

Задачи экономического содержания на ЕГЭ.

С 2015 года в него добавлено задание №17 – это экономическая (банковская) задача. Эта задача ориентирована на реальную жизнь.

Что необходимо знать и понимать при решении задач на проценты:

- 1% - это одна сотая часть чего-либо;
- За 100% принимаем ту величину, с которой сравниваем;
- Формулы для подсчета процентов:
- если величину S увеличить на a %, то получим $S(1+0,01a)$
- если величину S уменьшить на a %, то получим $S(1-0,01a)$
- если величину S дважды увеличить на a %, то получим $S(1+0,01a)^2$
- если величину S дважды уменьшить на a %, то получим $S(1-0,01a)^2$.

Что необходимо знать и понимать при решении задач на погашение кредита равными долями

Пусть размер кредита S .

Процент банка равен $a\%$, а ежегодная выплата по кредиту равна X .

Тогда через год после начисления процентов и выплаты суммы X размер долга равен: $S(1+0,01a) - X$.

Обозначим $p = 1 + 0,01a$.

- Тогда через два года размер долга составит: $(Sp - X)p - X$
- Через три года: $((Sp - X)p - X)p - X$.
- Через четыре года $((((Sp - X)p - X))p - X)p - X$.
- ...через n лет $Sp^n - X(p^{n-1} + \dots + p^3 + p^2 + p + 1)$.

Для подсчета величины в скобках иногда применяется формула суммы n членов геометрической прогрессии. Здесь $b_1 = 1$, $q = a$.

- Формула для суммы n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

- Размер долга через n лет

$$Sp^n = \frac{X(1 - p^n)}{1 - p}$$

Задача 1.

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4290000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг **двумя** равными платежами (то есть за два года)?

Ответ: 2622050

Задача 2

(из ДЕМО 2016)

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Сергей выплатил долг **тремя** равными платежами (то есть за три года)?

$$X = \frac{9930000 \cdot 1,331 \cdot 0,1}{0,331} = 3993000$$

Задача 3.

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6902000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за **четыре** года)?

$$S_4 = Sp^4 - (1 + p + p^2 + p^3)X = Sp^4 - \frac{p^4 - 1}{p - 1} \cdot X$$

Ответ: 2296350

Задача 4

31 декабря 2014 года Владимир взял в банке некоторую сумму в кредит под 14% годовых. Схема выплаты следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Владимир переводит в банк 4548600 рублей. Какую сумму взял Владимир в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

$$Sp^2 - (1 + p)X = 0$$

$$S = \frac{(1 + p) \cdot X}{p^2}$$

$$S = \frac{2,14 \cdot 4548600}{1,2996} = 7490000$$

Ответ: 7490000.

Задача 5

31 декабря 2014 года Георгий взял в банке кредит 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Георгий переводит очередной транш. Георгий выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 570 тыс рублей, во второй 599,4 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Георгию?

Пусть сумма кредита равна S , а годовые составляют a %. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $p = 1 + 0,01a$.

После первой выплаты сумма долга составит

$$S_1 = Sp - X$$

$$S_1 = 430000 + 10000a$$

Исходя из условия после первой выплаты долг Георгия будет равен

После второй выплаты сумма долга составит

$$S_2 = S_1p - X$$

При условии, что кредит был погашен за два транша эта сумма должна равняться 0.

Получим уравнение

$$5000t^2 + 7150t - 847 = 0$$

Отсюда $a = 11\%$.

Ответ: 11%.

Задача 6

Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Пусть фермер взял кредит S руб. под $p\%$ годовых.

Через год он должен банку $S(1+0,01p)$ руб.

Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, следовательно, ему осталось вернуть $0,25 S(1+0,01p)$ руб.

Еще через год он должен банку

$(0,25 S(1+0,01p)) (1+0,01p) = 0,25S(1+0,01p)^2$ руб.

В счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита, то есть внес $1,21 S$ руб.

Получили уравнение: $0,25S(1+0,01p)^2 = 1,21 S$.

$$(1+0,01p)^2 = 4,84$$

$$1+0,01p = 2,2$$

$$p = 120\%$$

Ответ: 120

Задача 7

31 декабря 2013 года Маша взяла в банке некоторую сумму в кредит под которой процент годовых. Схема выплата кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на некоторое количество процентов), затем Маша переводит очередной транш. Если она будет платить каждый год по 777 600 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 1 317 600, то за 2 года. Под какой процент Маша взяла деньги в банке?

Задача

Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определённый процент (свой для каждого банка). В начале года $\frac{5}{6}$ некоторого количества денег положили в первый банк, остальное - во второй банк. К концу года сумма этих вкладов стала равной 670 у.е., а к концу второго года - 749 у.е. Было подсчитано, что если бы первоначально $\frac{5}{6}$ исходно количества денег положили во второй банк, то по истечении одного года сумма вкладов в эти банки стала бы равной 710 у.е. В предположении, что исходное количество денег первоначально целиком положено в первый банк, определить величину вклада по истечении двух лет.