

**Урок обобщающего
повторения по теме
«Параллельность
прямых и
плоскостей в
пространстве.**

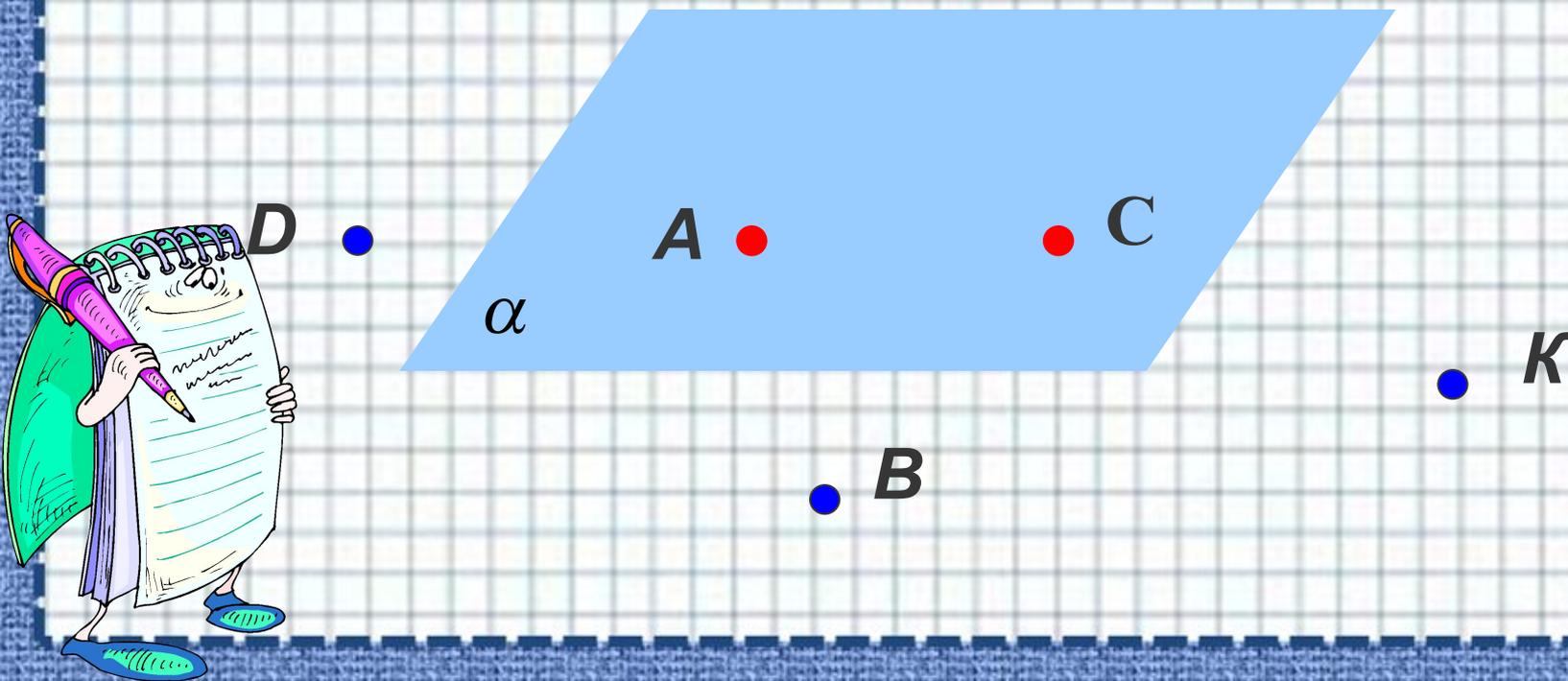


Prezentacii.com

Шевчук Евгения
Студентка 11 группы
КДПК

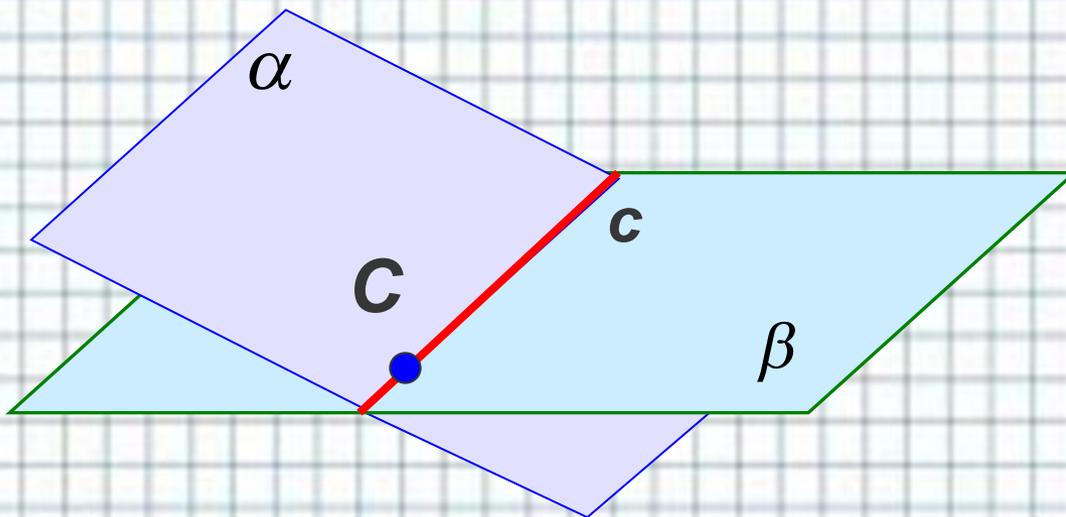
Аксиомы группы С.

Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.



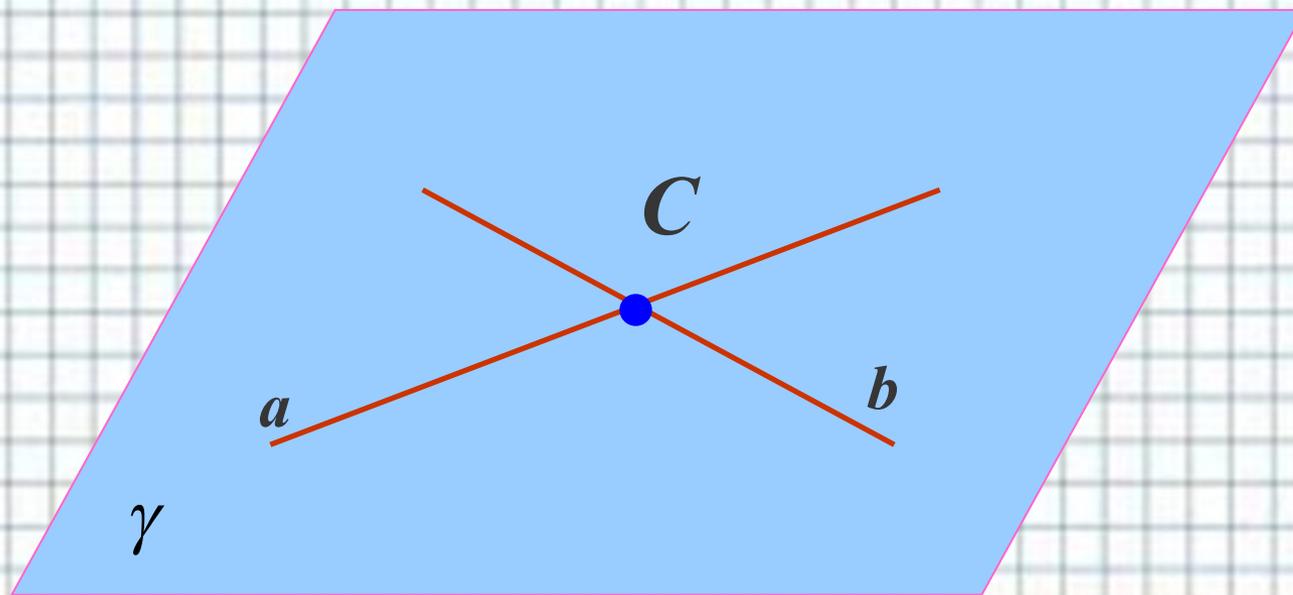
Аксиомы группы С.

Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

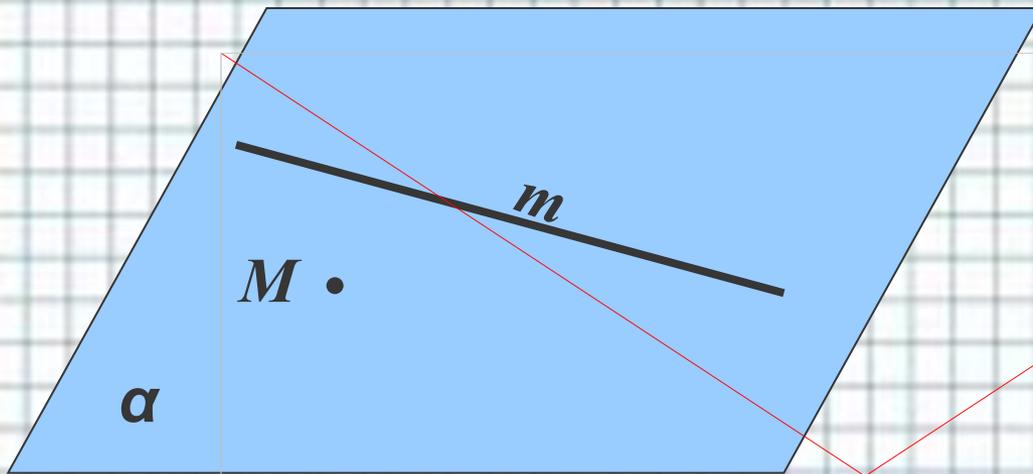


Аксиомы группы С.

Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.



Следствия из аксиом

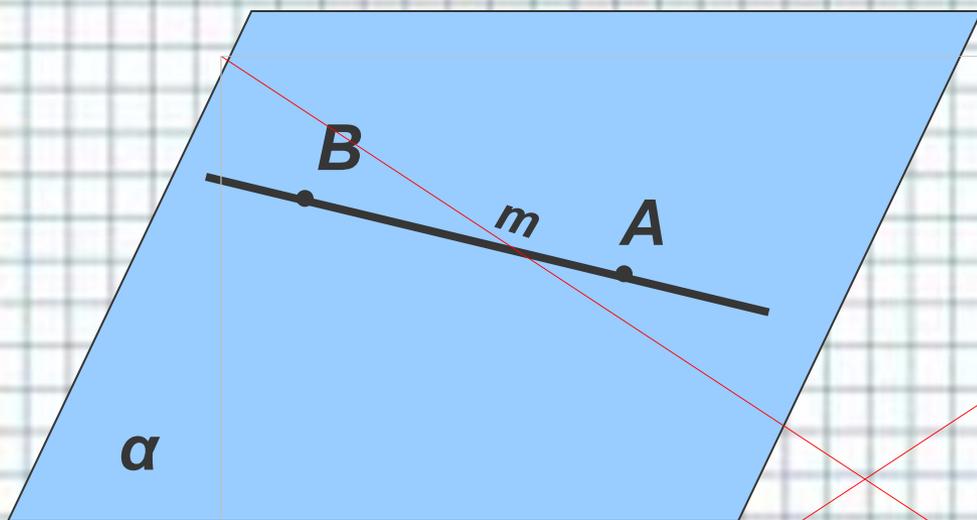


Через любую прямую и не принадлежащую ей точку можно провести плоскость, и притом только одну.



T₁

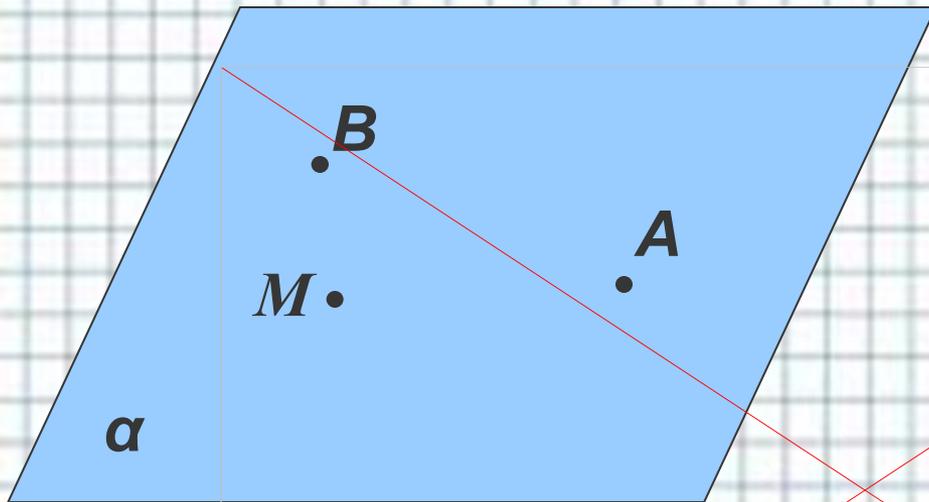
Следствия из аксиом



*Если две точки прямой принадлежат
плоскости, то вся прямая принадлежит
плоскости*



Следствия из аксиом

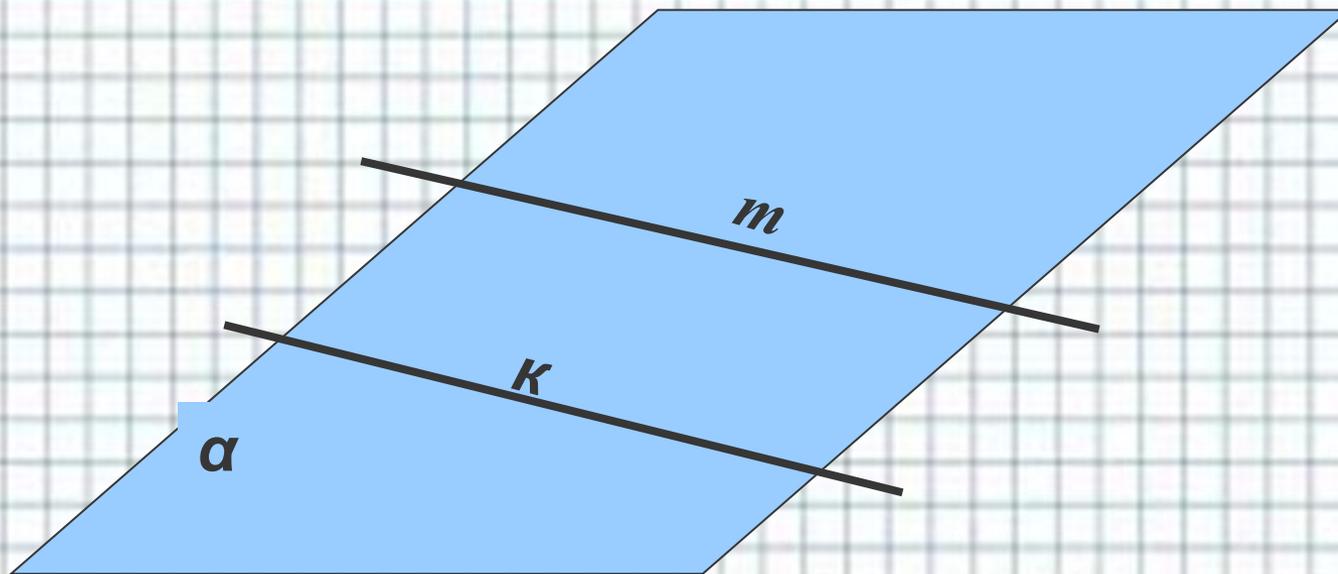


*Через 3 точки, не лежащие на одной прямой,
можно провести плоскость, и притом
только одну.*



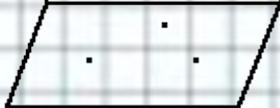
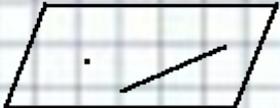
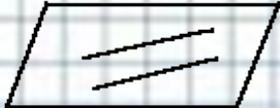
Следствие из T_1

Через две ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Вывод

Как в пространстве можно однозначно задать плоскость?

<i>Способы задания плоскостей</i>	<i>Рисунок</i>
1. По трем точкам	 A parallelogram representing a plane with three dots placed inside it, representing three non-collinear points.
2. По прямой и не принадлежащей ей точке.	 A parallelogram representing a plane with a line segment drawn inside it and a single dot placed outside the line, representing a point not on the line.
3. По двум пересекающимся прямым.	 A parallelogram representing a plane with two lines drawn inside it that intersect at a point.
4. По двум параллельным прямым.	 A parallelogram representing a plane with two parallel lines drawn inside it.

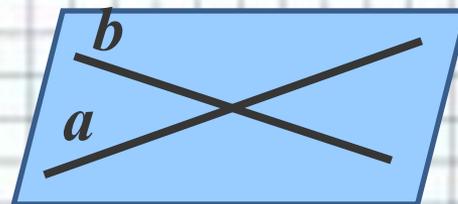
Определите: верно, ли утверждение?

1. Любые три точки лежат в одной плоскости.	Д
2. Любые четыре точки лежат в одной плоскости.	а Нет
3. Любые четыре точки не лежат в одной плоскости.	Нет
4. Если прямая пересекает 2 стороны треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.	Да
5. 5 точек не лежат в одной плоскости. Могут ли какие-нибудь 4 из них лежать на одной прямой?	Нет
6. Через середины сторон квадрата проведена плоскость. Совпадает ли она с плоскостью квадрата?	Да

Взаимное расположение прямых в пространстве.

*Лежат в одной
плоскости*

пересекаются

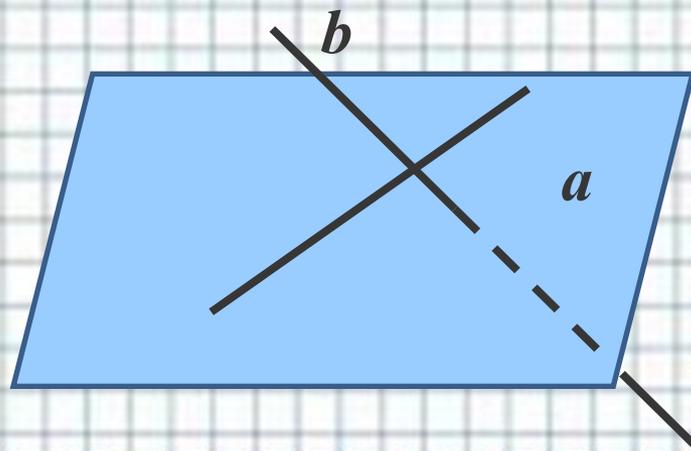


параллельны

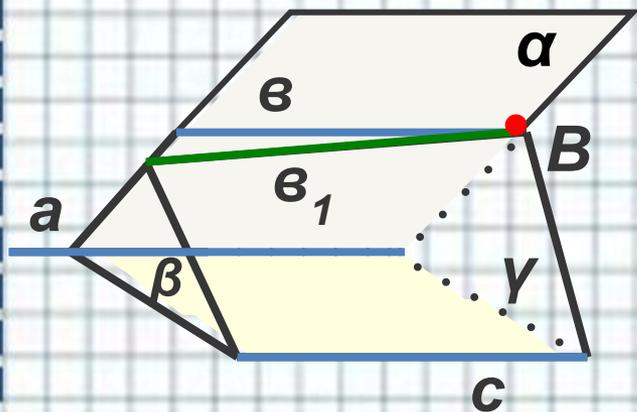


*Не лежат в одной
плоскости*

скрещиваются



Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны



Доказательство:

1 случай. $a, v, c \in \alpha$ рассмотрен в планиметрии

2 случай. $a, v \in \alpha; a, c \in \beta$

1. Возьмем т.В, $V \in v$

Через т.В и c проведем плоскость γ $\gamma \cap \alpha = v_1$

2. Если $v_1 \cap \beta = X, \Rightarrow \underline{X \in a}, v_1 \in \alpha,$

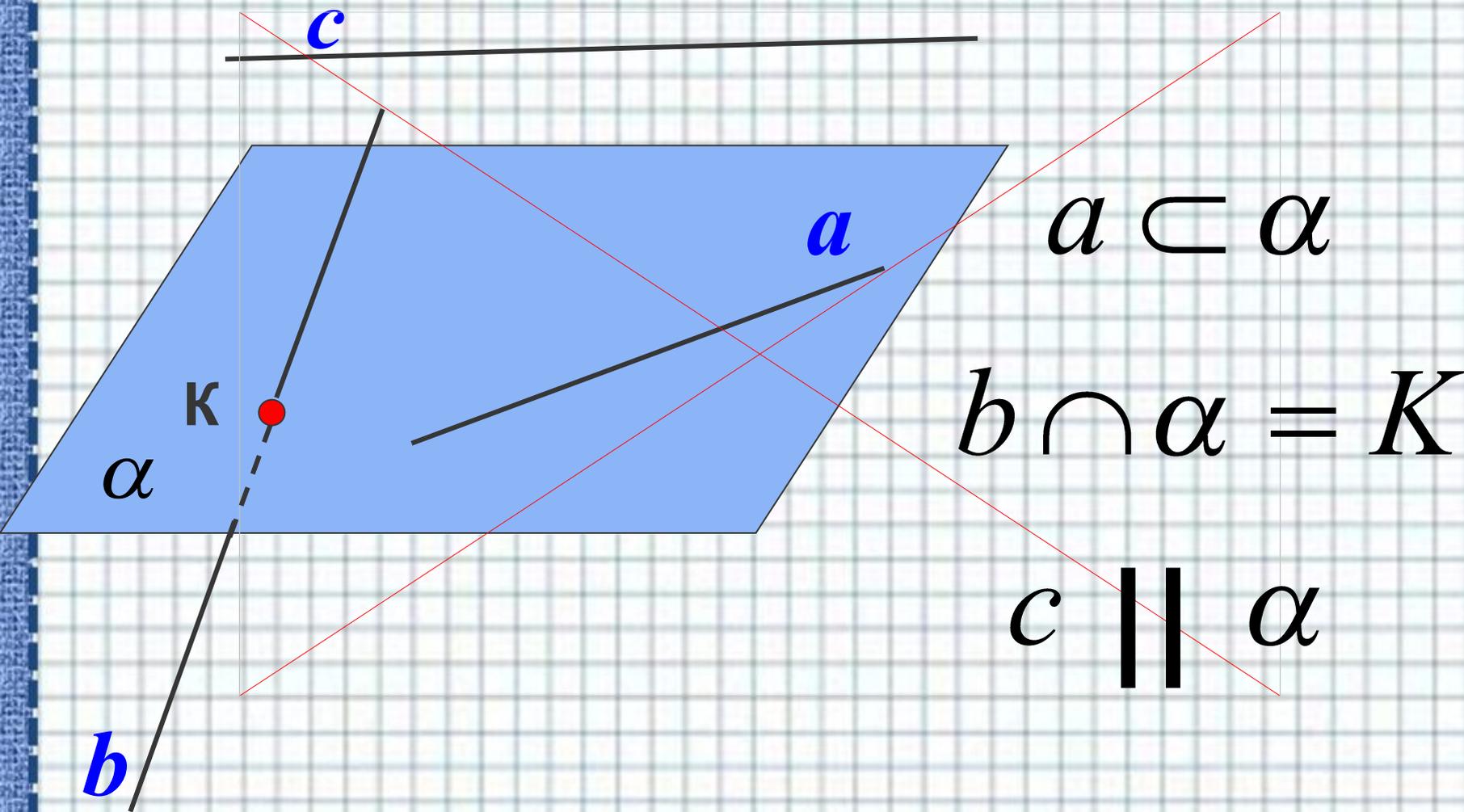
но $\underline{X \in c}$, т.к. $v_1 \in \gamma$, а т.к. $a \parallel c \Rightarrow v_1 \cap \beta$

3. $v_1 \in \alpha, v_1 \cap a \Rightarrow v_1 \parallel a \Rightarrow v_1 = v$ (А параллельных прямых)

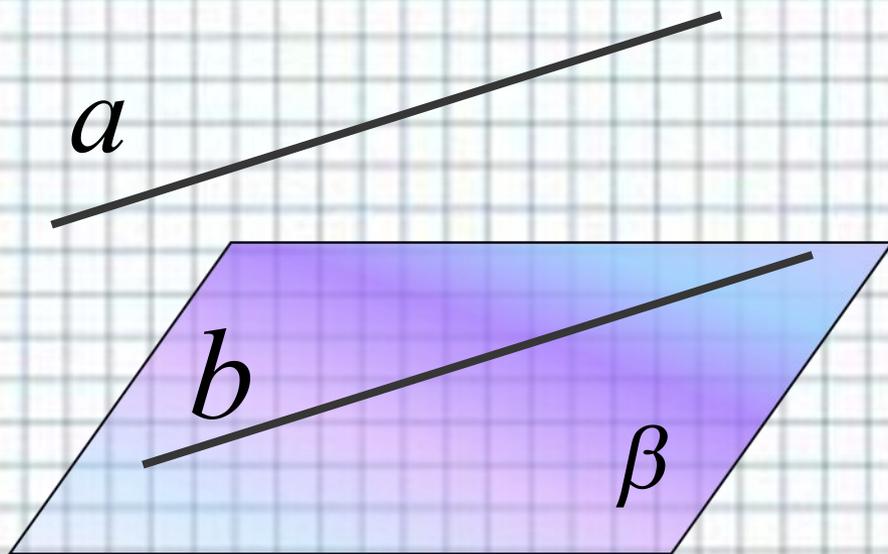
4. $\Rightarrow v \parallel c$

Теорема доказана.

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.



Если прямая, не лежащая в данной плоскости,
параллельна какой-нибудь прямой,
лежащей в этой плоскости, то
она параллельна и самой плоскости.



Дано:

$$a \not\subset \beta$$

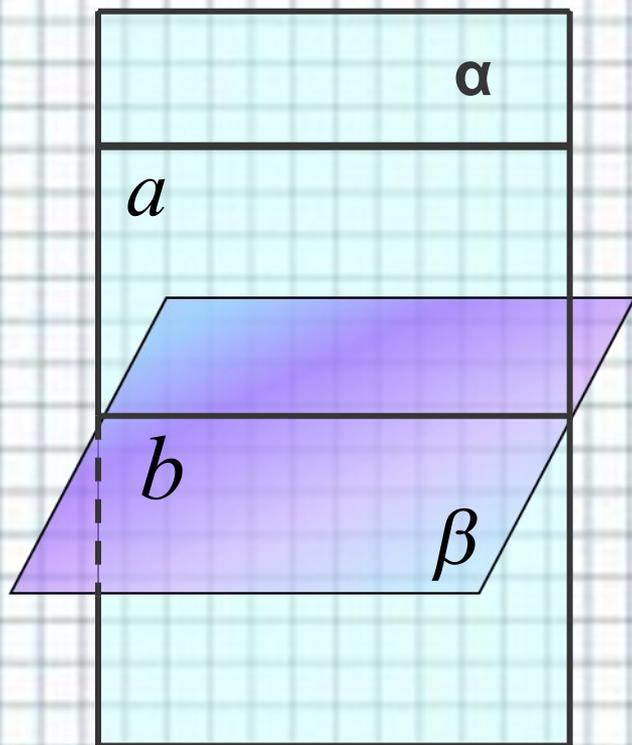
$$a \parallel b$$

$$b \subset \beta$$

Доказать:

$$a \parallel \beta$$

Пусть $a \not\subset \beta$, $b \subset \beta$, $a \parallel b$



1. Через прямые a и b проведем плоскость α

2. $\alpha \cap \beta = b$

Если $a \cap \beta = X$, то $X \in b$, это невозможно, т.к. $a \parallel b$

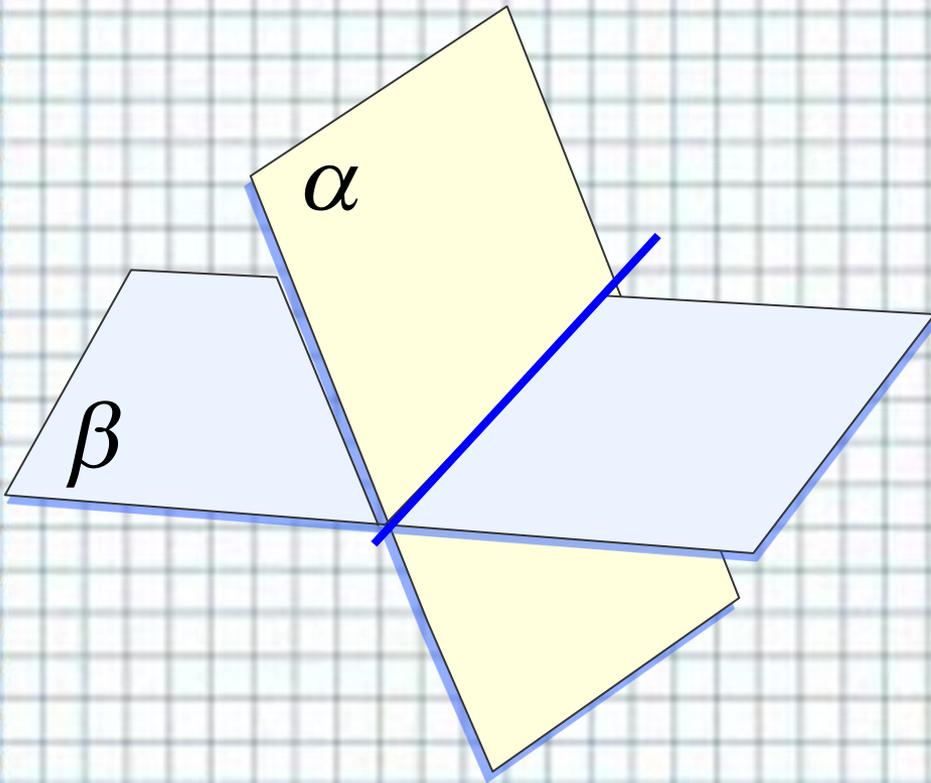
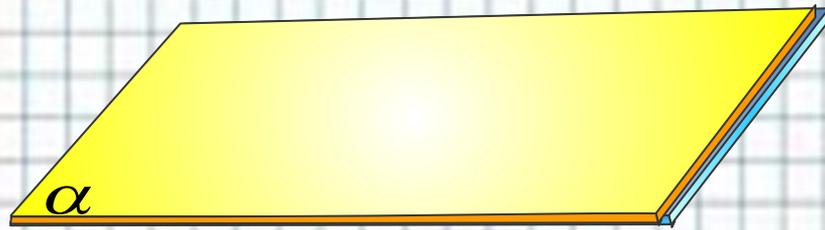
$\Rightarrow a \not\cap \beta$

$\Rightarrow a \parallel \beta$

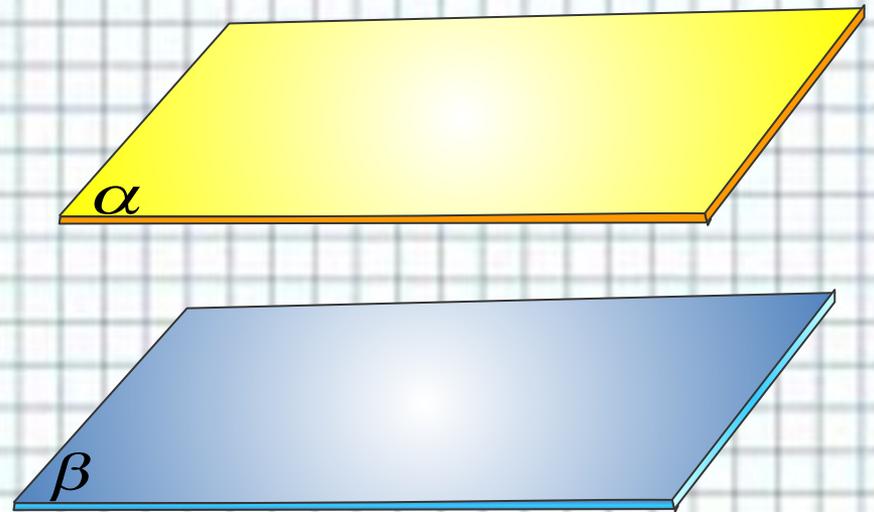
Теорема доказана.

Расположение плоскостей в пространстве.

α и β совпадают



$\alpha \cap \beta$



$\alpha \parallel \beta$

Признак параллельности двух плоскостей.

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Дано: $a \cap b = M$, $a \in \alpha$, $b \in \alpha$.

$a_1 \cap b_1$, $a_1 \in \beta$, $b_1 \in \beta$. $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$.

Доказать: $\alpha \parallel \beta$

Доказательство:

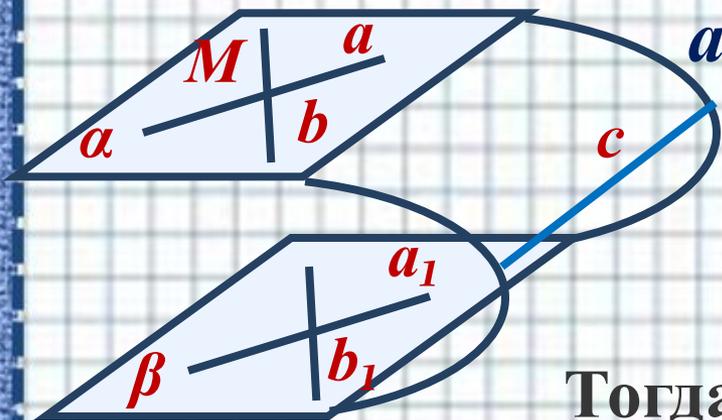
1. Пусть $\alpha \cap \beta = c$.

Тогда $a \parallel \beta$, $a \subset \alpha$, $\alpha \cap \beta = c$, значит $a \parallel c$.

2. $b \parallel \beta$, $b \subset \alpha$, $\alpha \cap \beta = c$, значит $b \parallel c$.

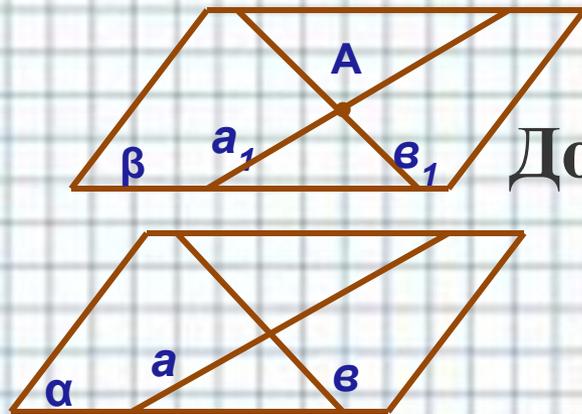
3. Имеем, что через точку M проходят две прямые a и b , параллельные прямой c , чего быть не может.

Значит $\alpha \parallel \beta$.



Теорема

Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, причём единственную.



Дано: плоскость α ,

точка A вне плоскости α .

Доказать: существует плоскость $\beta \parallel \alpha$, проходящая через точку A

Доказательство.

1. В плоскости α проведём прямые $a \cap b$.

Через точку A проведём $a_1 \parallel a$ и $b_1 \parallel b$.

По признаку параллельности плоскостей прямые a_1 и b_1 задают плоскость $\beta \parallel \alpha$.

Существование плоскости β доказано.

Докажем единственность плоскости β методом от противного.

Допустим, что существует плоскость β_1 , которая проходит через т. А и $\beta_1 \parallel \alpha$.

Отметим в плоскости β_1 т. $C \notin \beta$.

Отметим произвольную т. $B \in \alpha$.
Через точки А, В и С проведем γ .

$$\gamma \cap \alpha = v, \quad \gamma \cap \beta = a, \quad \gamma \cap \beta_1 = c.$$

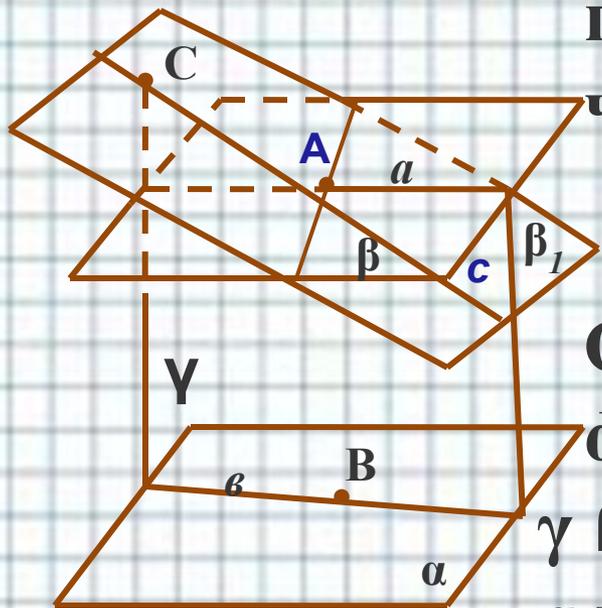
a и c не пересекают плоскость α ,

значит они не пересекают прямую v , $\Rightarrow a \parallel v$ и $c \parallel v$

Получили, что через т. А проходят две прямые, параллельные прямой v , чего быть не может.

\Rightarrow наше предположение ложное.

Единственность β доказана.



Свойство параллельных плоскостей.

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

Дано:

$$\alpha \parallel \beta, \alpha \cap \gamma = a$$

$$\beta \cap \gamma = b$$

Доказать: $a \parallel b$

Доказательство:

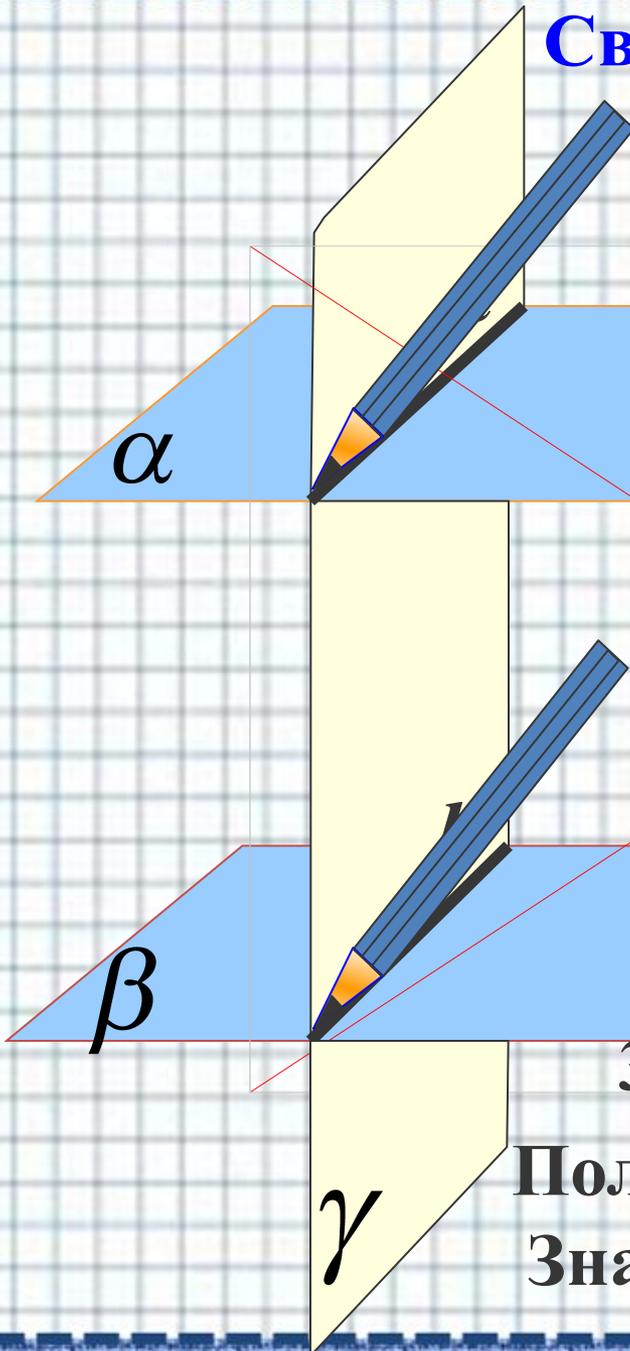
1. $a \subset \gamma, b \subset \gamma$
2. Пусть $a \parallel b$,

тогда $a \cap b = M$

3. $M \in \alpha, M \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = c (A_2)$

Получили противоречие с условием.

Значит $a \parallel b$ ч. т. д.



Свойство параллельных плоскостей.
Отрезки параллельных прямых,
заключенные между параллельными
плоскостями, равны.

Дано:

$$\alpha \parallel \beta, AB \parallel CD$$

$$AB \cap \alpha = A, AB \cap \beta = B,$$

$$CD \cap \alpha = C, CD \cap \beta = D$$

Доказать: $AB = CD$

Доказательство:

1. Через $AB \parallel CD$ проведем γ

$$2. \alpha \parallel \beta, \alpha \cap \gamma = a, \beta \cap \gamma = b$$

$$3. \Rightarrow AC \parallel BD,$$

4. $AB \parallel CD$ (как отрезки паралл. прямых)

5. $\Rightarrow ABCD$ – параллелограмм (по опр.)

$\Rightarrow AB = CD$ (по свойству параллелограмма)

