

The image features a globe in the lower-left corner, composed of interlocking puzzle pieces. The globe is set against a dark blue background filled with vertical columns of binary code (0s and 1s) that appear to be falling or scrolling down, reminiscent of the 'Matrix' effect. The text 'Логические величины и выражения' is centered in the upper half of the image in a large, white, sans-serif font.

Логические величины и выражения

учитель информатики - Румянцев Е.В.

Основные понятия логики

- **Высказывание** (суждение) — это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается.
- По поводу любого высказывания можно сказать, истинно оно или ложно.
- Высказывание «В букете есть гвоздика» будет истинным или ложным в зависимости от состава букета.
- Высказывания, обозначенные буквами, называют логическими переменными
- Истинность высказывания «Значение A больше, чем B », записанного в форме неравенства: $A > B$, будет зависеть от значений переменных A и B .
- Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ($A = 1$), а если ложно - нулём ($B = 0$).
- 0 и 1 называются логическими значениями.



Основные понятия логики

- Логическое выражение — простое или сложное высказывание.
- Сложное высказывание строится из простых с помощью логических операций (связок).

и

или

Неверно, что...

Если..., то...

Конъюнкция (логическое умножение)

- В русском языке она выражается союзом И.
- В математической логике используются знаки & или \wedge .
- Конъюнкция — двухместная операция; записывается в виде: $A \& B$ или $A \wedge B$.
- Значением такого выражения будет ЛОЖЬ, если значение хотя бы одного из операндов ложно.

Таблица истинности

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция (логическое сложение)

- В русском языке этой связке соответствует союз ИЛИ.
- В математической логике она обозначается знаком \vee .
- Дизъюнкция — двухместная операция; записывается в виде: $A \vee B$.
- Значением такого выражения будет ИСТИНА, если значение хотя бы одного из операндов истинно.

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Отрицание

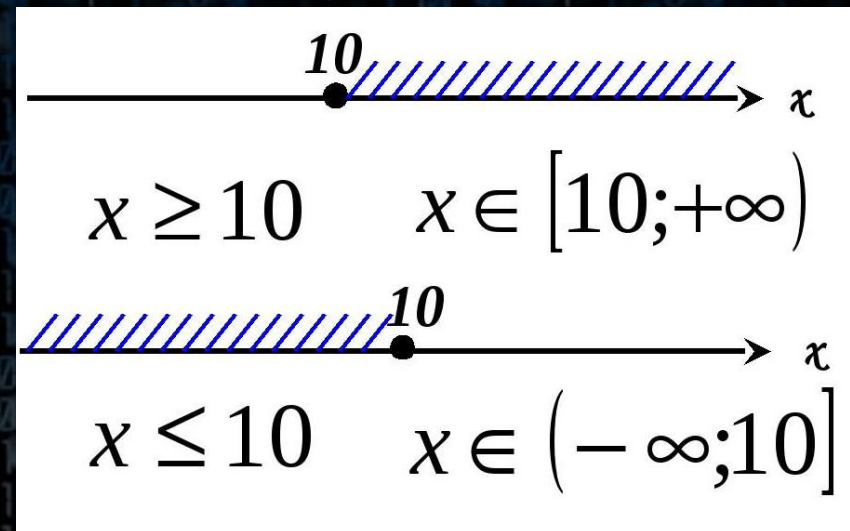
- В русском языке этой связке соответствует частица НЕ (в некоторых высказываниях применяется оборот «неверно, что ...»).
- Отрицание — унарная (одноместная) операция; \bar{A} записывается в виде: $\neg A$ или \bar{A} .

Таблица истинности

A	\bar{A}
0	1
1	0

Логические функции на области числовых значений

- Алгебра чисел пересекается с алгеброй логики в тех случаях, когда приходится проверять принадлежность значений алгебраических выражений некоторому множеству.
- Например, принадлежность значения числовой переменной x множеству положительных чисел выражается через высказывание: « x больше нуля».
- Символически это записывается так: $x > 0$.
- В алгебре такое выражение называют неравенством. В логике — отношением.



Логические функции

- Отношение можно рассматривать как логическую функцию от числовых аргументов.
- Например: $F(x) = (x > 0)$ или $P(x, y) = (x < y)$.
- Аргументы определены на бесконечном множестве действительных чисел, а значения функции — на множестве, состоящем из двух логических величин: **ИСТИНА, ЛОЖЬ**.

$P(N) =$ «В городе N живут более 2 млн человек»

- $P(\text{Москва}) = 1$
- $P(\text{Якутск}) = 0$

Аксиомы: свойства констант 0 и 1:	$1+A=1$ $0*A=0$ $0+A=A$ $1*A=A$
идемпотентность:	$A+A=A$ $A*A=A$

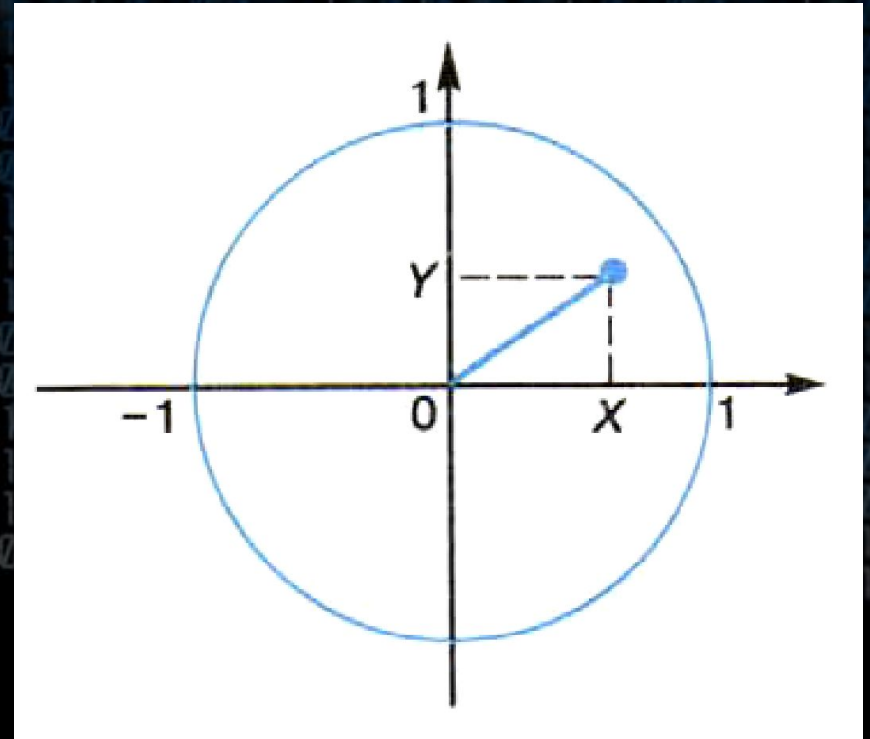
Предикаты

- Логические функции от числовых аргументов еще называют термином предикат.
- В алгоритмах предикаты играют роль условий, по которым строятся ветвления и циклы.
- Предикаты могут быть как простыми логическими функциями, не содержащими логических операций, так и сложными, содержащими логические операции.

Предикаты – это логические высказывания, значения которых могут меняться в зависимости от входящих в них переменных величин, иначе говоря, это логические переменные.

Предикаты

Записать предикат (логическую функцию) от двух вещественных аргументов X и Y , который будет принимать значение ИСТИНА, если точка на координатной плоскости с координатами X и Y лежит внутри единичной окружности с центром в начале координат



$$F(X, Y) = (X^2 + Y^2 < 1)$$

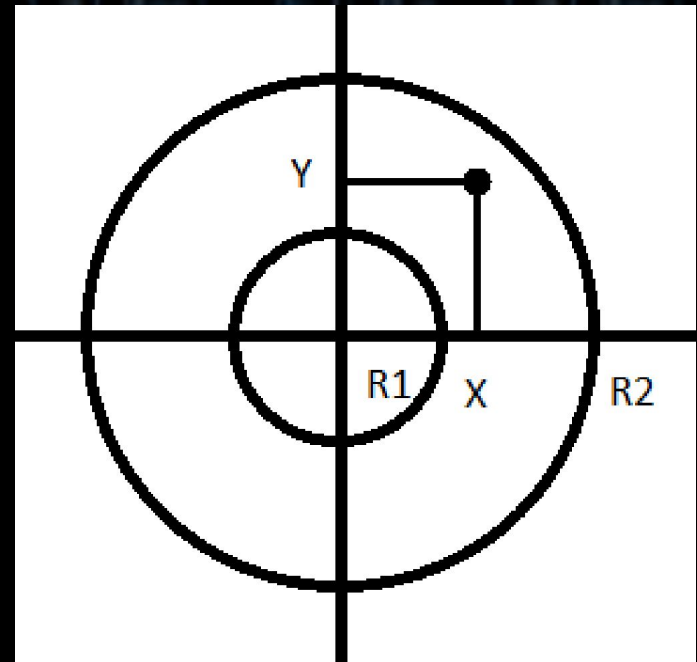
Предикаты

Записать предикат, который будет принимать значение ИСТИНА, если точка на координатной плоскости с координатами X и Y лежит внутри кольца с центром в начале координат, и радиусами $R1$ и $R2$.

- Поскольку значения $R1$ и $R2$ — переменные величины, искомая логическая функция будет иметь четыре аргумента: X , Y , $R1$, $R2$. Возможны две ситуации:
- 1) $R1^2 < X^2 + Y^2 < R2^2$ и $R1 < R2$: $R1$ — внутренний радиус, $R2$ — внешний радиус;
- 2) $R2^2 < X^2 + Y^2 < R1^2$ и $R2 < R1$: $R2$ — внутренний радиус, $R1$ — внешний радиус.

Объединив дизъюнкцией оба этих утверждения, получим следующую логическую функцию:

$$F(X, Y, R1, R2) = (((X^2 + Y^2) > R1^2) \& ((X^2 + Y^2) < R2^2) \& R1 < R2) \vee (((X^2 + Y^2) > R2^2) \& ((X^2 + Y^2) < R1^2) \& R2 < R1).$$



Логические операции на Паскале

- not — отрицание,
- and — логическое умножение (конъюнкция),
- or — логическое сложение (дизъюнкция),
- xor — исключаящее ИЛИ

$$\underline{\neg X \& Y \vee X \& Z}$$

на Паскале запишется в виде следующего логического выражения:
not X and Y or X and Z,
где X, Y, Z — переменные типа boolean.

$$\underline{1 < X < 50}$$

$$(1 \leq X) \text{ and } (X \leq 50)$$

Приоритеты

- Для правильной записи сложного логического выражения (предиката) нужно учитывать относительные приоритеты арифметических, логических операций и операций отношений, поскольку все они могут присутствовать в логическом выражении.
- По убыванию приоритета операции располагаются в следующем порядке.

1. Арифметические операции:

- (минус унарный)

*, /

+, -

2. Логические операции:

not

and

or, xor

3. Операции отношения:

=, <>, >, <, >=, <=

```
Program Bool1;
var X: integer;
    Bol: Boolean;
begin
    X:=4;

    Bol:=X > 3;    { Это утверждение истинно }
    writeln(Bol);

    Bol:=X < 3;    { Это утверждение ложно }
    writeln(Bol);

    readln
end.
```

```
program listing_1_17;  
var  
    Z, X: integer;  
    W: boolean;  
begin  
    write ('Ввести первое число ');  
    readln(Z);  
    write ('Ввести второе число ');  
    readln(X);  
    W := (Z < 5) and (X > 2);  
    writeln(W)  
end.
```

```
Program Bool_1;  
var X: Integer;  
    Bol, OnBol, Rez: Boolean;  
Begin  
    X:=4;  
    Bol:=X>3;  
    OnBol:=X<3;  
    writeln('Bol=',Bol);  
    writeln('OnBol=',OnBol);  
  
    Rez:=Bol and OnBol;  
    writeln('Bol and OnBol=',Rez);  
    Rez:=Bol or OnBol;  
    writeln('Bol or OnBol=',Rez);  
    Rez:=not Bol;  
    writeln('not Bol=',Rez);  
    readln  
end.
```

```
Bol=TRUE  
OnBol=FALSE  
Bol and OnBol=FALSE  
Bol or OnBol=TRUE  
not Bol=FALSE
```




Спасибо за внимание!