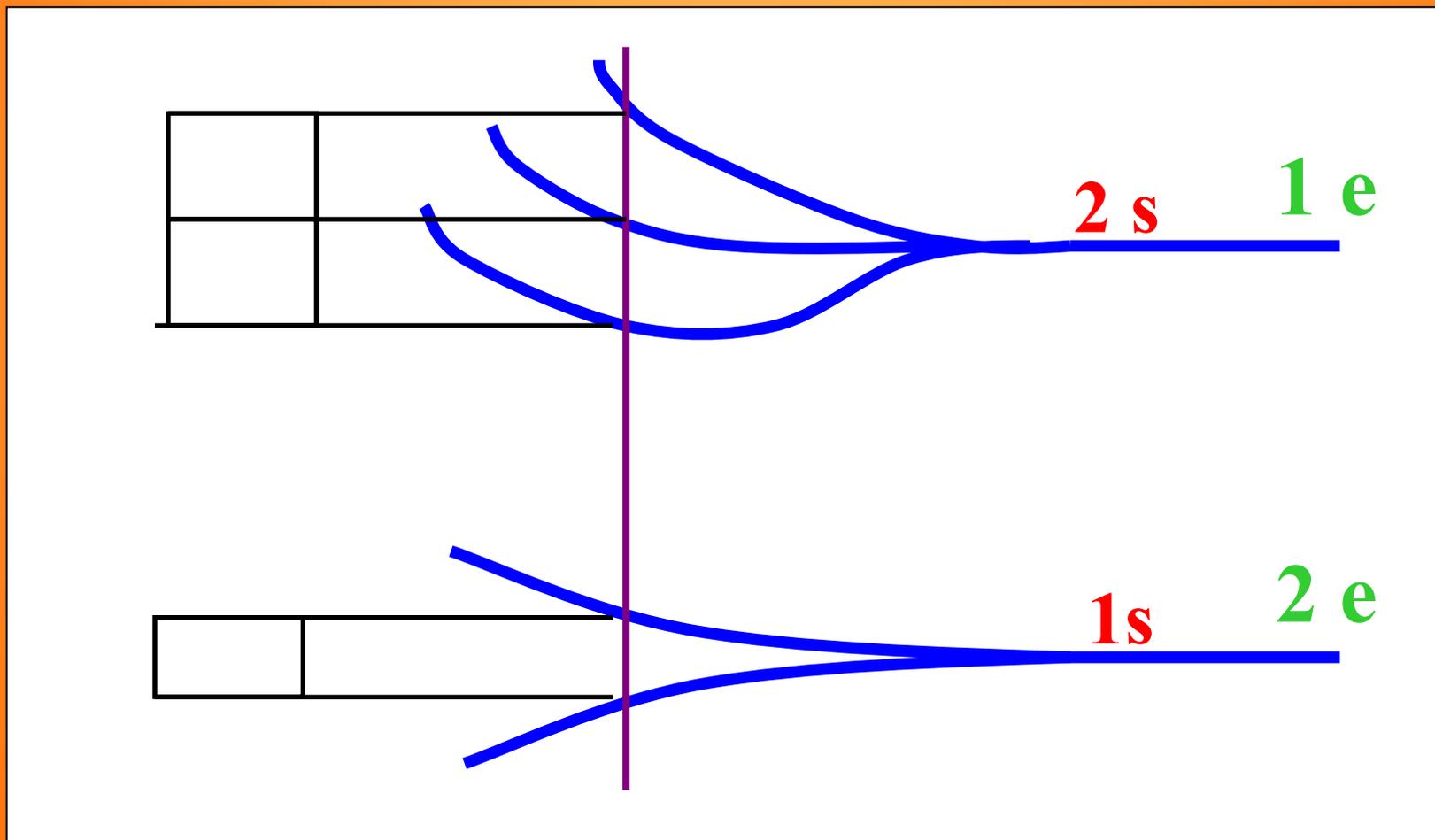
Проводимость кристаллов

Литий Li
 $1s^2 2s^1$



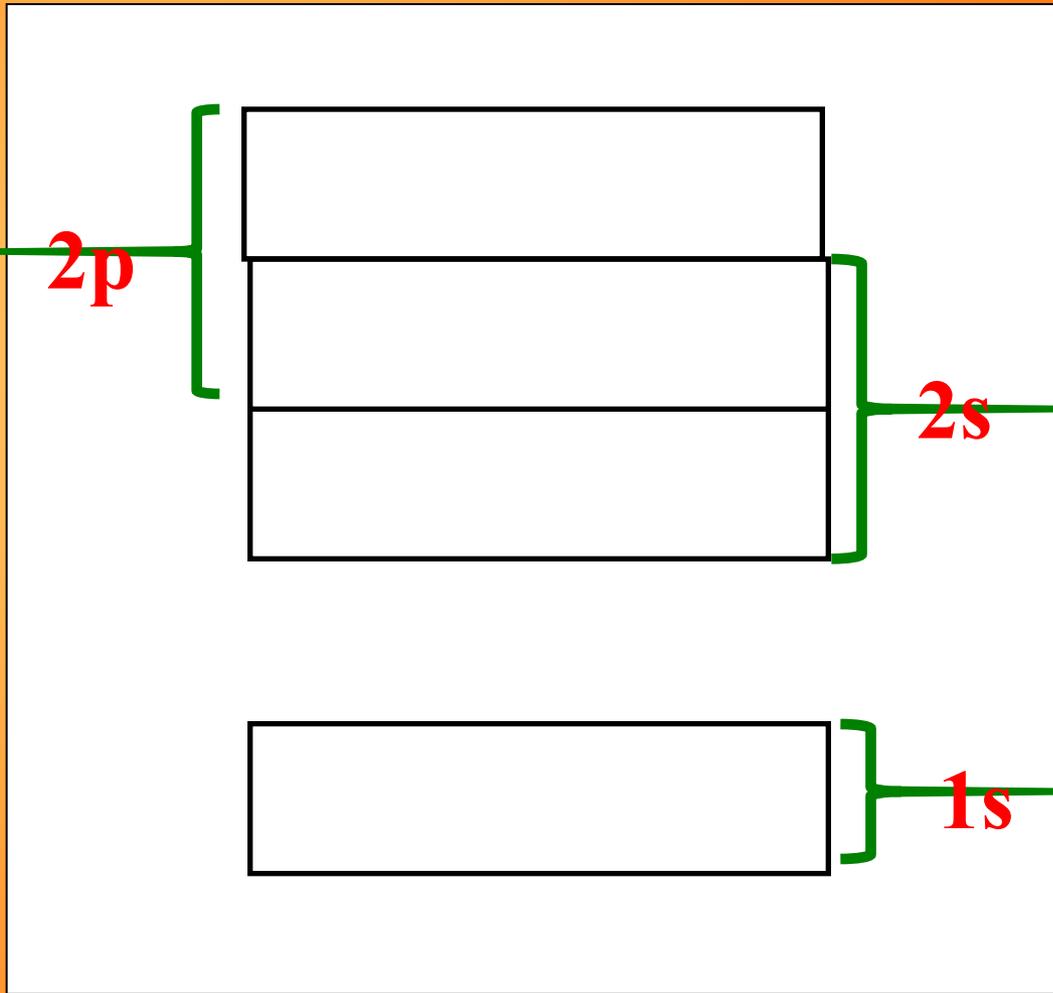
Проводимість кристаллов

Литий Li $1s^2 2s^1$



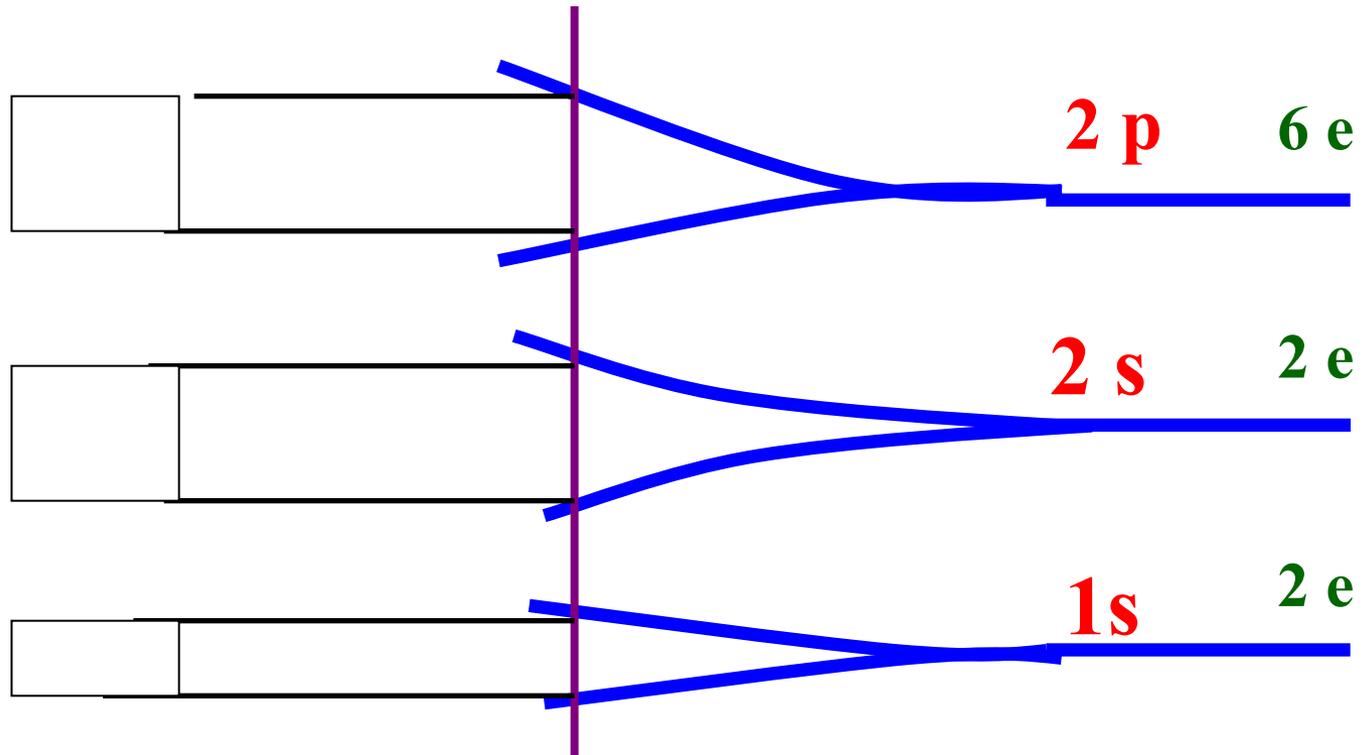
Проводимость кристаллов

Бериллий Ве
 $1s^2 2s^2$

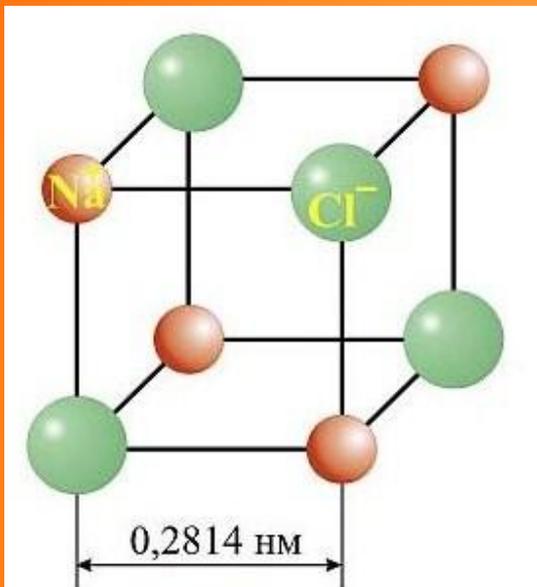


Проводимость кристаллов

Неон Ne $1s^2 2s^2 2p^6$



Химический аспект

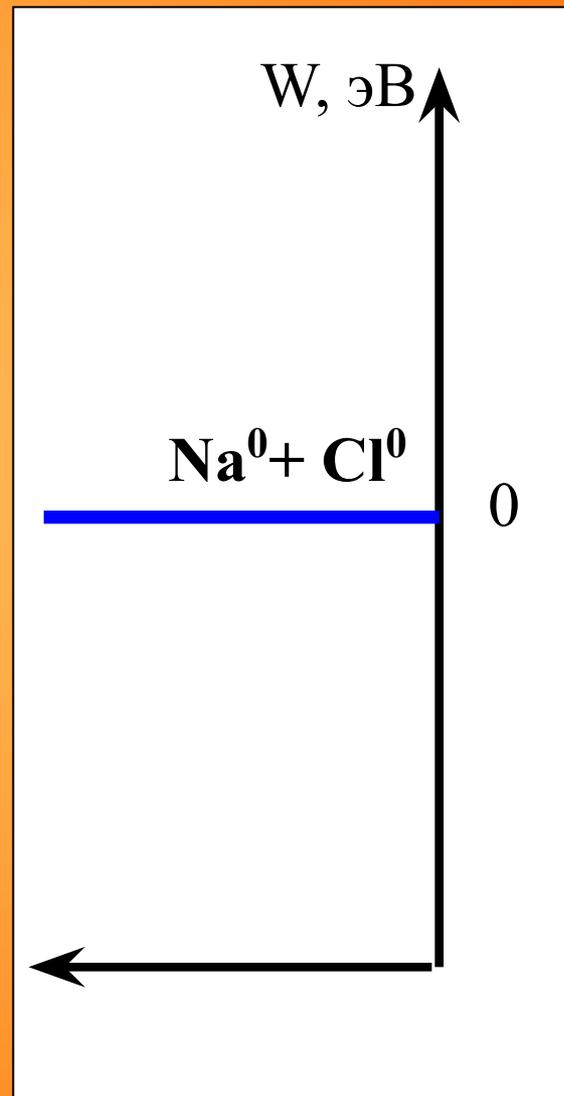


Энергия ионизации

$$\text{Na} = 5,2 \text{ эВ}$$

Сродство к e

$$\text{Cl} = 3,8 \text{ эВ}$$

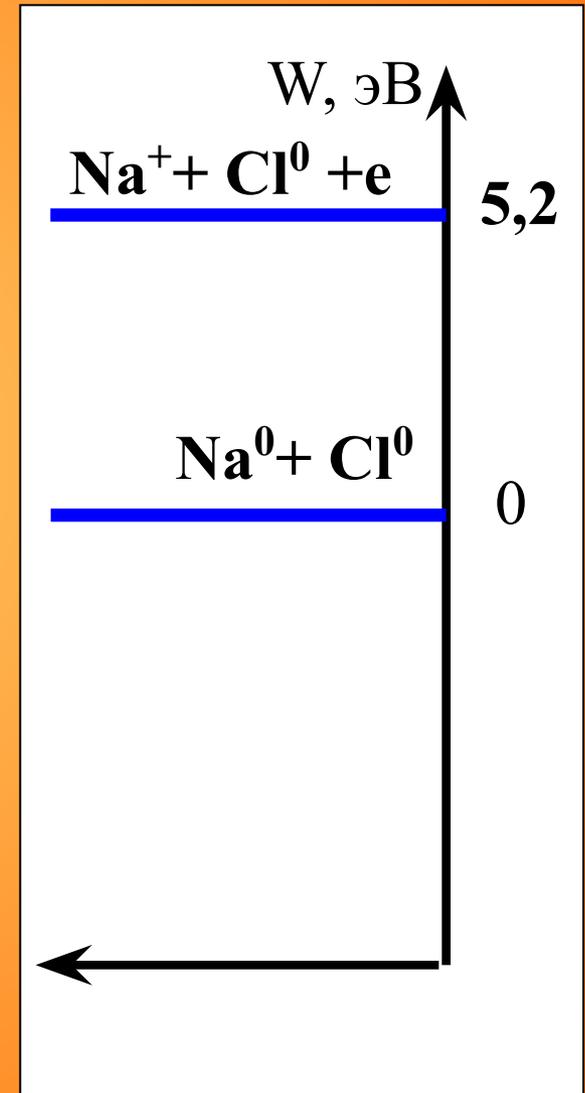
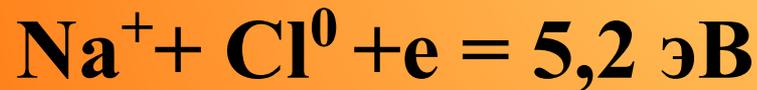


Химический аспект

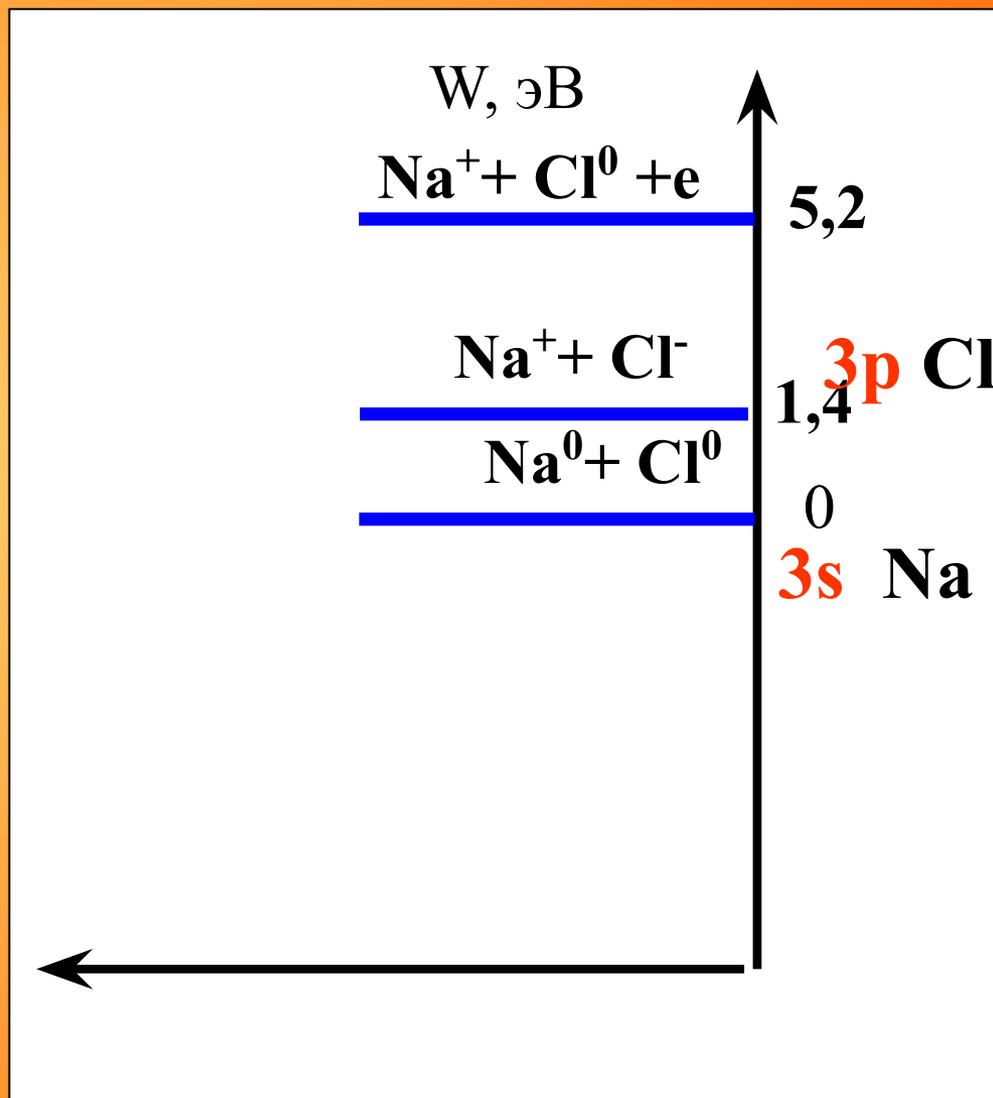
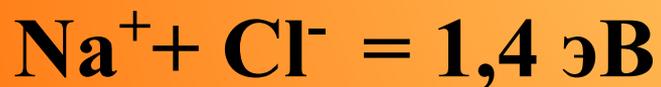


Энергия ионизации Na = 5,2 эВ

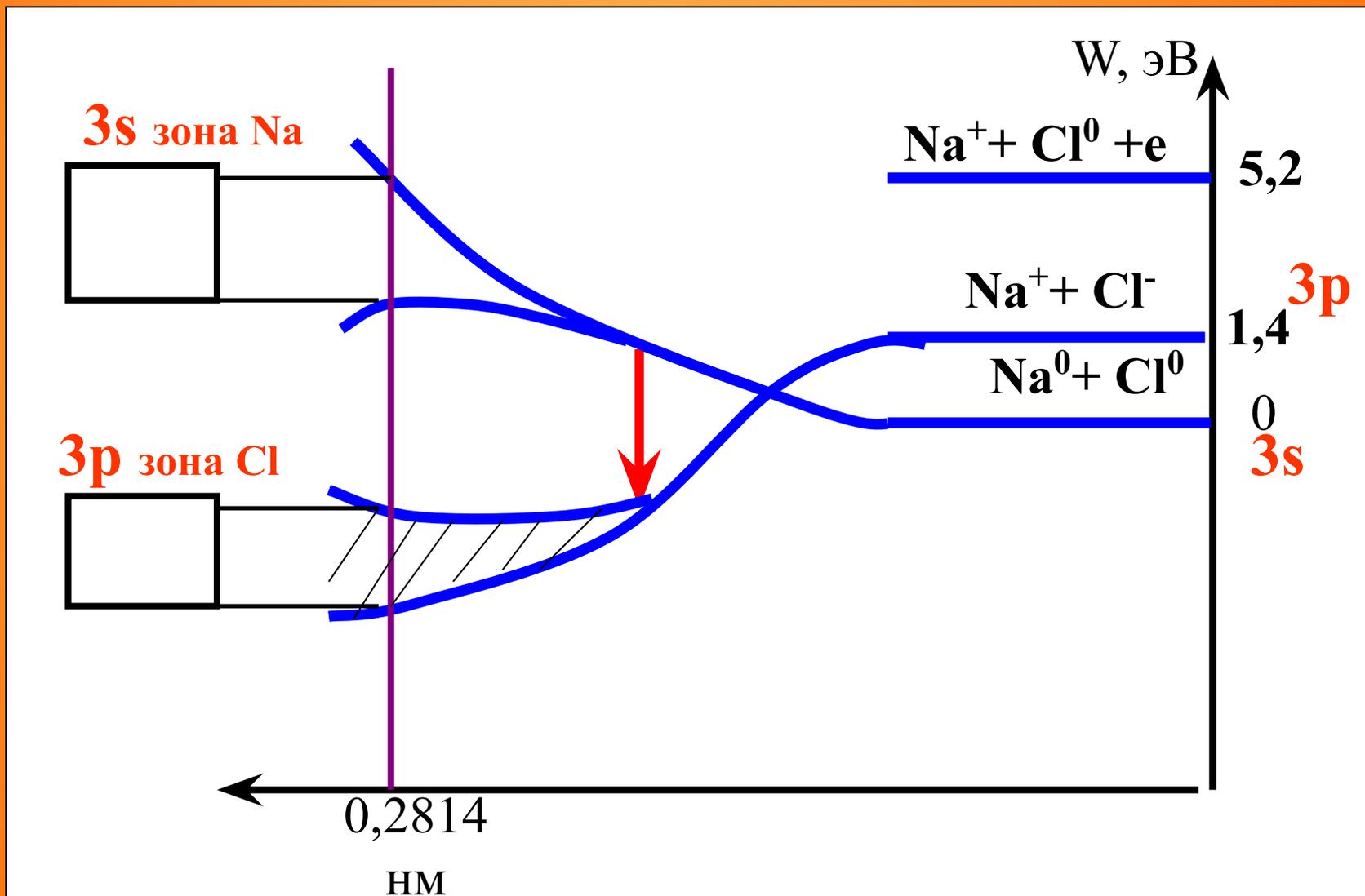
Сродство к e Cl = 3,8 эВ



Химический аспект

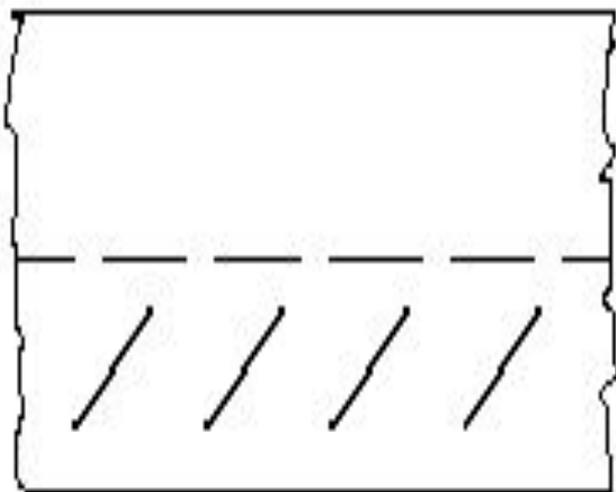


Химический аспект

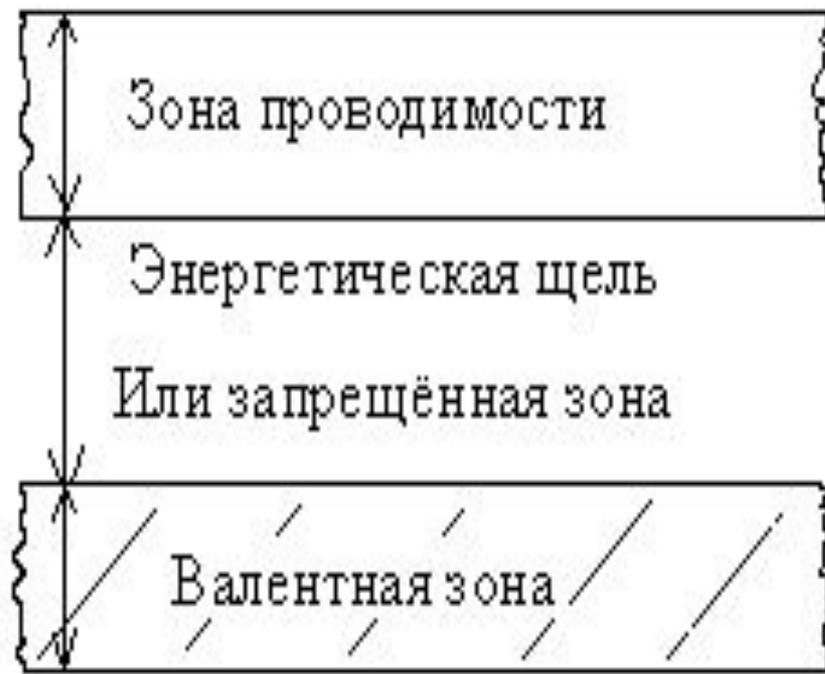


Проводимость кристаллов

МЕТАЛЛ



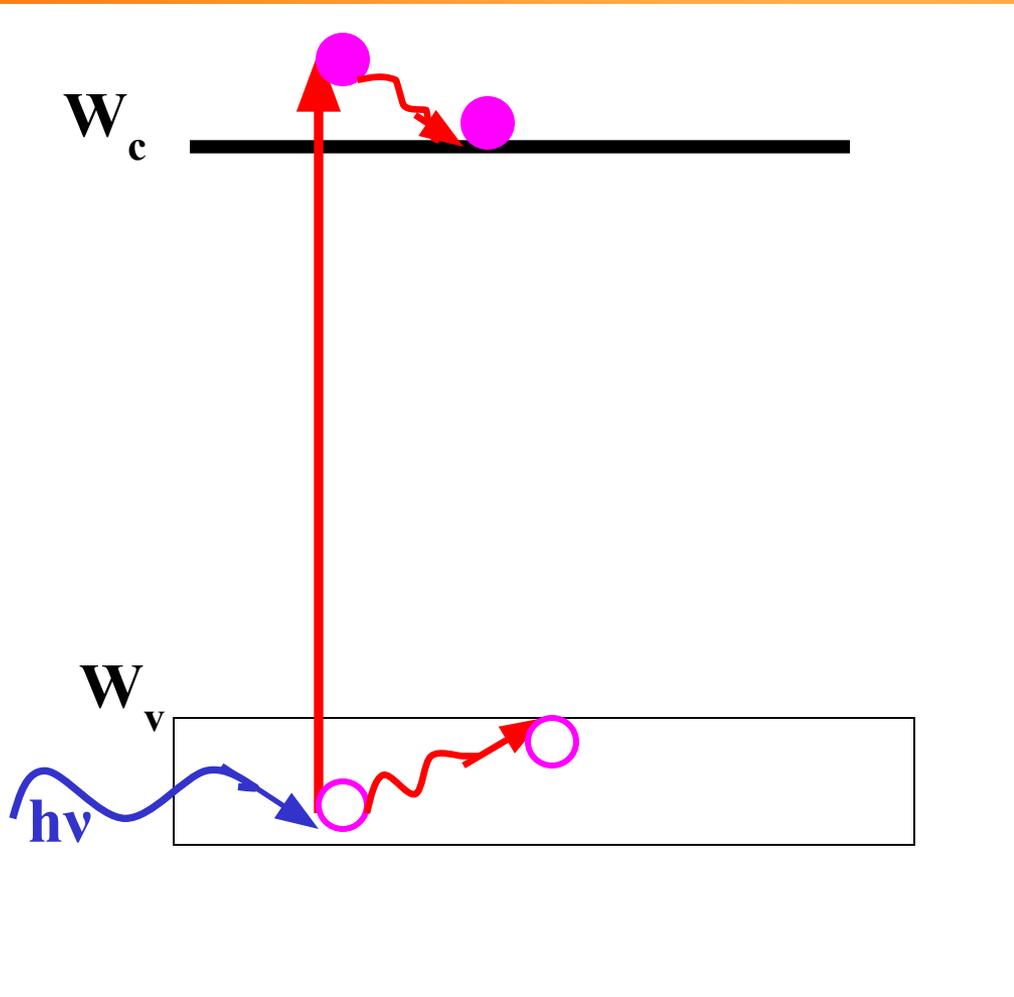
Диэлектрик, полупроводник



Ширина запрещенной зоны

- Германий Ge 0,7 эВ
- Кремний Si 1,1 эВ
- Арсенид галлия AsGa 1,4 эВ
- Сульфид кадмия CdS 2,4 эВ
- Сульфид цинка ZnS 3,7 эВ
- Силленит $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ 3,25 эВ
- NaCl 8,6 эВ
- алмаз 5,4 эВ

Проводимость кристаллов

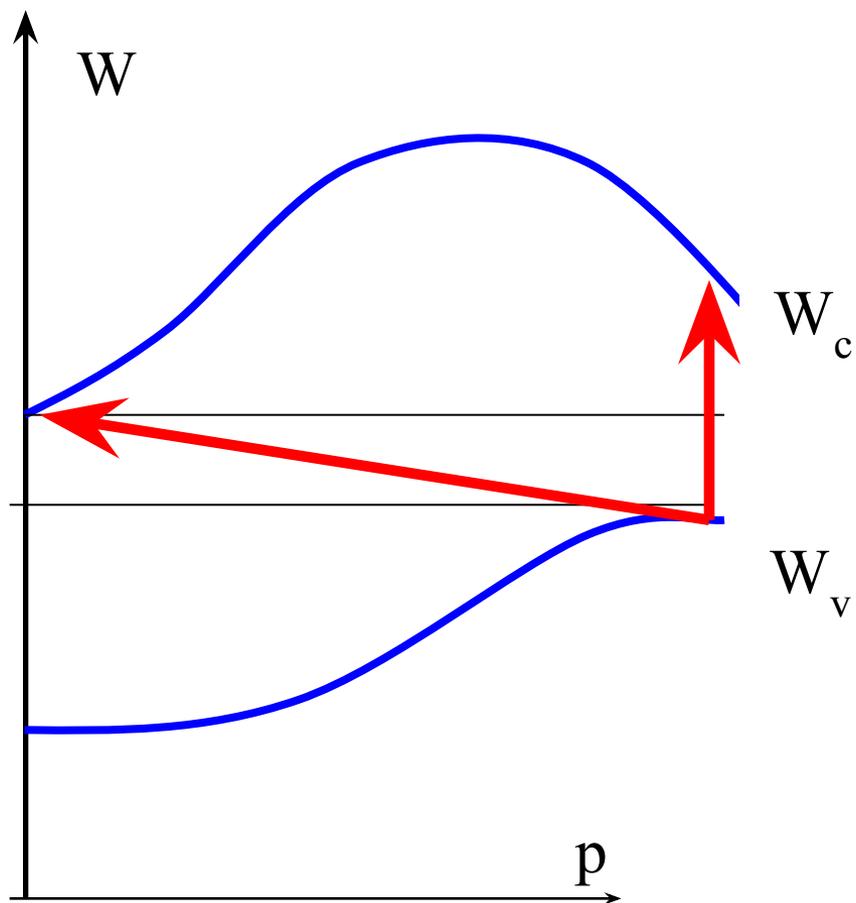


**ЗОНА
ПРОВОДИМОСТИ**

**ЗАПРЕЩЕННАЯ
ЗОНА**

**ВАЛЕНТНАЯ
ЗОНА**

Прямые и не прямые переходы



Прямые и непрямые переходы

- Германий Ge 0,7 **непрямой**
- Кремний Si 1,1 **непрямой**
- Арсенид галлия AsGa 1,4 **прямой**
- Сульфид кадмия CdS 2,4 **прямой**
- Сульфид цинка ZnS 3,7 **прямой**
- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$
 $x < 0,4$ 1,42- 2,16 **прямой**
 $x > 0,4$ **непрямой**
- алмаз 5,4 **непрямой**

Примесные полупроводники и диэлектрики

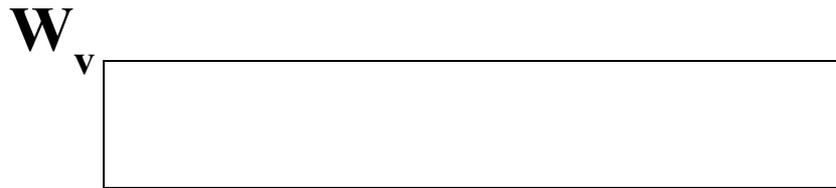
удельное сопротивление ρ (Ом·см)

Чистый Si 10^5

Si с примесью фосфора

1 атом P на 10^6 атомов Si $2,5$

Примесные полупроводники и диэлектрики

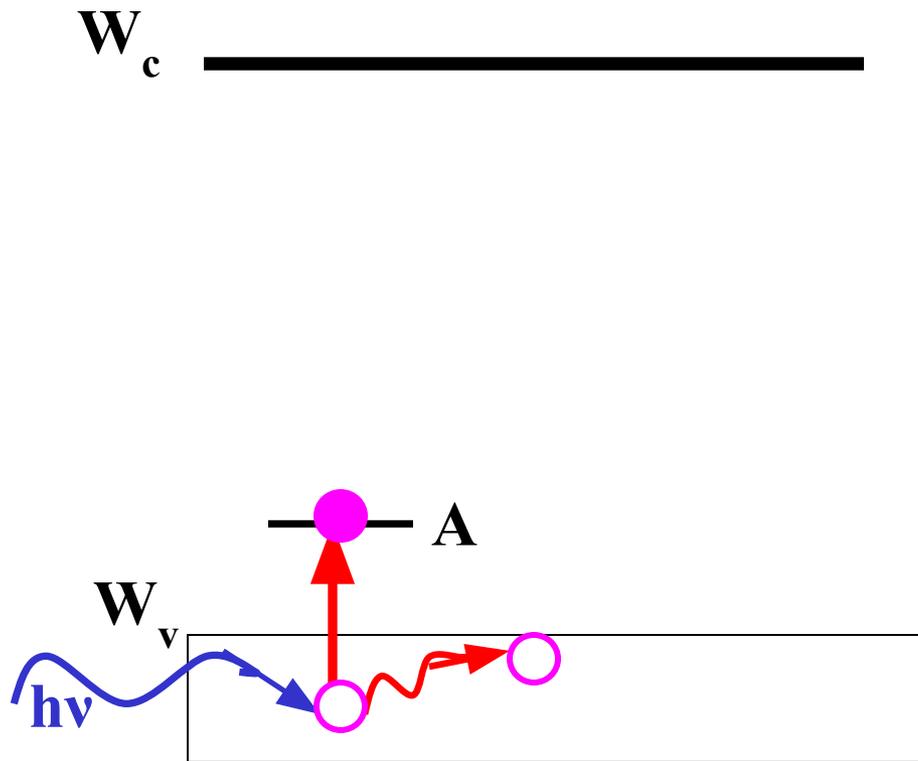


**ЗОНА
ПРОВОДИМОСТИ**

**ЗАПРЕЩЕННАЯ
ЗОНА**

**ВАЛЕНТНАЯ
ЗОНА**

Примесные полупроводники и диэлектрики

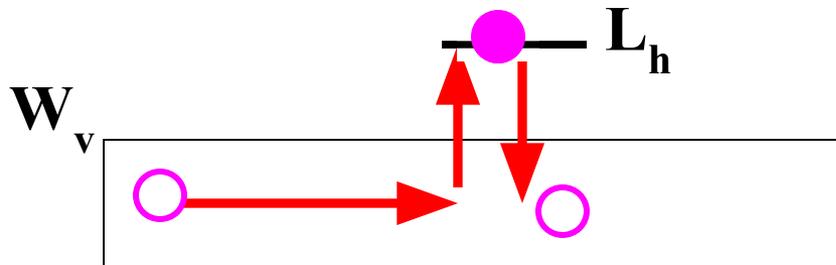
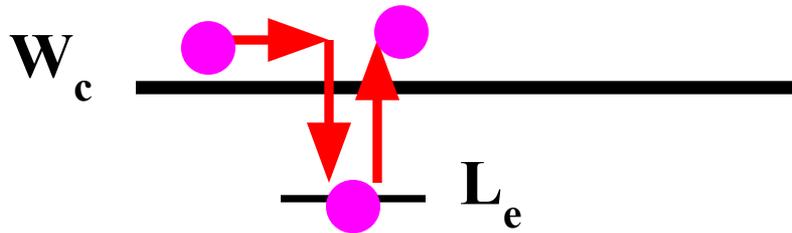


**ЗОНА
ПРОВОДИМОСТИ**

**ЗАПРЕЩЕННАЯ
ЗОНА**

**ВАЛЕНТНАЯ
ЗОНА**

Примесные полупроводники и диэлектрики

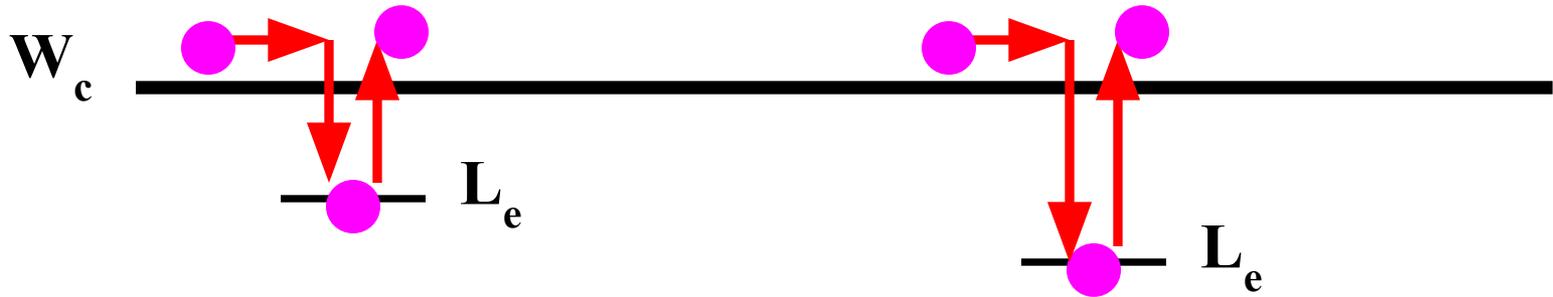


**ЗОНА
ПРОВОДИМОСТИ**

**ЗАПРЕЩЕННАЯ
ЗОНА**

**ВАЛЕНТНАЯ
ЗОНА**

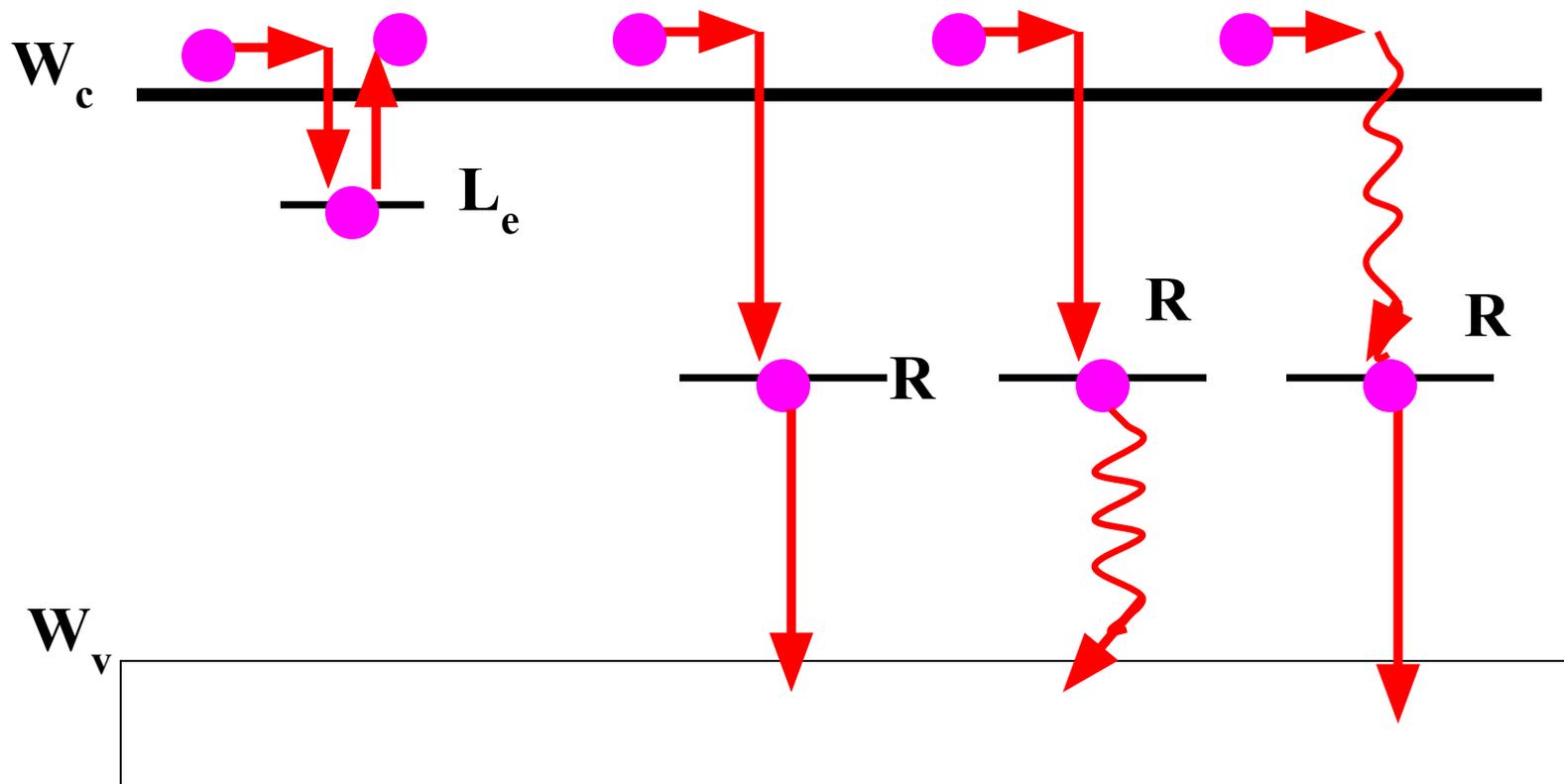
Примесные полупроводники и диэлектрики



W_v



Примесные полупроводники и диэлектрики



Подвижность

$$\mu = V / E$$

μ - подвижность ($\text{см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$)

V - средняя скорость носителей тока ($\text{см} \cdot \text{с}^{-1}$)

E - напряженность электрического поля ($\text{В} \cdot \text{см}^{-1}$)

Электропроводность

$$\sigma = e (\mu_e \cdot n + \mu_h \cdot p)$$

σ - удельная электропроводность полупроводника ($\text{Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$);

$$\sigma = 1/\rho$$

n и p – концентрации электронов и дырок,

e – заряд электрона $1,6 \cdot 10^{-19}$ (Кл) .

Статистика равновесных носителей тока

Функции распределения

1. Максвелла-Больцмана $f_{M-B} = A e^{-W/kT}$

где W - заданная энергия,

f - вероятность заполнения частицами
уровня с энергией W ,

A - константа,

k - постоянная Больцмана,

T - температура

Статистика равновесных носителей тока

Функции распределения

2. Ферми-Дирака

$$f_{F-D} = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1}$$

где W - заданная энергия,

f - вероятность заполнения частицами
уровня с энергией W ,

k - постоянная Больцмана,

T - температура,

W_F - энергетический параметр

Статистика равновесных носителей тока

Функции распределения

3. Бозе-Эйнштейна
$$f_{B-E} = \frac{1}{e^{\frac{W-W_B}{kT}} - 1}$$

где W - заданная энергия,

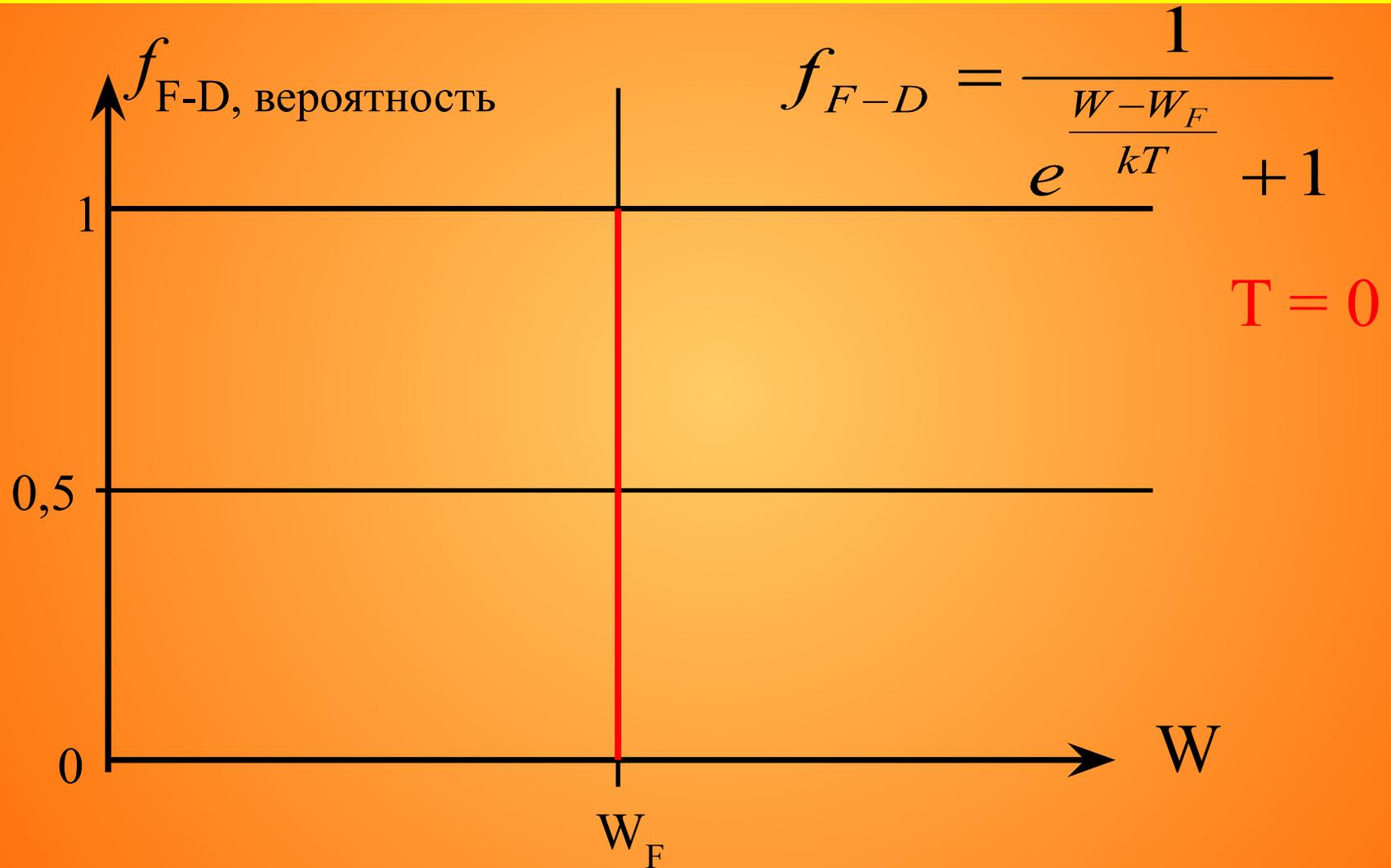
f - вероятность заполнения частицами
уровня с энергией W ,

k - постоянная Больцмана,

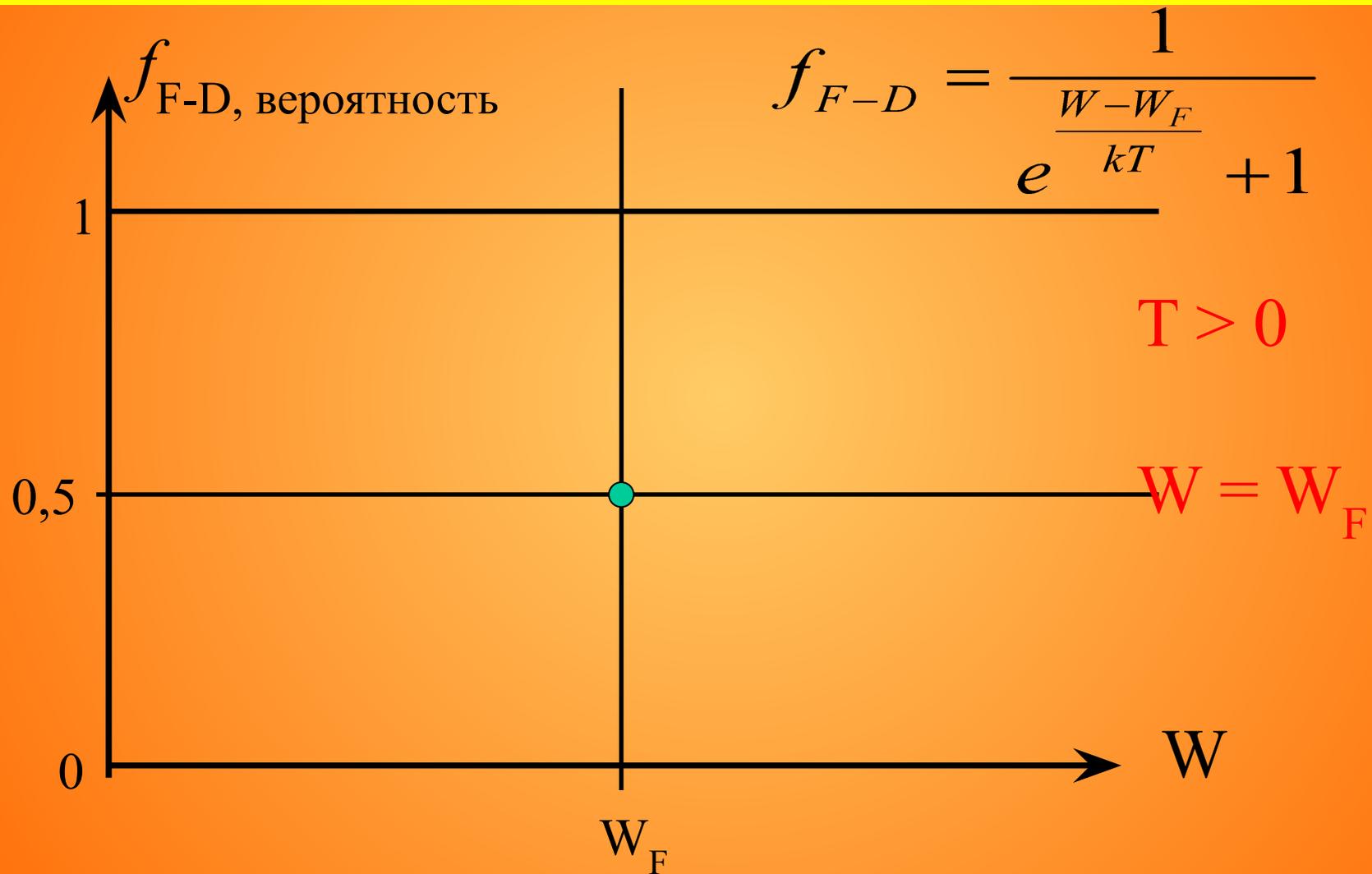
T - температура,

W_B - энергетический параметр

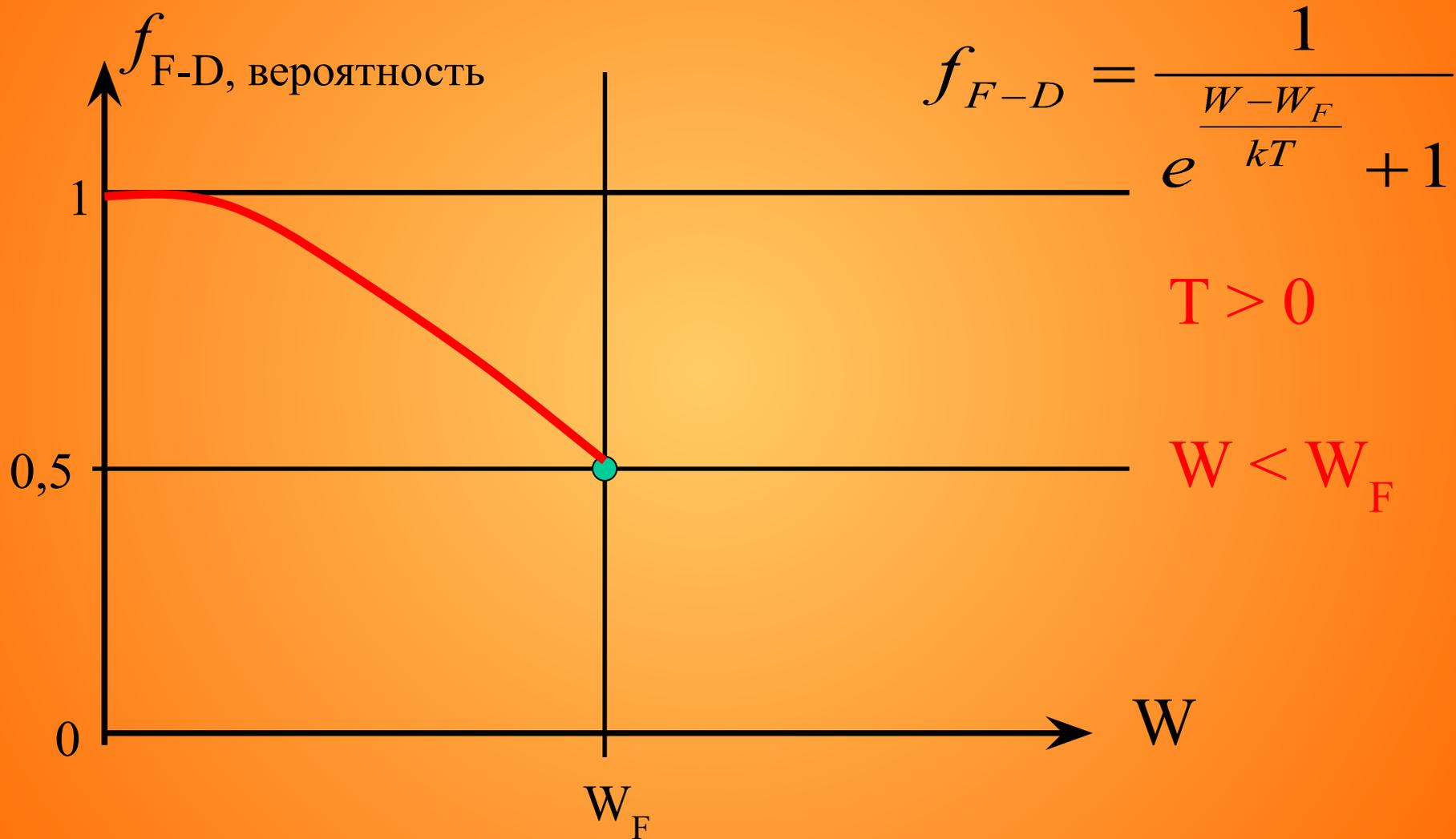
Функция Ферми-Дирака



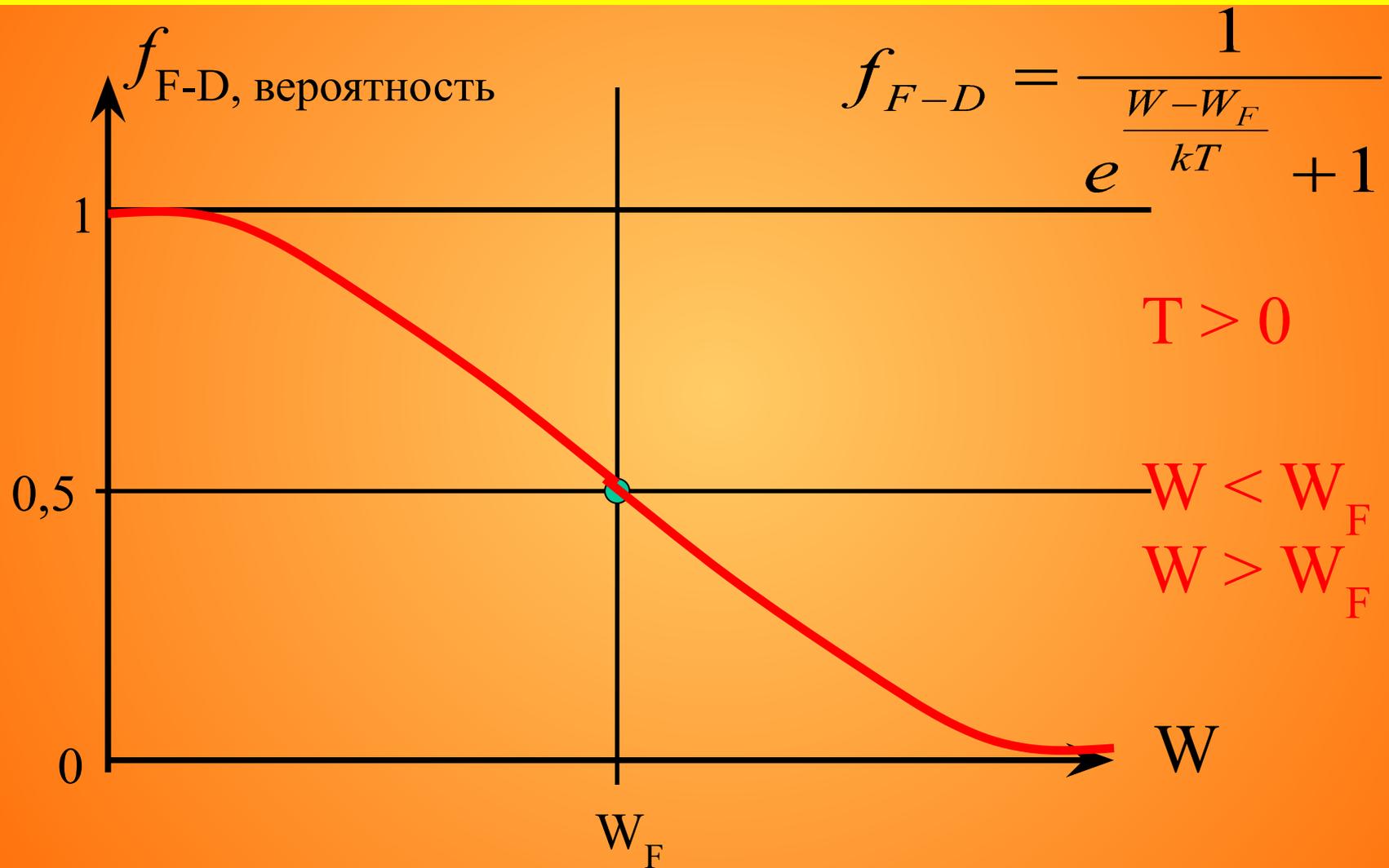
Функция Ферми-Дирака



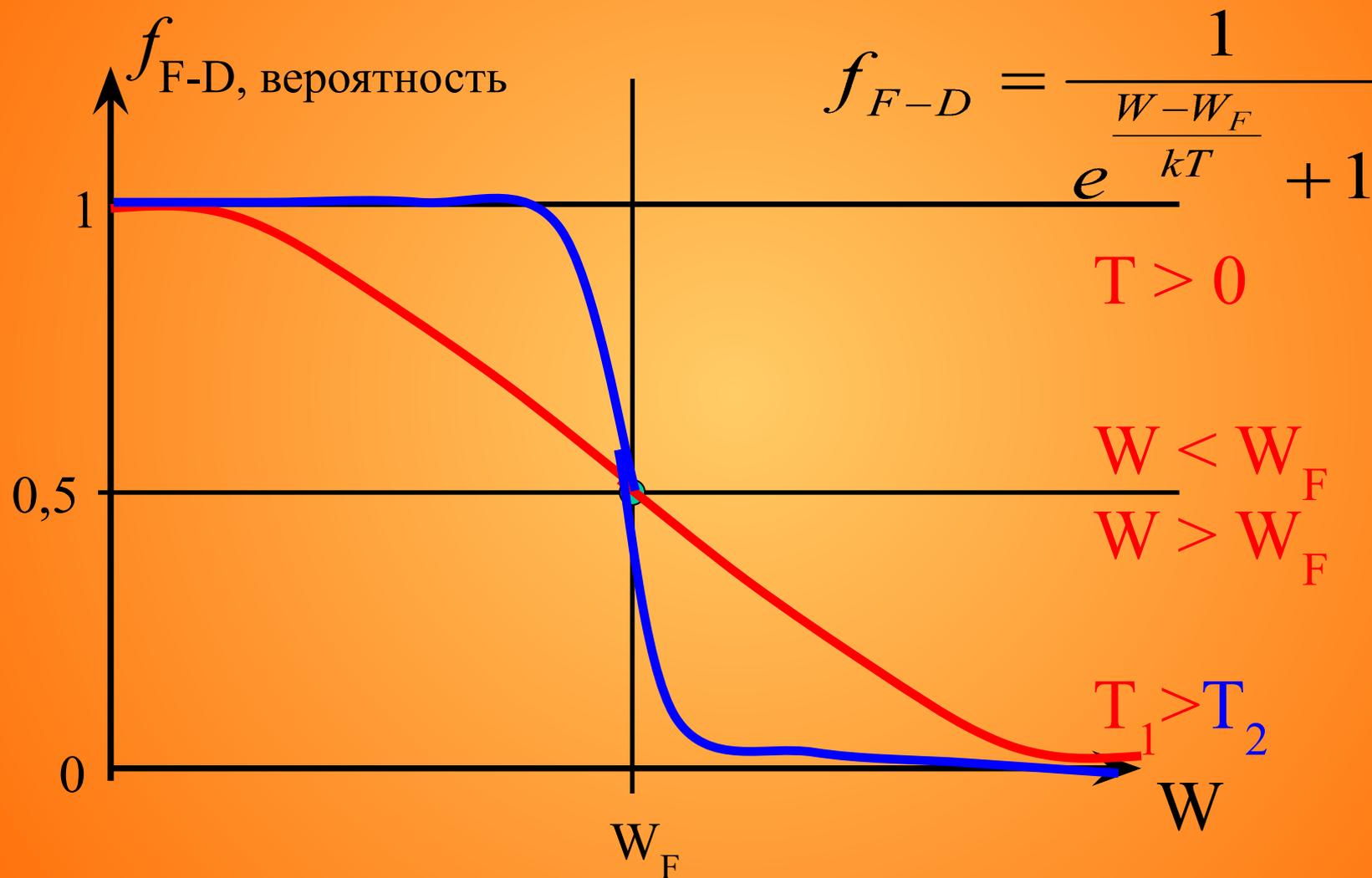
Функция Ферми-Дирака



Функция Ферми-Дирака



Функция Ферми-Дирака



Функция Ферми-Дирака

$$|W| \gg |W_F|$$

$$f_{F-D} = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} = e^{-\frac{(W-W_F)}{kT}} = e^{\frac{W_F}{kT}} e^{-W/kT}$$

$$f_{F-D} \cong A e^{-\frac{W}{kT}}$$

$$W - W_F \geq \pm 2kT$$

Некоторые полезные величины

$$kT = 0,026 \text{ эВ} \quad \text{при } T=300 \text{ К}$$

Значения постоянной Больцмана

$$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

$$8,62 \cdot 10^{-5} \text{ эВ/К}$$

Функция Ферми-Дирака

$$W > W_F$$

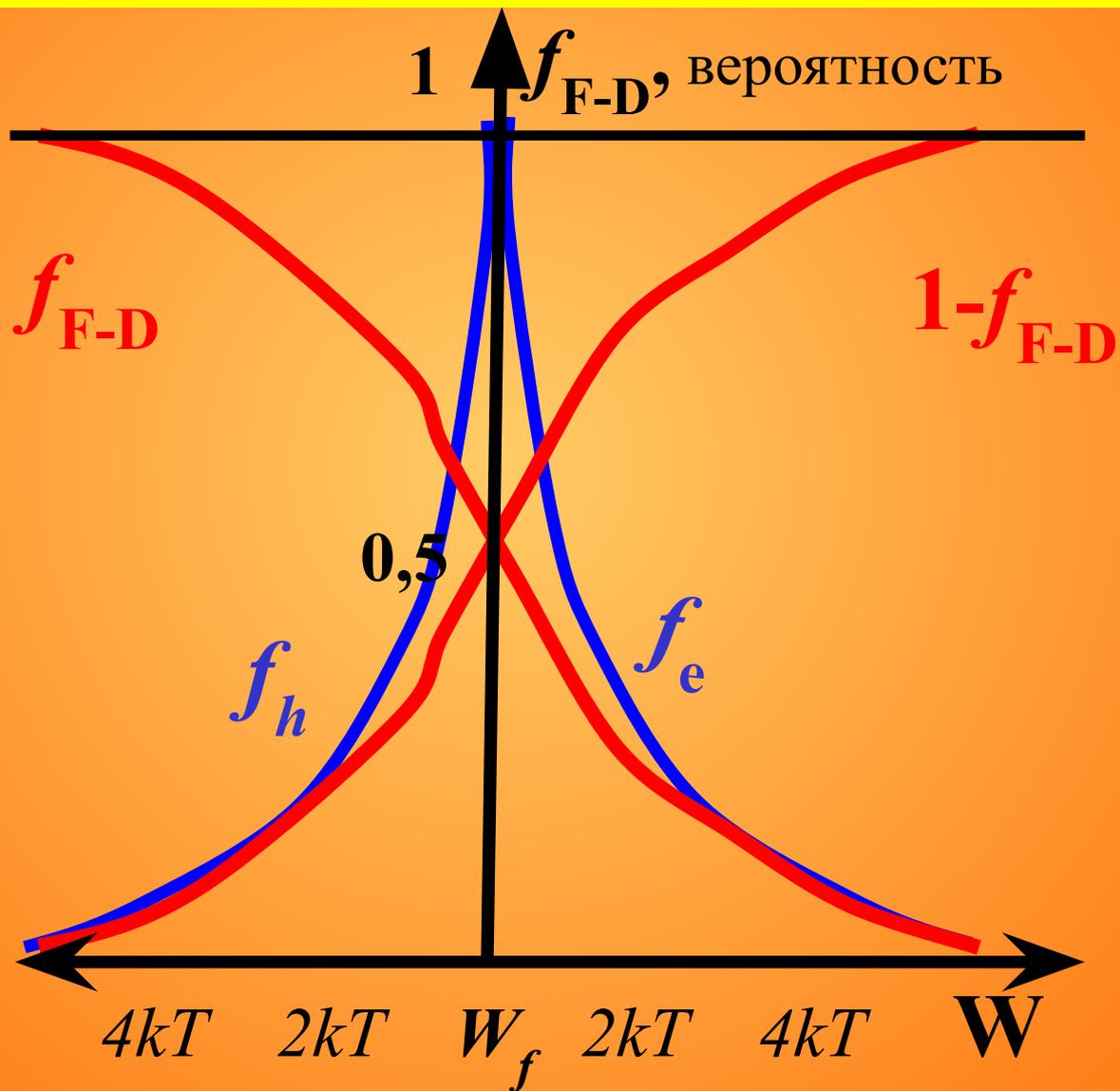
$$f_e = e^{-\frac{(W - W_F)}{kT}}$$

Функция Ферми-Дирака

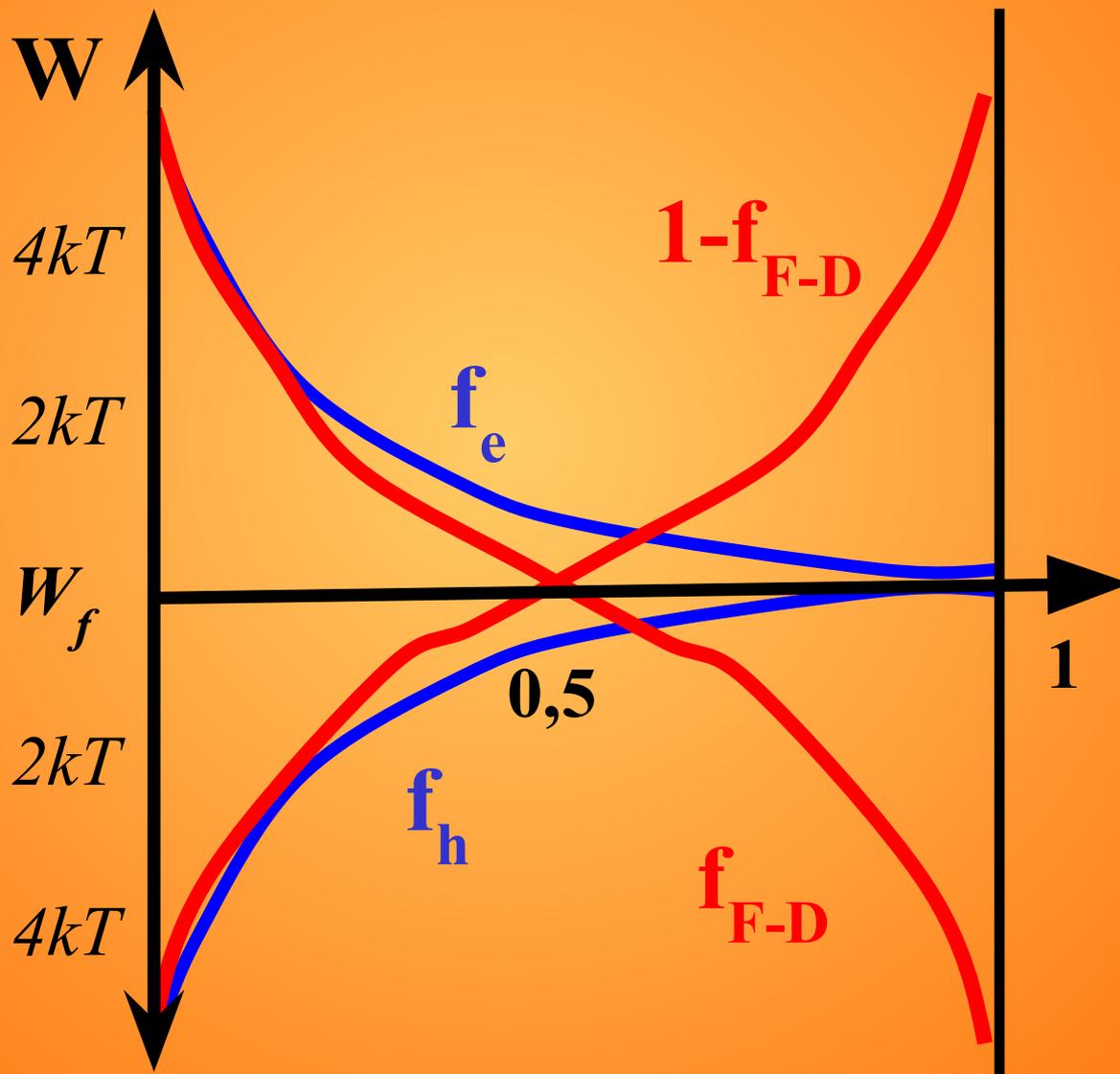
$$W < W_F$$

$$f_h = e^{\frac{W - W_F}{kT}}$$

Вид функций



Вид функций



Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

Пусть в кристалле единичного объема в интервале энергий от W до $W+dW$ имеется dZ квантовых состояний.

$$N_W = \frac{dZ}{dW}$$

вероятность заполнения состояния с энергией W дается функцией f_{F-D} , концентрация электронов в этих состояниях равна:

$$dn = f_{F-D} dZ = f_{F-D} N_W dW$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$n = \int_{W_1}^{W_2} f_{F-D} N_W dW$$

$$N_{WC} = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (W - W_C)^{1/2}$$

N_{WC} – функция плотности состояний

m^* - эффективная масса электронов в зоне проводимости,

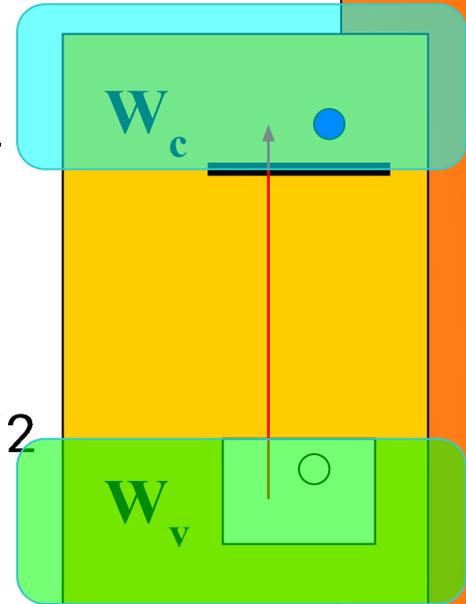
h - постоянная Планка,

W_C - энергия дна зоны проводимости.

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$N_{WC} = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (W - W_C)^{1/2}$$

$$N_{WV} = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_h^*}{h^2} \right)^{3/2} (W_V - W)^{1/2}$$



m_e^* - эффективная масса электронов в зоне проводимости,

m_h^* - эффективная масса дырок в валентной зоне,

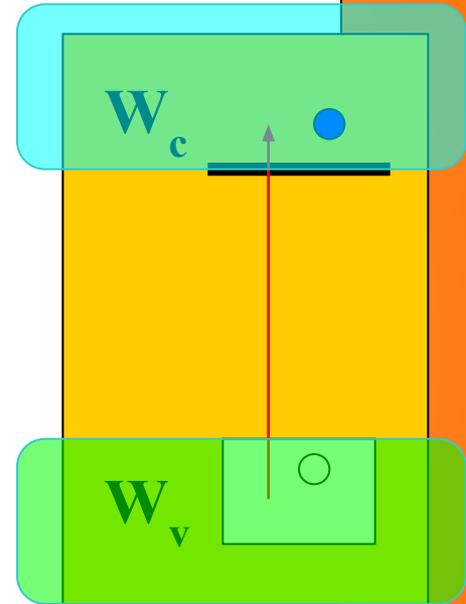
h - постоянная Планка,

W_C - энергия дна зоны проводимости

W_V - энергия потолка валентной зоны

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$n = \int_{W_1}^{W_2} f_{F-D} N_W dW$$
$$n = N_C \cdot f_e(W_C)$$



N_C - эффективная плотность состояний

$f_e(W_C)$ - значение функций распределения
для энергии $W = W_C$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$N_C f_e(W_C) = \int_{W_C}^{\infty} f_{F-D} N_W dW$$

При условии $W_C - W_F \geq 2kT$.

$$N_C \cdot e^{-\frac{W_C - W_F}{kT}} = 4\pi \int_{W_C}^{\infty} e^{-\frac{(W - W_F)}{kT}} \cdot \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (W - W_C)^{1/2} dW$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$N_C \cdot e^{-\frac{W_C - W_F}{kT}} = 4\pi \int_{W_C}^{\infty} e^{-\frac{(W - W_F)}{kT}} \cdot \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot (W - W_C)^{1/2} dW$$

$$N_C = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_{W_C}^{\infty} e^{-\frac{(W - W_C)}{kT}} \cdot (W - W_C)^{1/2} dW$$

Интегрируем по частям, как произведение

$$U = (W - W_C) / kT$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$N_C = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} \int_{W_C}^{\infty} e^{-U} \cdot U^{1/2} dU =$$
$$= 4\pi \cdot \left(\frac{2m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$N_C = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$N_C = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} = 5 \cdot 10^{15} \left(\frac{m_e^*}{m} \right)^{3/2} \cdot T^{3/2}$$

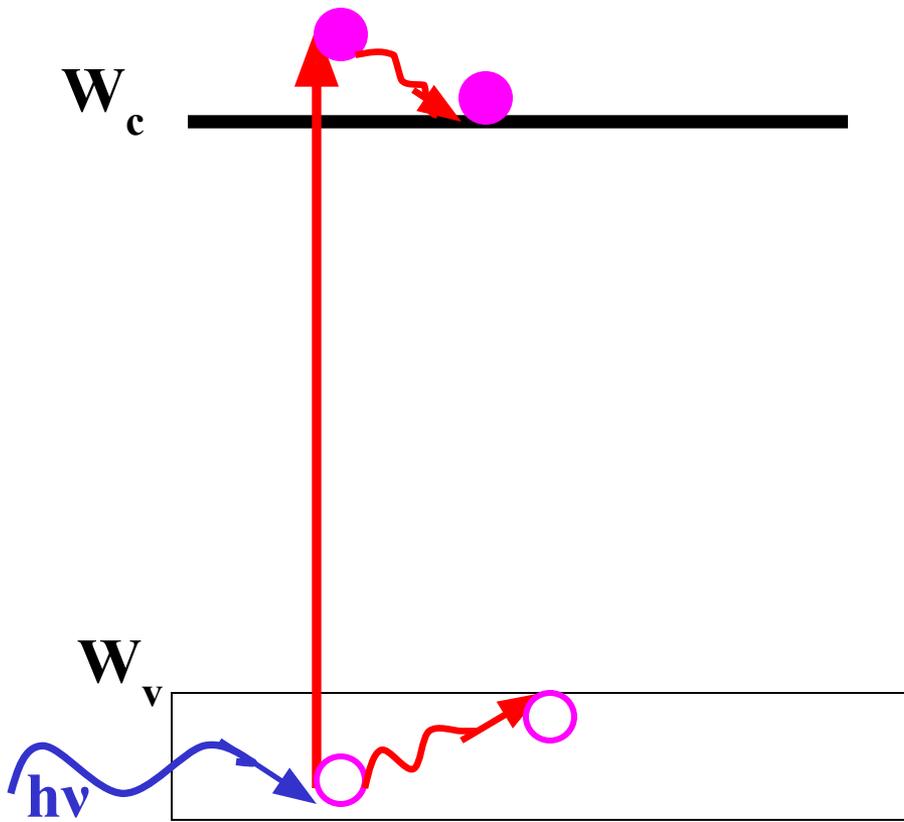
$$N_V = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_h^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} = 5 \cdot 10^{15} \left(\frac{m_h^*}{m} \right)^{3/2} \cdot T^{3/2}$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$n = N_C f_e(W_C) = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}}$$

$$p = N_V f_h(W_V) = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_h^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{\frac{(W_V - W_F)}{kT}}$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике



$$n = p$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

В собственном полупроводнике $n = p$

$$2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}} = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot m_h^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{\frac{W_V - W_F}{kT}} ;$$

$$\left(m_e^* \right)^{3/2} e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}} = \left(m_h^* \right)^{3/2} e^{\frac{W_V - W_F}{kT}}$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$\left(m_e^*\right)^{3/2} e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}} = \left(m_h^*\right)^{3/2} e^{\frac{W_V - W_F}{kT}}$$

$$\frac{-W_C + W_F - W_V + W_F}{kT} = \frac{3}{2} \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

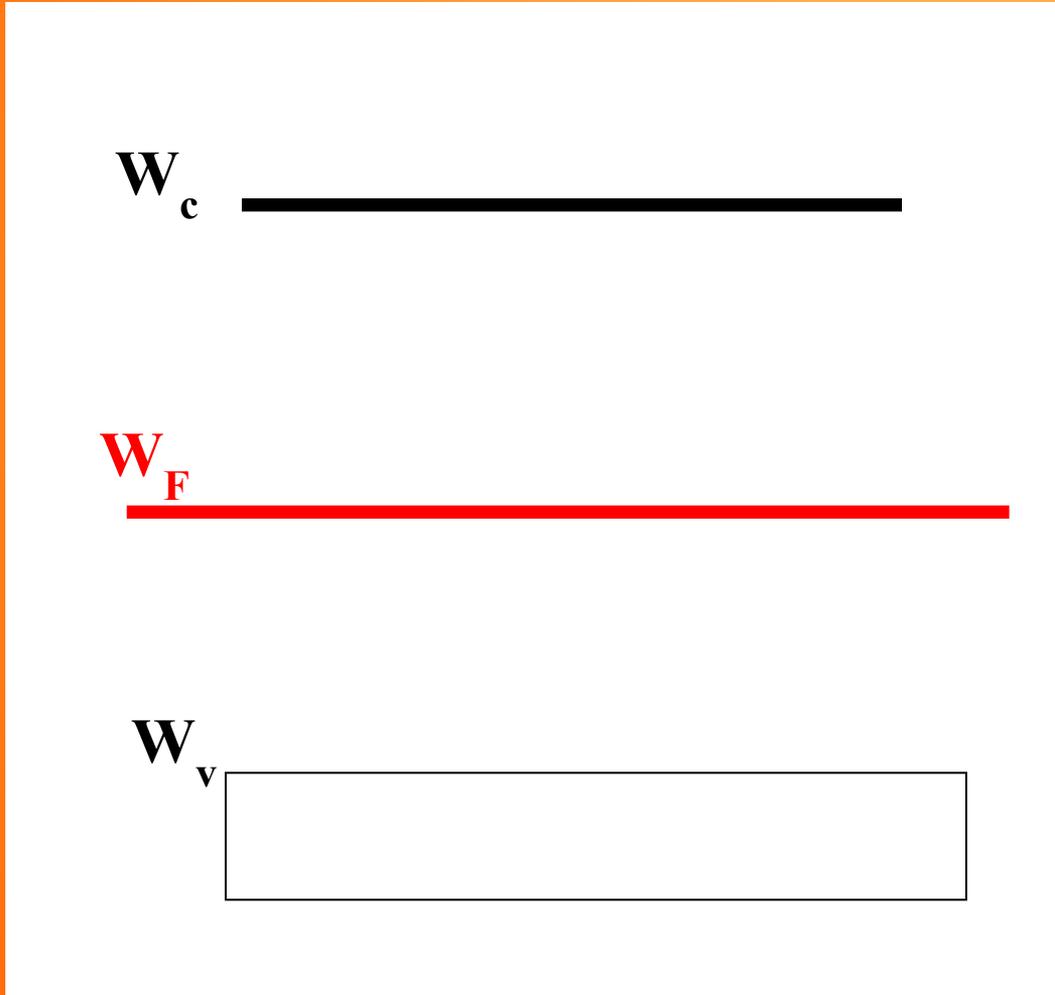
$$\frac{-W_C + W_F - W_V + W_F}{kT} = \frac{3}{2} \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

$$2W_F - W_C - W_V = \frac{3}{2} kT \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

Расчет концентраций носителей тока в собственном полупроводнике

$$W_F = \frac{W_C + W_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

Уровень Ферми в собственном полупроводнике



$$W_F \approx \frac{W_g}{2}$$

Соотношение носителей тока

$$n_i^2 = n \cdot p = N_c N_v e^{\frac{-W_c + W_F + W_v - W_F}{kT}}$$

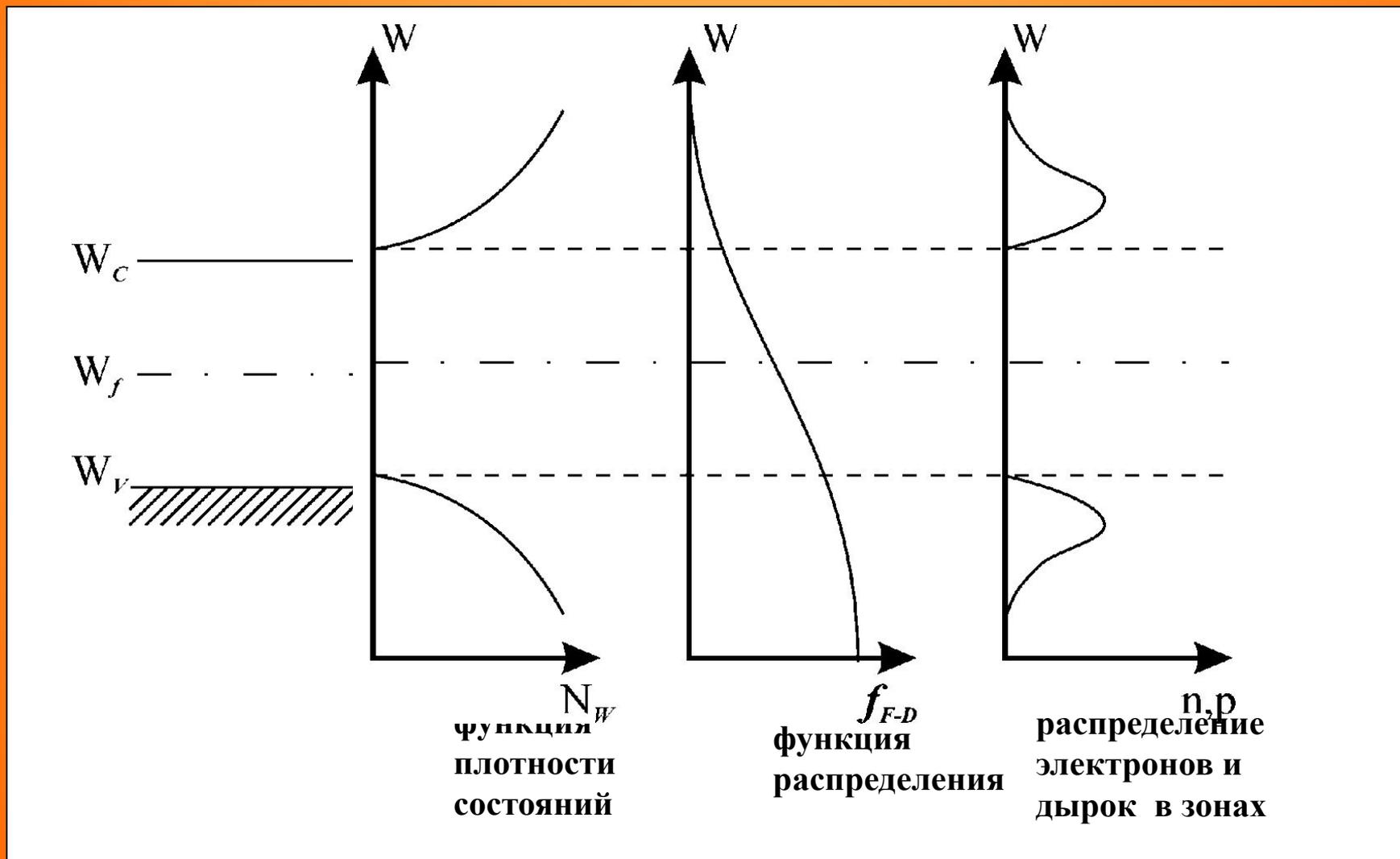
$$= N_c N_v e^{\frac{-W_c + W_v}{kT}} = N_c N_v e^{-\frac{W_g}{kT}}$$

Соотношение носителей тока

$$n_i = n = p = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{W_g}{2kT}}$$
$$n_i = B \cdot T^{3/2} \cdot e^{-\frac{W_g}{2kT}}$$

	$B, \text{K}^{-3/2} \cdot \text{cm}^{-3}$	$W_g, \text{эВ}$
Si	$3,84 \cdot 10^{16}$	1,21
Ge	$1,76 \cdot 10^{16}$	0,785

Концентрации носителей тока в собственном полупроводнике



ПРИМЕСНЫЕ

ПОЛУПРОВОДНИКИ

Расчет концентраций носителей тока в примесном полупроводнике

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{\beta} e^{\frac{W_d - W_F}{kT}} + 1};$$

n_d - концентрация электронов на донорах,

N_d - концентрация доноров,

W_d - энергии донорных (отсчитанные от потока валентной зоны),

β - фактор спинового вырождения (от 1 до 2, если доноры могут отдавать кристаллу, а акцепторы принимать от кристалла только по одному электрону; тогда $\beta = 2$).

Расчет концентраций носителей тока в примесном полупроводнике

$$p_d = \frac{N_d}{\beta e^{\frac{W_F - W_d}{kT}} + 1};$$

p_d - концентрация дырок на донорах,

N_d - концентрация доноров,

W_d - энергии донорных (отсчитанные от потока валентной зоны),

β - фактор спинового вырождения.

Расчет концентраций носителей тока в примесном полупроводнике

$$p_a = \frac{N_a}{\frac{1}{\beta} e^{\frac{W_F - W_a}{kT}} + 1};$$

p_a - концентрация дырок на акцепторах,

N_a - концентрация акцепторов,

W_a - энергии акцепторных уровней (отсчитанные от потока валентной зоны),

β - фактор спинового вырождения

Расчет концентраций носителей тока в примесном полупроводнике

$$n_a = \frac{N_a}{\beta e^{\frac{W_a - W_F}{kT}} + 1},$$

n_a - концентрация электронов на акцепторах,

N_a - концентрация акцепторов,

W_a - энергии акцепторных уровней (отсчитанные от потока валентной зоны),

β - фактор спинового вырождения

Допущения

1. Уровень Ферми не приближается к рассматриваемым уровням ближе, чем на $2kT$
2. Электрическая нейтральность полупроводника

$$n + n_d - p - p_a = N_d - N_a$$

Расчет

Чисто примесная проводимость на примере проводника *n*-типа

При низких температурах электроны в зону проводимости поставляют доноры, а генерация из валентной зоны пренебрежимо мала.

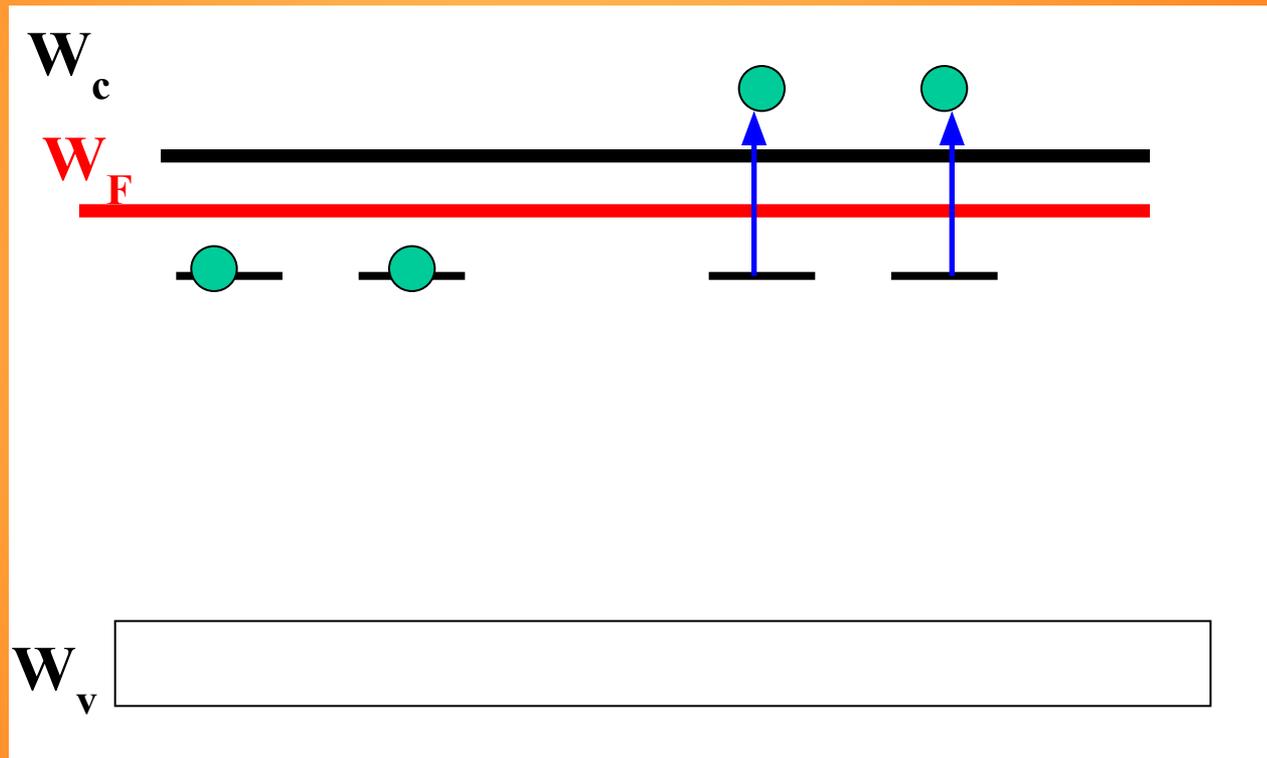
$\Rightarrow N_a, p, p_a$ равны нулю

$$n = N_d - n_d = p_d$$

$$N_C e^{-\frac{(W_C - W_F)}{kT}} = N_d \frac{1}{2} e^{-\frac{(W_F - W_d)}{kT}}$$

$$W_F = \frac{W_d + W_C}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_d}{2N_C}\right)$$

При $T=0$ и при $N_d = 2N_c$ уровень Ферми лежит точно посередине между уровнями доноров и дном зоны проводимости.



В реальных условиях ($T > 0$ К, $N_d > 2N_c$) он немного сдвинут вверх.

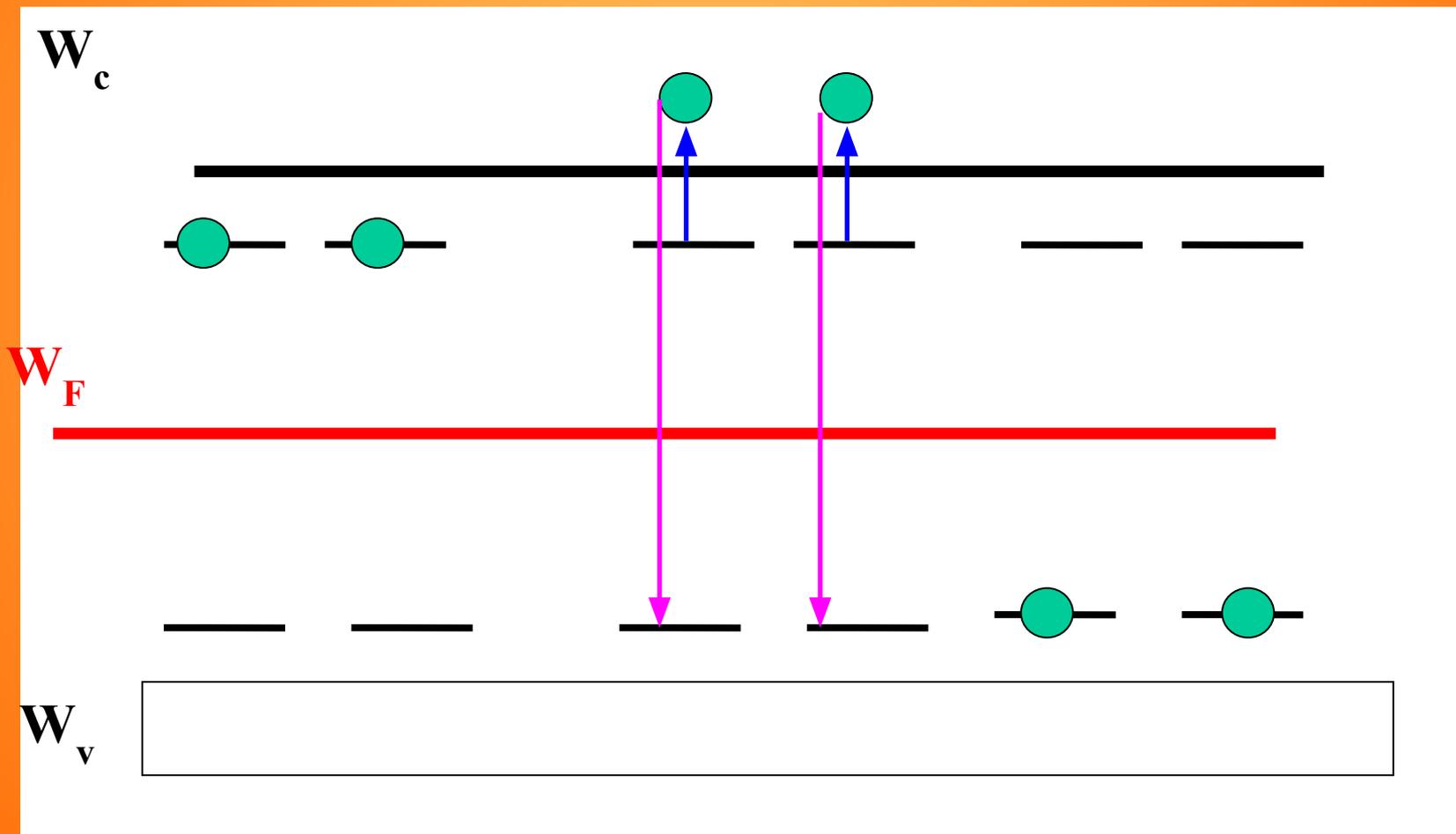
Компенсированный полупроводник

$$N_d = N_a$$

$$n + n_d - p - p_a = N_d - N_a$$

$$n + n_d - p - p_a = \mathbf{0}$$

$$n_d = 0 \quad p_a = 0 \quad n = p$$



Частично компенсированный полупроводник

Примем, что $N_d = 2 N_a$

p_a и p равны нулю. При низкой температуре степень ионизации доноров мала $\Rightarrow n = 0$

$$n_d = N_d - N_a$$

$$n_d = N_d \cdot f$$

$$f = \frac{N_d - N_a}{N_d} \quad f = 2e^{-\frac{(W_d - W_F)}{kT}}$$

$$\frac{N_d - N_a}{N_d} = 2e^{-\frac{(W_d - W_F)}{kT}}$$

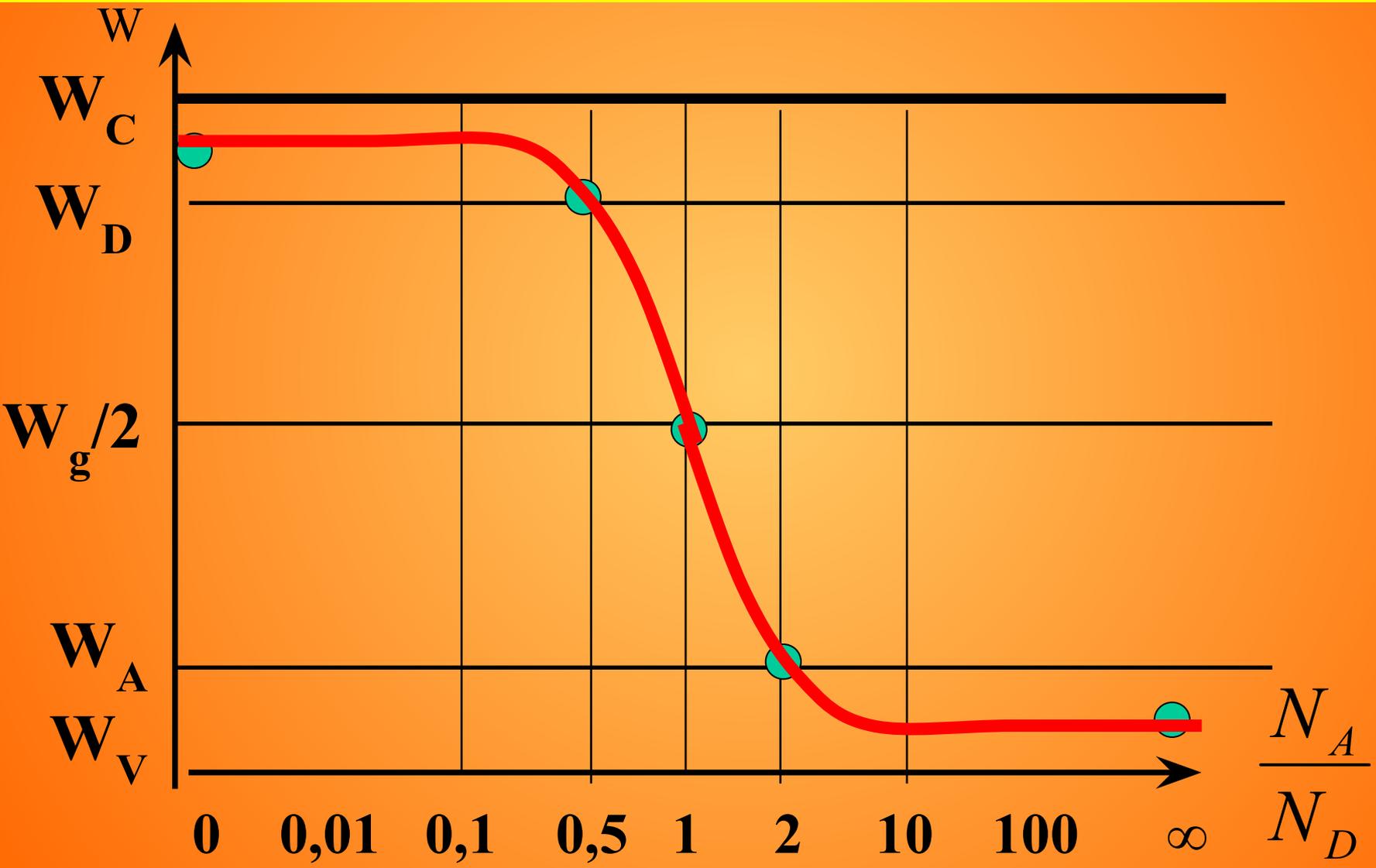
$$\frac{2N_a - N_a}{2N_a} = \frac{1}{2} = 2e^{-\frac{(W_d - W_F)}{kT}}$$

$$W_F = W_d - 1,38kT$$

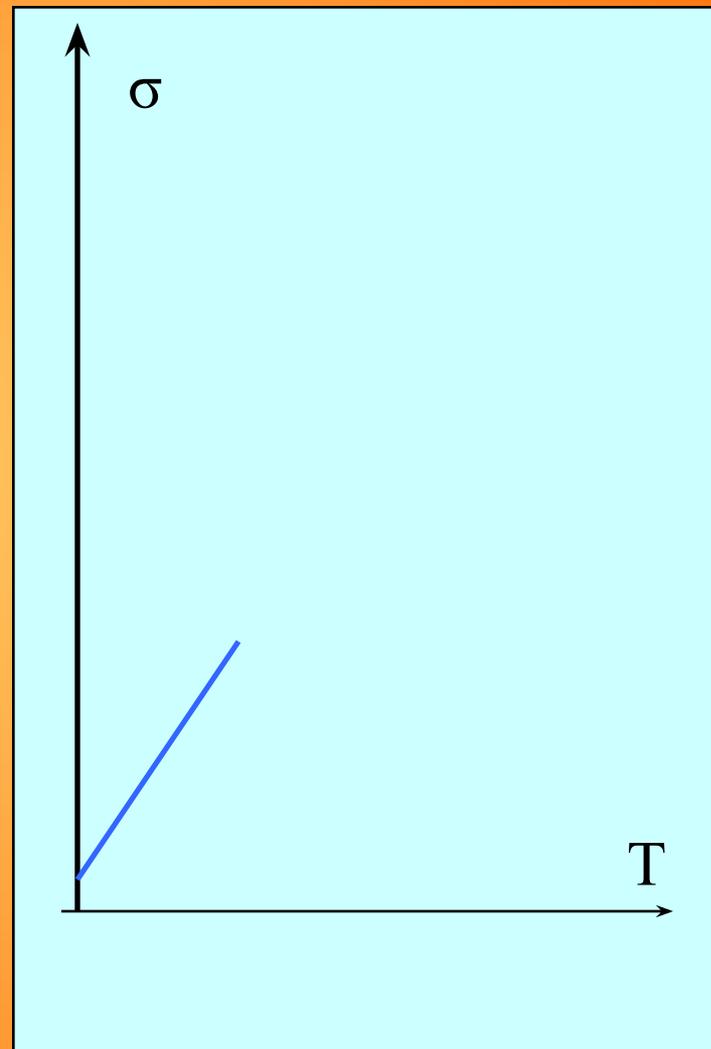
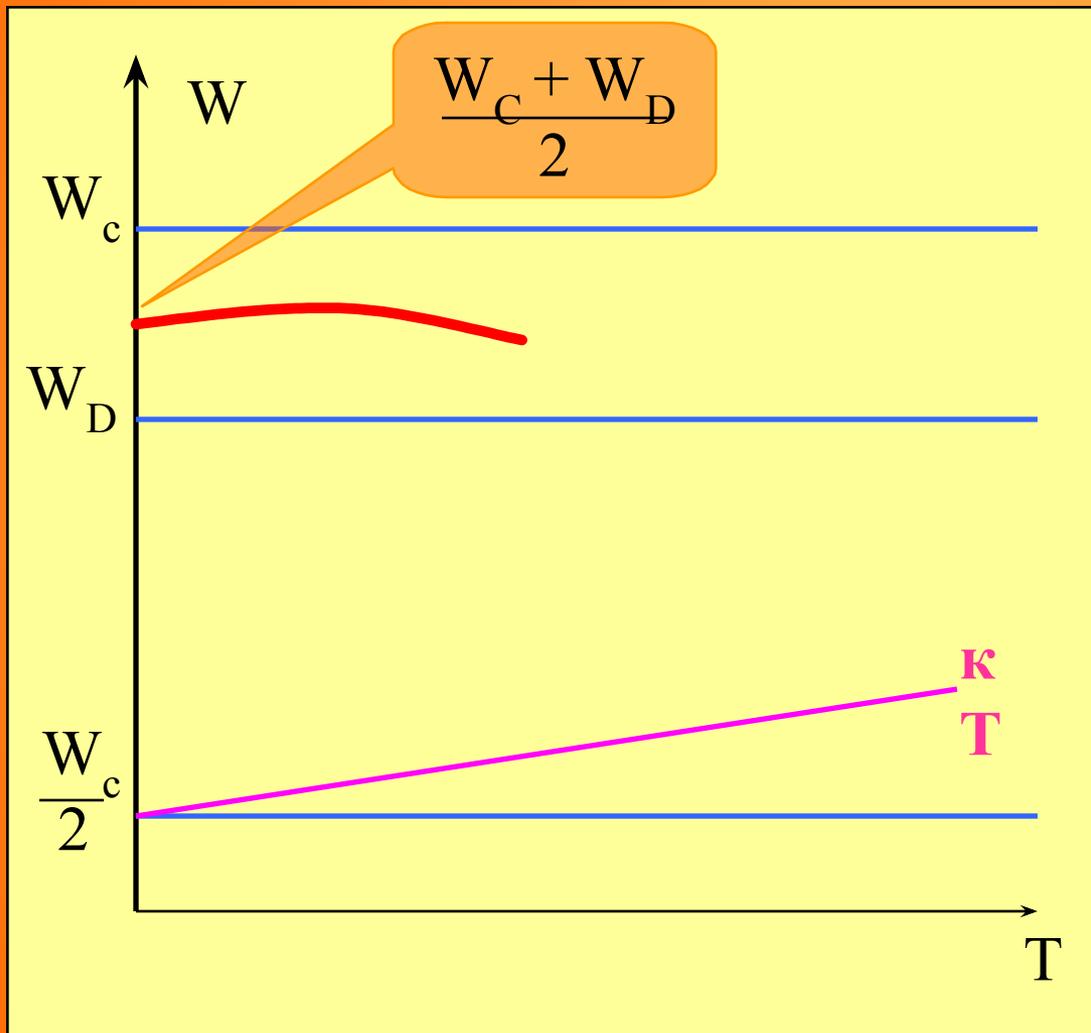
$$W_F = W_d - 1,38kT$$

При $T=0$, $W_F = W_d$

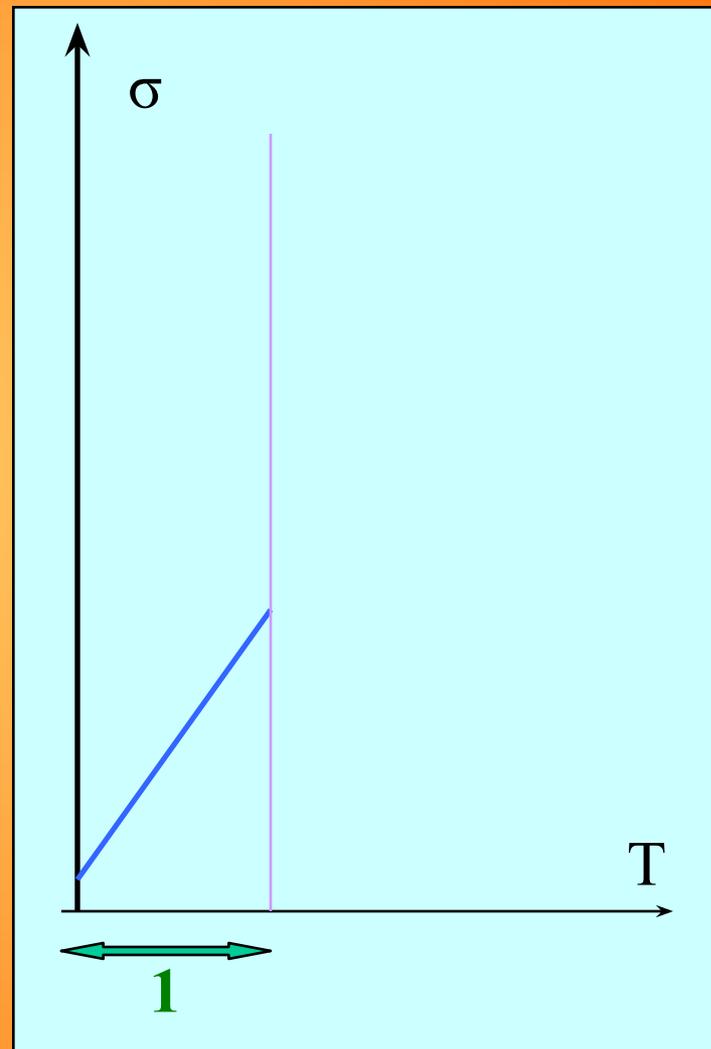
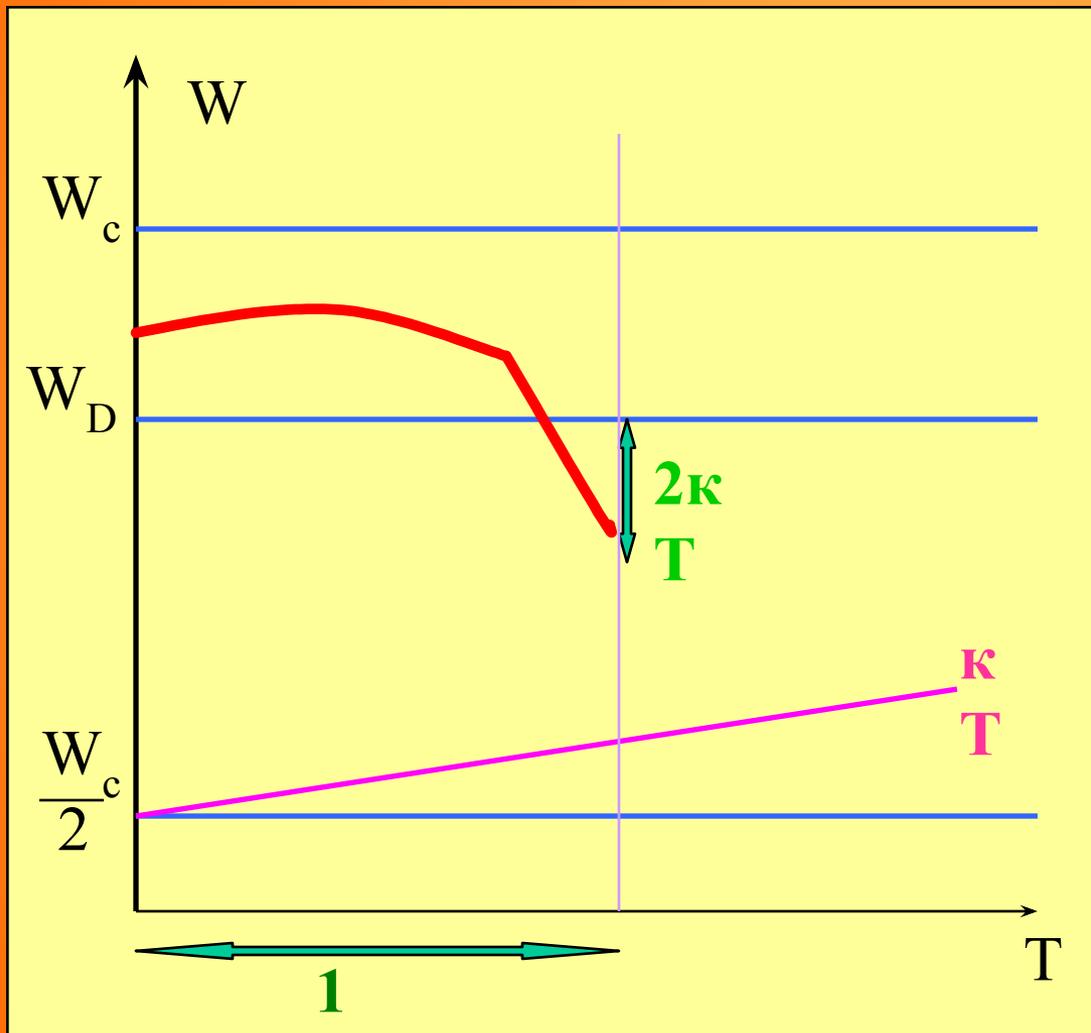
Положение уровня Ферми



Температурная зависимость



Температурная зависимость



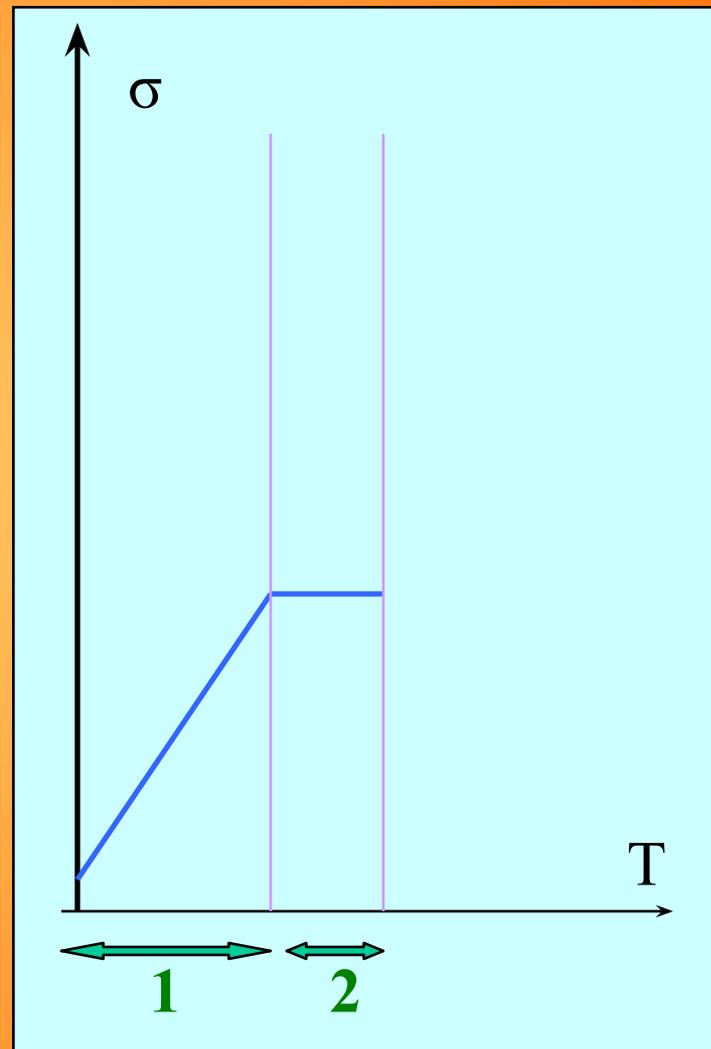
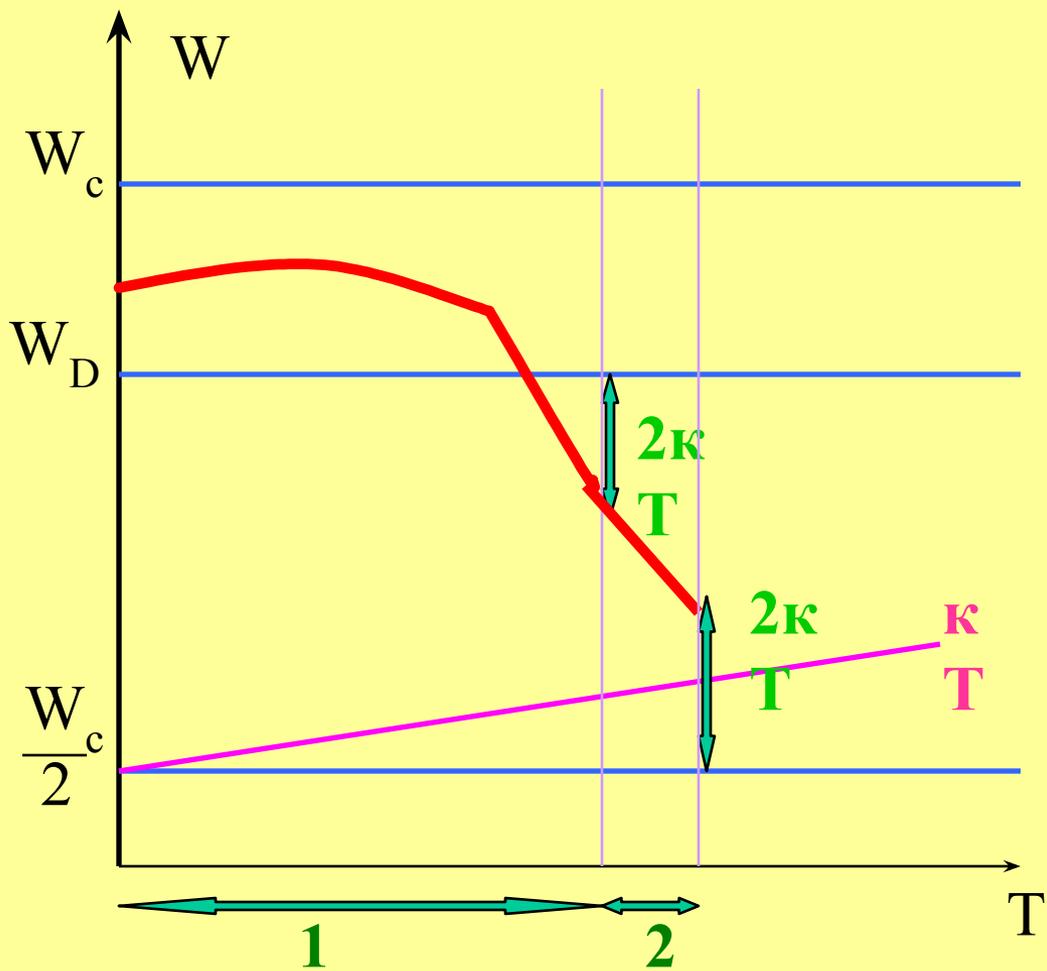
Температурная зависимость

Температура истощения примеси T_s

$$T_s^D = \frac{W_C - W_D}{k \cdot \ln\left(\frac{2N_C}{N_D}\right)}$$

$$T_s^A = \frac{W_A - W_V}{k \cdot \ln\left(\frac{2N_V}{N_A}\right)}$$

Температурная зависимость



Температурная зависимость

Температура ионизации T_i (переход к собственной проводимости)

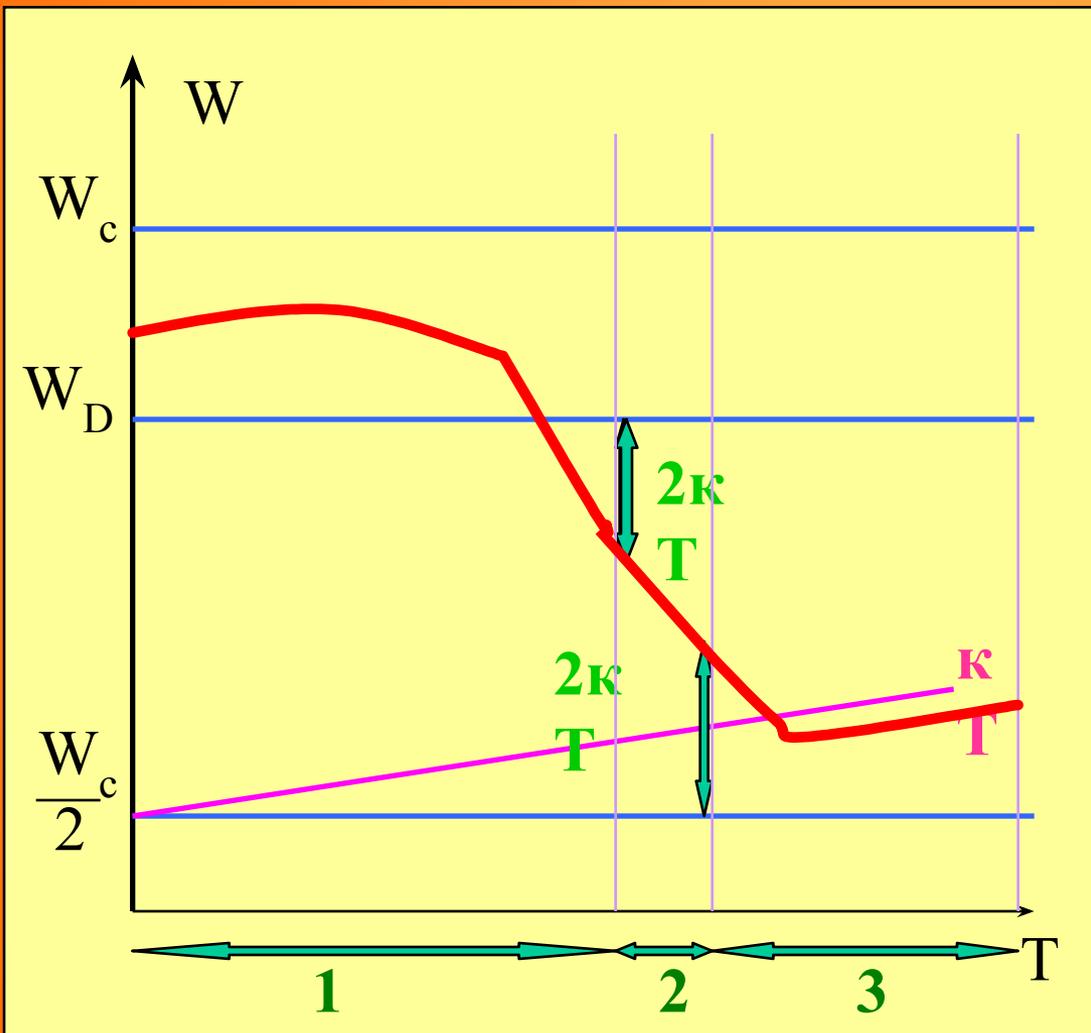
$$T_i = \frac{W_g}{k \cdot \ln\left(\frac{N_V N_C}{N^2}\right)}$$

N – концентрация примеси

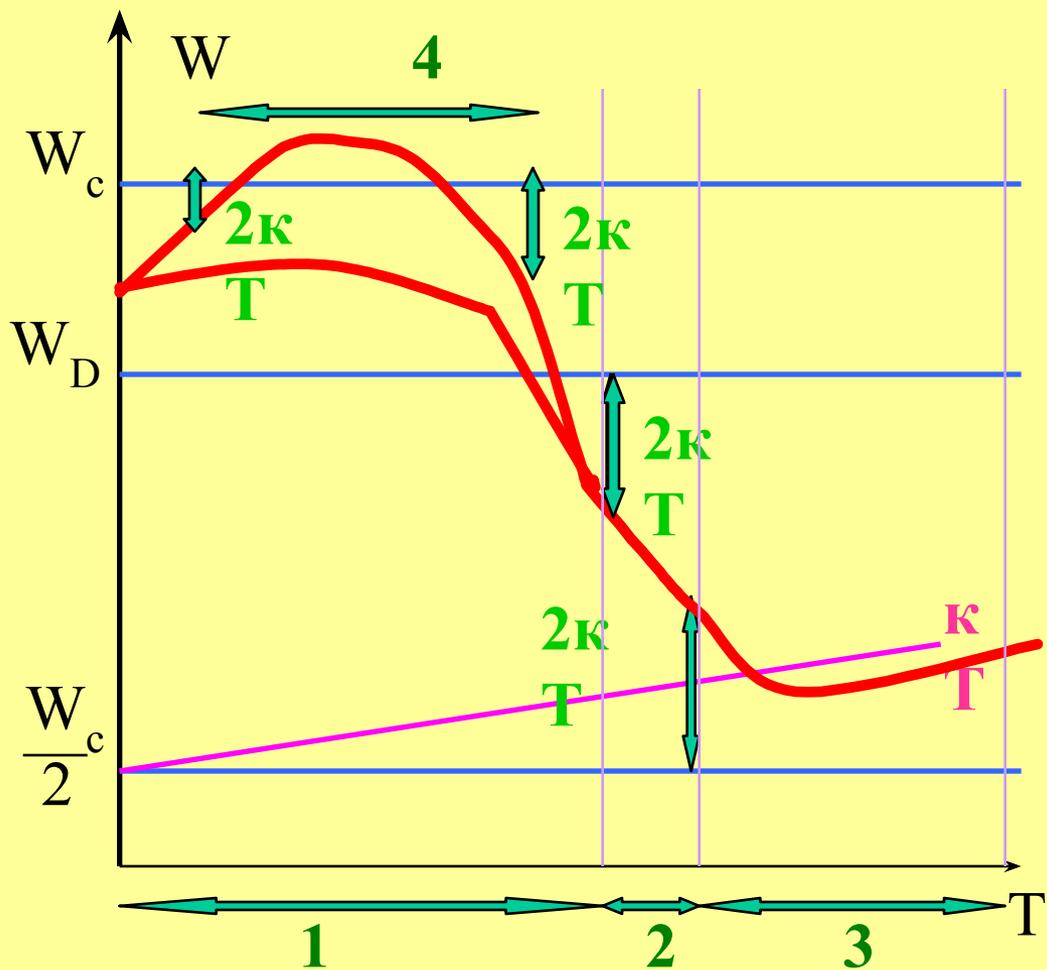
Для Ge, легированного донорной примесью
 $N_D = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ и $W_D = 0,01 \text{ эВ}$

$$T_s = 32 \text{ К}, \quad T_i = 450 \text{ К}$$

Температурная зависимость



Температурная зависимость



$$(W_c - 2kT) \leq W_f$$

$$(W_c - 2kT) \leq W_F \leq (W_c + 2kT)$$

$$n = N_c \frac{1}{e^{\frac{W_F - W_C}{kT}} + 0,25}$$

