

# РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ПРИЕМОВ.

*Учитель математики Львовской СОШ №4 Подольского района Билетова  
Надежда Викторовна, январь 2011 г.*

Три пути ведут к знанию: путь размышления –  
это путь самый благородный, путь подражания  
– это путь самый легкий и путь опыта – это  
путь самый горький.

1

Конфуций

Устный счет:

1. Разложите на множители:

$$7a^2 - 28; \quad -2b^2 + 18; \quad 3a^2 - 3; \quad 7X^2Y - 7Y^2X;$$

$$6X^2 - 6Y^2; \quad 9X^2 + 6X + 1; \quad X^2 + 2XY + Y^2$$

2. Решите уравнения:

$$m(m + 1)(m + 2) = 0$$

$$n(n - 3)(n - 8) = 0$$



# ТЕСТ 1.

1. Соедините линиями соответствующие части определения:

Разложение  
многочлена  
на множители - ЭТО

Представление многочлена в виде суммы  
двух или нескольких многочленов

Представление многочлена в виде  
произведения двух или нескольких  
одночленов

Представление многочлена в виде  
произведения двух или нескольких  
многочленов

*Оценка -2 балла*



## 2. ЗАВЕРШИТЕ УТВЕРЖДЕНИЕ:

Представление многочлена в виде произведения  
одночлена и многочлена называется .....

*Оценка -2 балла*



### 3. ВОССТАНОВИТЕ ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ ПРИ РАЗЛОЖЕНИИ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ СПОСОБОМ ГРУППИРОВКИ.

|                 |   |  |
|-----------------|---|--|
| Чтобы разложить | 1 | Вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена ) за скобки             |
| многочлен на    |   |  |
| множители       | 2 | Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель |
| способом        |   |  |
| группировки,    |   |  |
| нужно           | 3 | Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки                 |

*Оценка -2 балла*



#### 4. ОТМЕТИТЬ ЗНАКОМ ПЛЮС «+» ВЕРНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ:

а)  $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$

б)  $m^2 + 2nm - n^2 = (m - n)^2$

в)  $2pt - p^2 - t^2 = (p - t)^2$

г)  $2cd + c^2 + d^2 = (c + d)^2$

*Оценка - 4 балла*



# ТЕСТ 1.

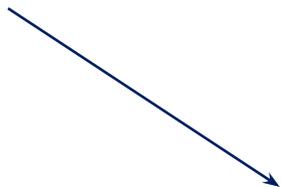
1. Соедините линиями соответствующие части определения:

Разложение  
многочлена  
на множители - ЭТО

Представление многочлена в виде суммы  
двух или нескольких многочленов

Представление многочлена в виде  
произведения двух или нескольких  
одночленов

Представление многочлена в виде  
суммы двух или нескольких  
многочленов



*Оценка -2 балла*



## 2. ЗАВЕРШИТЕ УТВЕРЖДЕНИЕ:

Представление многочлена в виде произведения  
одночлена и многочлена называется .....

***вынесением общего множителя за скобки.***

***Оценка -2 балла***



### 3. ВОССТАНОВИТЕ ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ ПРИ РАЗЛОЖЕНИИ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ СПОСОБОМ ГРУППИРОВКИ.

Чтобы разложить  
многочлен на  
множители  
способом  
группировки,  
нужно

- 1 Вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена ) за скобки
- 2 Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель
- 3 Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки

*Оценка -2 балла*



## 4. ОТМЕТИТЬ ЗНАКОМ ПЛЮС «+» ВЕРНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ:

а)  $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$

б)  $m^2 + 2nm - n^2 = (m - n)^2$

в)  $2pt - p^2 - t^2 = (p - t)^2$

г)  $2cd + c^2 + d^2 = (c + d)^2$

Оценка - 4 балла



2 ЗАДАНИЕ: 2 УЧЕНИКА ВЫПОЛНЯЮТ ЗАДАНИЕ НА ДОСКЕ (5 МИН).

ПРОВЕСТИ КЛАССИФИКАЦИЮ ДАННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ ПО СПОСОБУ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ.

### *Метод разложения на множители*

**Вынесение общего множителя за скобки**

**Формулы сокращенного умножения**

**Способ группировки**

$$20X^3 Y^2 + 4X^2 Y$$

$$a^4 - b^8$$

$$2Y(X - 5) + X(X - 5)$$

$$a^4 - b^8$$

$$2bX - 3aY - 6bY + aX$$

$$b(a + 5) - c(a + 5)$$

$$15a^3b + 3a^2b^3$$

$$b(a + 5) - c(a + 5)$$

$$2bX - 3aY - 6bY + aX$$

$$27b^3 + a^6$$

$$2an - 5bm - 10bn + am$$

$$15a^3b + 3a^2b^3$$

$$49m^4 - 25n^{20}$$

$$a^2 + ab - 5a - 5b$$

$$2Y(X - 5) + X(X - 5)$$

$$2an - 5bm - 10bn + am$$

$$X^2 + 6X + 9$$

$$3a^2 + 3ab - 7a - 7b$$



## ТЕСТ 2.

## ВАРИАНТ 1. И 2.

ЗАДАНИЕ . СОЕДИНИТЬ ЛИНИЯМИ МНОГОЧЛЕНЫ С

СООТВЕТСТВУЮЩИМИ ИМ СПОСОБАМИ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ.

|                        |  |                                      |
|------------------------|--|--------------------------------------|
| $20X^3 Y^2 + 4X^2 Y$   |  | Вынесение общего множителя за скобки |
| $2bX - 3aY - 6bY + aX$ |  | Формула сокращенного умножения       |
| $a^4 - b^8$            |  | Не раскрывается на множители         |
| $27b^3 + a^6$          |  | Способ группировки                   |
| $a^2 + ab - 5a - 5b$   |  | Способ группировки                   |
| $b(a+5) - c(a+5)$      |  | Не раскрывается на множители         |
| $4a^2 - 5a + 9$        |  | Способ группировки                   |
| $9X^2 + Y^4$           |  | Не раскрывается на множители         |

**Вариант 1.**

|                         |  |                                      |
|-------------------------|--|--------------------------------------|
| $15a^3b + 3a^2b^3$      |  | Вынесение общего множителя за скобки |
| $2an - 5bm - 10bn + am$ |  | Формула сокращенного умножения       |
| $4a^4 + 25b^2$          |  | Не раскрывается на множители         |
| $49m^4 - 25n^2$         |  | Способ группировки                   |
| $3a^2 + 3ab - 7a - 7b$  |  | Способ группировки                   |
| $2Y(X-5) + X(X-5)$      |  | Не раскрывается на множители         |
| $X^2 + 6X + 9$          |  | Способ группировки                   |
| $9X^2 + 5X + 4$         |  | Формула сокращенного умножения       |

**Вариант 2.**

Оценка 8 баллов.



# ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИЕМОВ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ.

## Вынесение общего множителя:

Из каждого слагаемого, входящего в многочлен, выносятся некоторые одночлен, входящий в **группировка формул сокращенного умножения:** ~~Здесь группа из двух (или более) слагаемых, в качестве множителя во все слагаемых.~~ ~~общего множителя, но после заключения~~ ~~которая обращает выражение, входящее в одну из~~ ~~нескольких случаев, может быть не только~~ ~~формул сокращенного умножения, заменяется~~ ~~одночлен, но и многочлен.~~ ~~произведением многочленов.~~ ~~сочетательного законов~~ сложения) удастся выделить общий множитель, являющийся многочленом.



# ЗАДАНИЕ 3. «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА».

## РАЗЛОЖИТЬ НА МНОЖИТЕЛИ

| 1 ряд                        | 2 ряд                           | 3 ряд                      |
|------------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| $3a + 12b$                   | $16a^2 + 8ab + b^2$             | $10a + 15c$                |
| $2a + 2b + a^2 + ab$         | $3m - 3n + mn - n^2$            | $4a^2 - 9b^2$              |
| $9a^2 - 16b^2$               | $5a - 25b$                      | $6xy + ab - 2bx - 3ay$     |
| $7a^2b - 14ab^2 + 7ab$       | $4a^2 - 3ab + a - ag + 3bg - g$ | $4a^2 + 28ab + 49b^2$      |
| $m^2 + mn - m - mg - ng + g$ | $9a^2 - 30ab + 25b^2$           | $b(a + c) + 2a + 2c$       |
| $4a^2 - 4ab + b^2$           | $2(a^2 + 3bc) + a(3b + 4c)$     | $5a^3c - 20ac^2b - 10ac^3$ |
| $2(3a^2 + bc) + a(4b + 3c)$  | $144a^2 - 25b^2$                | $x^2 - 3x - 5x + 15$       |
| $25a^2 + 70ab + 49b^2$       | $9a^3b - 18ab^2 - 9ab$          | $9a^2 - 6ac + c^2$         |

# ОТВЕТЫ ЭСТАФЕТЫ

| 1                    | 2                      | 3                    |
|----------------------|------------------------|----------------------|
| $3(a + 4b)$          | $(4a + b)^2$           | $5(2a + 3c)$         |
| $(2 + a)(a + b)$     | $(3 + n)(m - n)$       | $(2a - 3b)(2a + 3b)$ |
| $(3a - 4b)(3a + 4b)$ | $5(a - 5b)$            | $(3y - b)(2x - a)$   |
| $7ab(a - 2b + 1)$    | $(a - g)(a - 3b + 1)$  | $(2a + 7b)^2$        |
| $(m - g)(m + n - 1)$ | $(3a - 5b)^2$          | $(a + c)(b + 2)$     |
| $(2a - b)^2$         | $(2a + 3b)(a + 2c)$    | $5ac(a^2 - 4b - 2)$  |
| $(2a + c)(3a + 2b)$  | $(12a - 5b)(12a + 5b)$ | $(x - 3)(x - 5)$     |
| $(5a + 7b)^2$        | $9ab(a^2 - 2b - 1)$    | $(3a - c)^2$         |

Оценка 8 баллов.

# ПЛАН ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ.

## 2

Задание 4.

Разложите многочлен на множители и укажите, какие приемы использовались при этом.

Пример 1.  $36 a^6 v^3 - 96 a^4 v^2 + 64 a^2 v = 4 a^2 v^3 \cdot$   
 $(9a^4 - 24 a^2 v + 16 v^2) = 4 a^2 v^3 (3a^2 - 4v)^2$

Комбинировали два приема:

- вынесение общего множителя за скобки;
- Использование формул сокращенного умножения.



## Пример 2.

$$a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - c^2 = (a + b)^2 - c^2 = (a + b - c)(a + b + c)$$

Комбинировали два приема:

- группировку;

- использование формул сокращенного умножения

## Пример 3.

$$\begin{aligned} y^3 - 3y^2 + 6y - 8 &= y^3 - 8 - (3y^2 - 6y) = (y^3 - 8) - (3y^2 - 6y) = \\ &= (y - 2)(y^2 + 2y + 4) - 3y(y - 2) = (y - 2)(y^2 + 2y + 4 - 3y) = \\ &= (y - 2)(y^2 - y + 4) \end{aligned}$$

Комбинировали три приема:

- группировку;

- формулы сокращенного умножения;

- вынесение за скобки общего множителя.

Эти примеры показывают, что при разложении многочлена на множители полезно соблюдать следующий порядок:



# ПЛАН ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ.

1. Вынести общий множитель за скобку (если он есть).
2. Попробовать разложить многочлен на множители по формулам сокращенного умножения.
3. Попытаться применить способ группировки (если предыдущие способы не привели к цели).



Пример 4.  $n^3 + 3n^2 + 2n$ .

$$\begin{aligned} \text{Решение: } n^3 + 3n^2 + 2n &= n(n^2 + 3n + 2) = n(n^2 + 2n + n + 2) = \\ &= n((n^2 + 2n) + (n + 2)) = n(n(n + 2) + (n + 2)) = n(n + 2)(n + 1) \end{aligned}$$

Комбинировали три приема:

-  вынесение за скобки общего множителя;
-  предварительное преобразование;
-  группировку.

Еще один прием разложения —

ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ:



# ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Некоторый член многочлена раскладывается на необходимые слагаемые или путем прибавления к нему некоторого слагаемого. В последнем случае, чтобы многочлен не изменился, от него отнимается такое же слагаемое.

**Оценка – 4 балла.**



## ЗАДАНИЕ 5. РЕШИТЬ УРАВНЕНИЯ.

1.  $X^2 - 15X + 56 = 0$

$$X^2 - 7X - 8X + 56 = 0$$

$$(X^2 - 7X) - (8X - 56) = 0$$

$$X(X - 7) - 8(X - 7) = 0$$

$$(X - 7)(X - 8) = 0$$

$$X - 7 = 0 \quad X - 8 = 0$$

$$X = 7 \quad X = 8$$

Ответ: 7; 8.

2.  $X^2 - 10X + 21 = 0$

$$X^2 - 10X + 25 - 4 = 0$$

$$(X + 5)^2 - 4 = 0$$

$$(X + 5 + 2)(X + 5 - 2) = 0$$

$$(X + 7)(X + 3) = 0$$

$$X + 7 = 0 \quad X + 3 = 0$$

$$X = -7 \quad X = -3$$

Ответ: - 7; - 3.

В этом случае применили еще один прием – метод выделения полного квадрата.



№2. Доказать, что при любом натуральном  $n$  значение выражения  $(3n - 4)^2 - n^2$  кратно 8.

Решение.  $(3n - 4)^2 - n^2 = (3n - 4 - n)(3n - 4 + n) = (2n - 4)(4n - 4) = 2(n - 2) \cdot 4(n - 1) = 8(n - 2)(n - 1)$ .

Так как в полученном произведении один множитель делится на 8, то все произведение делится на 8.



№3. Вычислить  $38,8^2 + 83 \cdot 15,4 - 44,2^2$ .

Решение.  $38,8^2 + 83 \cdot 15,4 - 44,2^2 =$

$$83 \cdot 15,4 - (44,2^2 - 38,8^2) = 83 \cdot 15,4 - (44,2 - 38,8)(38,8 + 44,2) = 83 \cdot 15,4 - 5,4 \cdot 83 = 83(15,4 - 5,4) = 83 \cdot 10 = 830.$$



№4. Доказать тождество  $(a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) = a(a + 1)(a + 2)(a + 3)$ .

Способ 1.

Преобразуем левую часть равенства

в правую.

$$\begin{aligned}(a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) &= (a^2 + 3a)(a^2 + 3a + 2) = \\ &= (a^2 + 3a)(a^2 + 2a + a + 2) = a(a + 3)(a(a + 2) + \\ &+ a + 2) = a(a + 3)(a + 2)(a + 1) \quad \text{ч.т.д.}\end{aligned}$$

Способ 2.

Преобразуем правую часть равенства

в левую.

$$\begin{aligned}a(a + 1)(a + 2)(a + 3) &= (a(a + 3))((a + 1) \cdot \\ &\cdot (a + 2)) = (a^2 + 3a)(a^2 + 3a + 2) = \\ &= (a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) \quad \text{ч.т.д.}\end{aligned}$$

Для каждой задачи задания 4 указываем комбинацию применяемых примеров.

Оценка – 6 баллов (по баллу за каждое правильное решение).



## ЭТАП 3.

### ЗАДАНИЕ 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА (НА ЛИСТОЧКАХ ПОД КОПИРКУ) (10 МИН).

3

ЗАДАНИЕ 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.

ВАРИАНТ 1.

ВАРИАНТ 2.

Разложить на множители, используя различные способы.

1.  $5a^3 - 125av^2$
2.  $a^2 - 2av + v^2 - ac + vc$
3.  $(c - a)(c + a) - v(v - 2a)$
4.  $x^2 - 3x + 2$
5.  $x^2 + 5x^2 + 9$

1.  $63av^3 - 7a^2v$
2.  $m^2 + 6mn + 9n^2 - m - 3n$
3.  $(v - c)(v + c) - a(a + 2c)$
4.  $x^2 + 4x + 3$
5.  $x^2 + 3x^2 + 4$

# ОТВЕТЫ.

1 вариант.

$$5a(a - 5b)(a + 5b)$$

$$(a - b)(a - b - c)$$

$$(c - a + b)(c + a - b)$$

$$(x - 2)(x - 1)$$

$$(x^2 + 3 - x)((x^2 + 3 + x)$$

2 вариант.

$$7ab(9b^2 - a)$$

$$(m + 3n)(m + 3n - 1)$$

$$(b + a + c)(b - a - c)$$

$$(x + 3)(x + 1)$$

$$(x^2 + 2 - x)(x^2 + 2 + x)$$



# РЕЗЕРВ

1. Доказать, что число

$$370 \cdot 371 \cdot 372 \cdot 373 + 1$$

можно представить как произведение одинаковых натуральных чисел.

(5 баллов)

2. Доказать, что значение выражения

$2X^2 + 4XY + 4Y^2 - 2X + 1$  неотрицательно при любых значениях  $X$  и  $Y$ .

(4 балла)



## Домашнее задание.

Если вы получили оценку:

«5» – 34.16 – 34.29 (а, б)

«4» – 34.12.- 34.20 (а, б)

«3» или «2» – 34.1 – 34.11 (в, г)

Дополнительное задание: Составить 8 примеров для математической эстафеты по теме урока.



МОЛОДЦЫ !!!

Спасибо за урок

