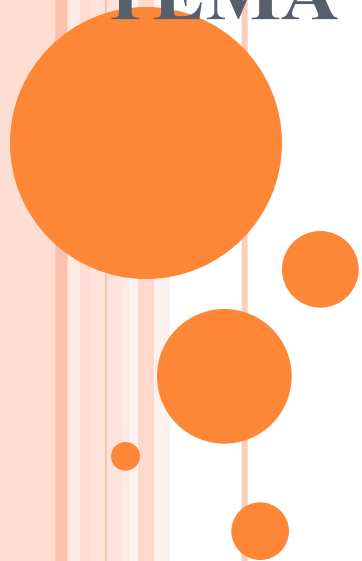


ТЕМА 5. «ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ»



ПЛАН.

1. ПОНЯТИЕ ВАРИАЦИИ И ОСНОВНЫЕ ЕЕ ПОКАЗАТЕЛИ.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИСПЕРСИИ И УПРОЩЕННЫЕ СПОСОБЫ ЕЕ ИСЧИСЛЕНИЯ.

3. ВИДЫ ДИСПЕРСИЙ И ПРАВИЛА ИХ СЛОЖЕНИЯ.

4. ДИСПЕРСИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА.

5. ФОРМЫ РЯДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

1 вопрос: ПОНЯТИЕ ВАРИАЦИИ И ОСНОВНЫЕ ЕЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Показатели вариации:

1) Размах вариации

$$R = X_{\max} - X_{\min}.$$

2) Среднее линейное отклонение

а) для несгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n}.$$

б) для сгруппированных данных:

$$\bar{d} = \frac{\sum |X - \bar{X}| * f}{\sum f}.$$



3) Дисперсия

а) простая дисперсия для несгруппированных данных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}.$$

б) взвешенная дисперсия для вариационного ряда:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 * f}{\sum f}.$$

4) Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$



5) Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{X}} * 100\%.$$



2 вопрос: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИСПЕРСИИ И УПРОЩЕННЫЕ СПОСОБЫ ЕЕ ИСЧИСЛЕНИЯ

Упрощенные методы расчета дисперсии

1) Метод электронно-вычислительного способа расчета

$$\sigma^2 = \overline{X^2} - (\bar{X})^2 = \frac{\sum X^2 * f}{\sum f} - \left(\frac{\sum X * f}{\sum f} \right)^2.$$

2) По «способу моментов»

$$\sigma^2 = i^2 (m_2 - m_1^2),$$



где m_1 – момент первого порядка

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{X - A}{i} \right) * f}{\sum f},$$

A – условный ноль, в качестве которого удобно использовать середину интервала, обладающего наибольшей частотой

m_2 – момент второго порядка

$$m_2 = \frac{\sum \left(\frac{X - A}{i} \right)^2 * f}{\sum f},$$



Пример: Имеются данные о сменной выработке рабочих бригады, представленные интервальным рядом распределения

Группы рабочих по смен. выработке, шт	Число рабочих, чел	Середина интервала (X_i)	$(X_i * f)$	$(\frac{X - A}{i})$	$(\frac{X - A}{i}) * f$	$(\frac{X - A}{i})^2 * f$	$(X - \bar{X})^2 * f$	$X^2 * f$
До 190	10	180	180*10	-2	-2*10	$(-2)^2 * 10$		
190-210	20	200	200*20	-1	-1*20	$(-1)^2 * 20$		
210-230	50	---	---	---	---	---		
Свыше 230	20	---	---	---	---	---		
Итого	100	-	21600	-	-20	80	30400	469600 0



а) среднесменная выработка рабочих определяется:

– по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{21600}{100} = 216(\text{шт.}).$$

– по «способу моментов»:

$$\bar{X} = i * m_1 + A = -20 * 0,2 + 220 = 216(\text{шт.}).$$

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{X - A}{i} \right) * f}{\sum f} = \frac{-20}{100} = -0,2.$$



б) дисперсия выработки рассчитывается:

– по формуле средневзвешенной дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 * f}{\sum f} = \frac{30400}{100} = 304.$$

– по упрощенным методам расчета дисперсии:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \overline{X^2} - (\bar{X})^2 = \frac{\sum X^2 * f}{\sum f} - \left(\frac{\sum X * f}{\sum f} \right)^2 = \frac{4696000}{100} - 216^2 = 46960 - 46656 = \\ &= 304, \end{aligned}$$



– по «способу моментов»:

$$\sigma^2 = i^2 (m_2 - m_1^2) = 20^2 * (0,8 - (-0,2)^2) = 304,$$

$$m_2 = \frac{\sum \left(\frac{X - A}{i} \right)^2 * f}{\sum f} = \frac{80}{100} = 0,8.$$

в) среднее квадратическое отклонение :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{304} = 17,44 \approx 17 \text{ мм.}$$



г) коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\% = \frac{17,44}{216} * 100 \approx 8\%.$$

Вывод: данная бригада достаточно **однородна** по выработке и средняя считается надежной и **типичной**, поскольку вариация признака составляет лишь 8%, т. е. **меньше 33%**.




3 вопрос: Виды дисперсий и правила их сложения



Общая дисперсия


$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 * f}{\sum f}.$$



**Межгрупповая
дисперсия**

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}.$$





Средняя из
внутригрупповых

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i},$$

где

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (X - \overline{X}_i)^2 \cdot f}{\sum f},$$

← - внутригрупповая дисперсия

\overline{X}_i - средняя каждой отдельной группы

\overline{X} - общая средняя всей совокупности



Правило сложения дисперсий

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2,$$

Общая дисперсия

Средняя из
внутригрупповых
дисперсий

Межгрупповая дисперсия



эмпирически
й
коэффициент
детерминации

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}.$$

эмпирическое
корреляционн
ое
отношение

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}.$$



Вопрос 4: Дисперсия альтернативного признака

Обозначим: **1** – наличие интересующего нас признака;

0 – его отсутствие;

n – число единиц совокупности;

m – число единиц совокупности, обладающих данным признаком;

тогда **p** – доля единиц, обладающих данным признаком
($p=m/n$);

q - доля единиц, не обладающих данным признаком.



Среднее значение альтернативного признака

$$\bar{X} = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1 * p + 0 * q}{p + q} = p$$

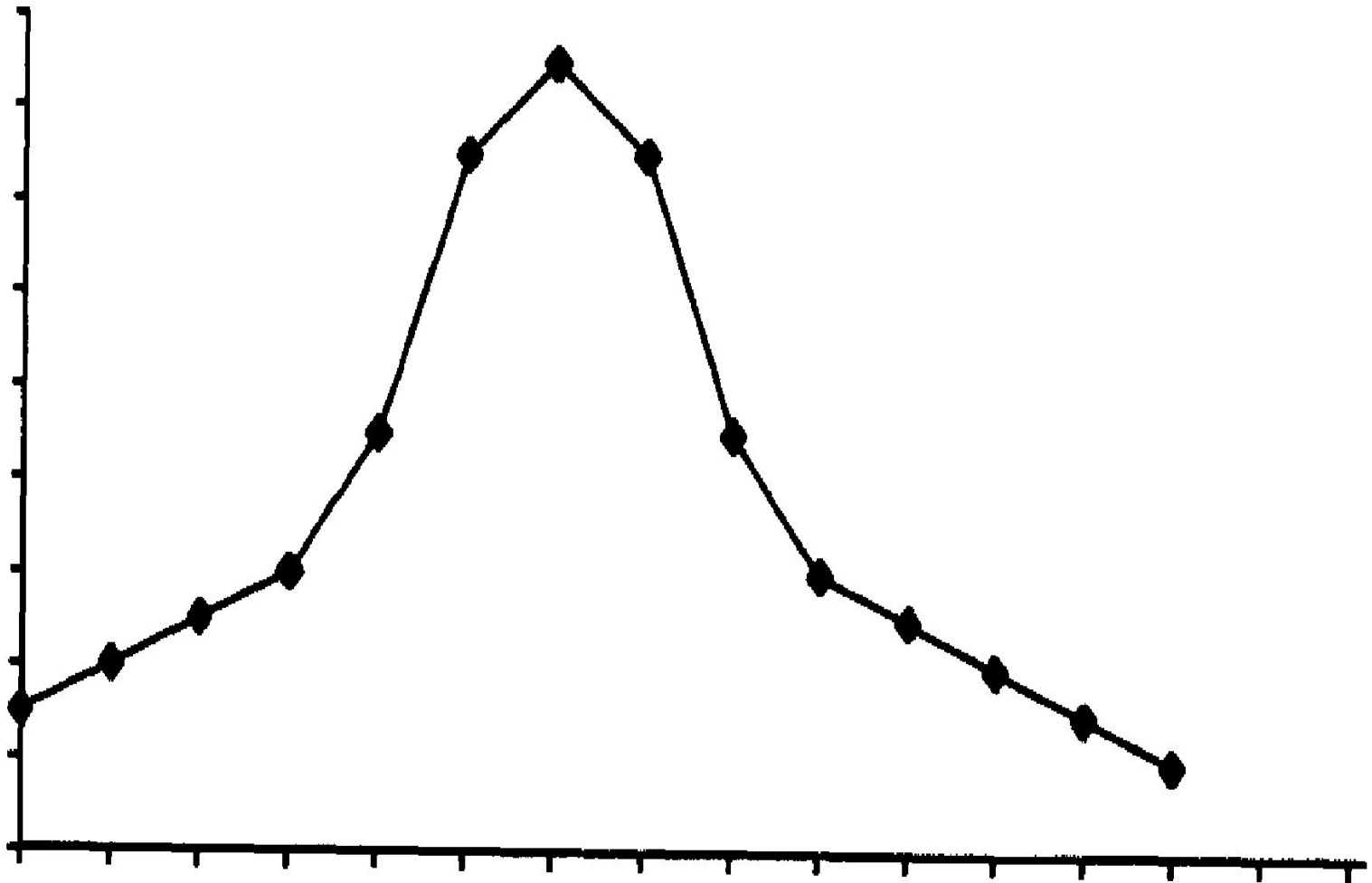
Дисперсия альтернативного признака

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 * f}{\sum f} = \frac{(1 - p)^2 * p + (0 - p)^2 * q}{p + q} = p * q$$



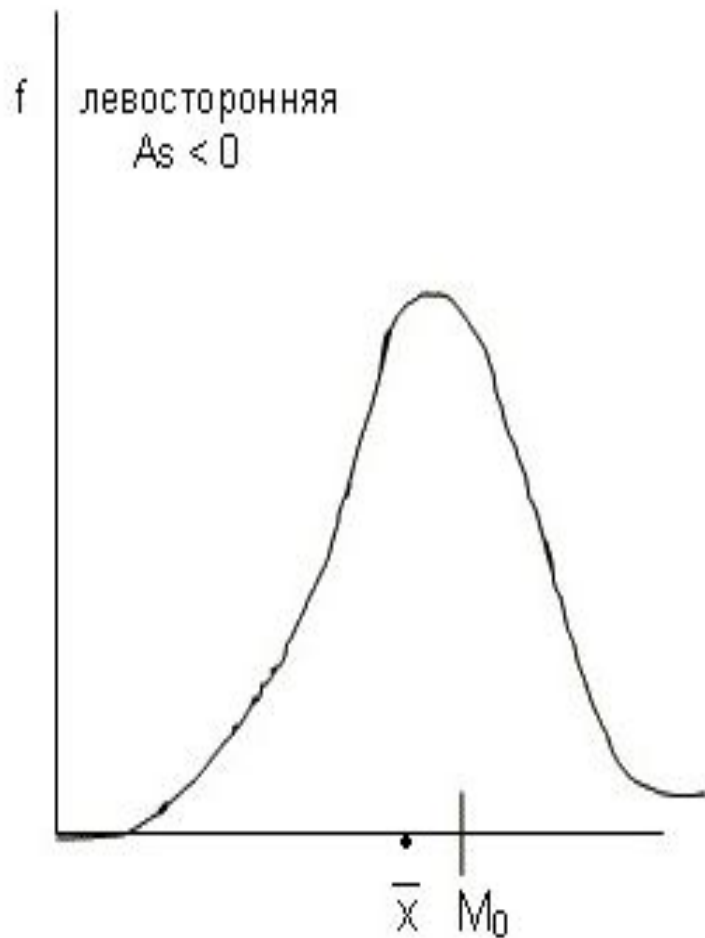
Симметричное распределение:

$$\bar{X} = Me = Mo,$$



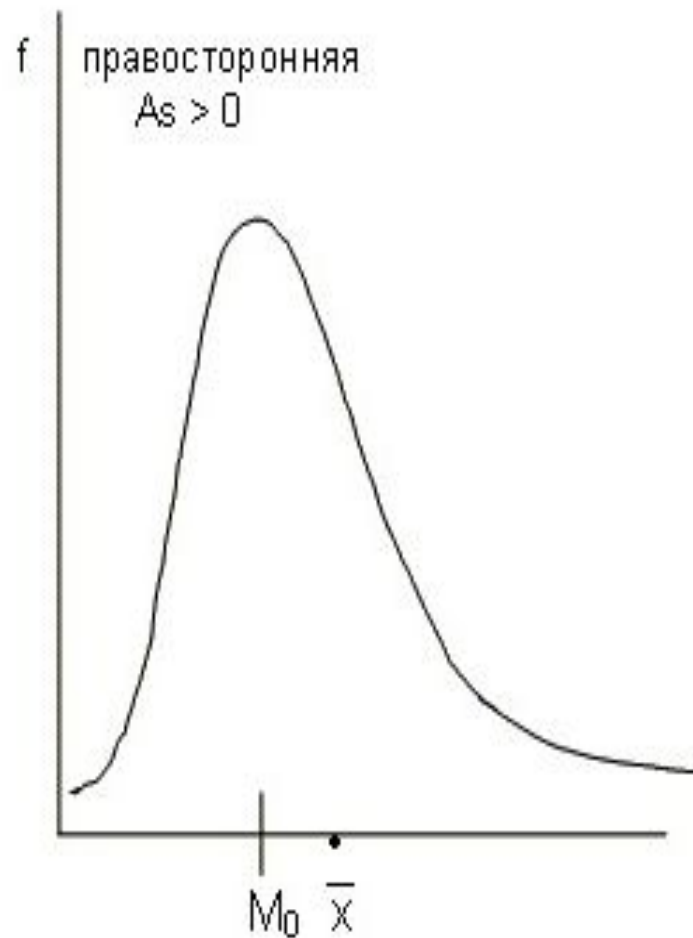
Левосторонняя асимметрия:

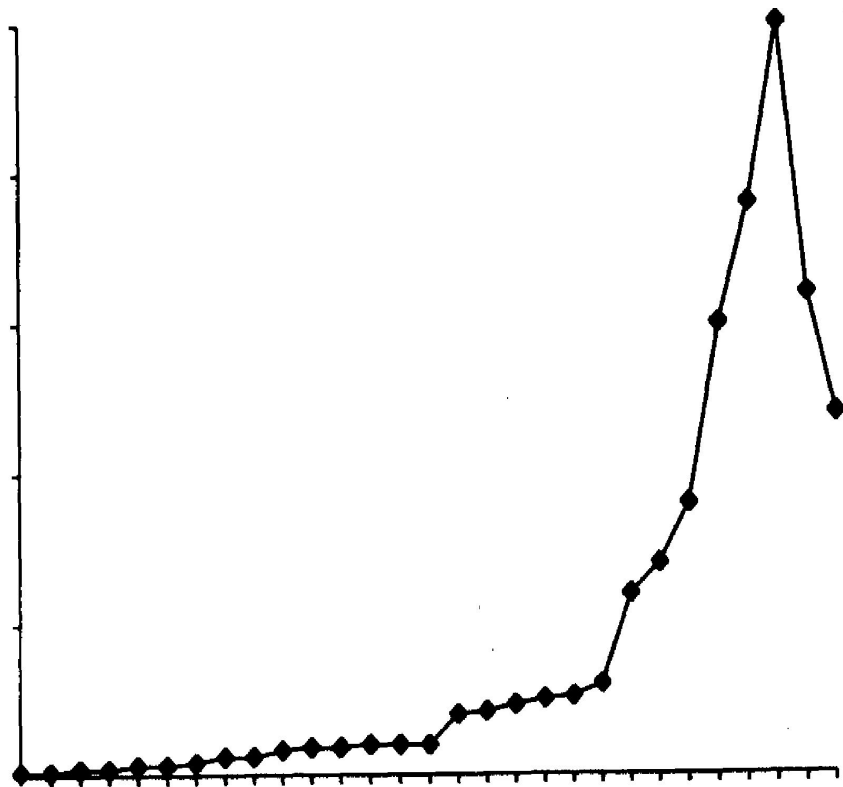
$$\bar{X} < Me < Mo$$



Правосторонняя асимметрия:

$$\bar{X} > Me > Mo.$$

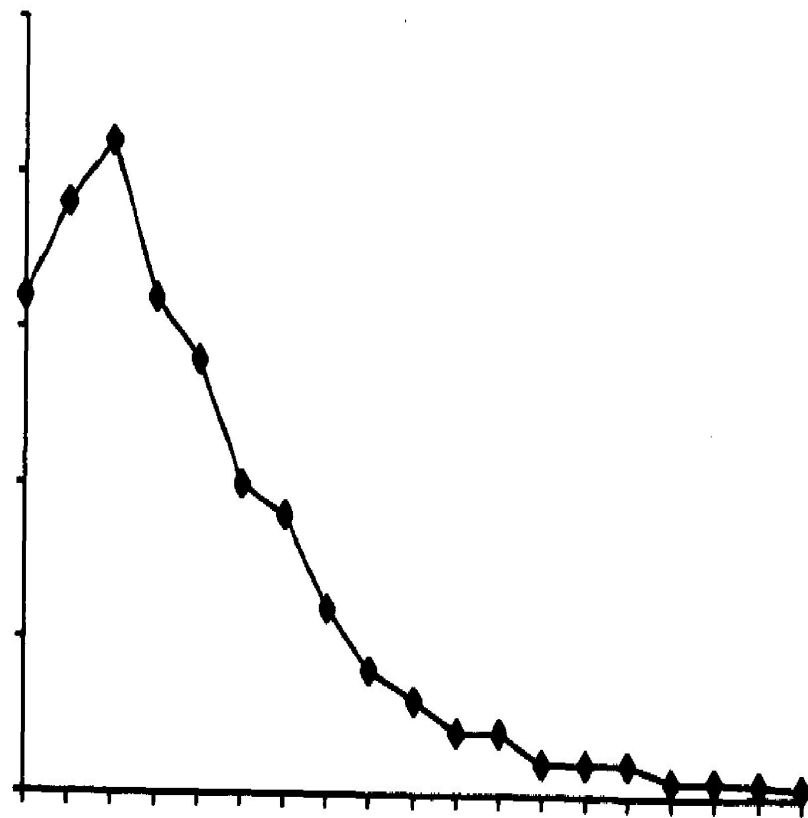




Правосторонняя
асимметрия



Левосторонняя
асимметрия

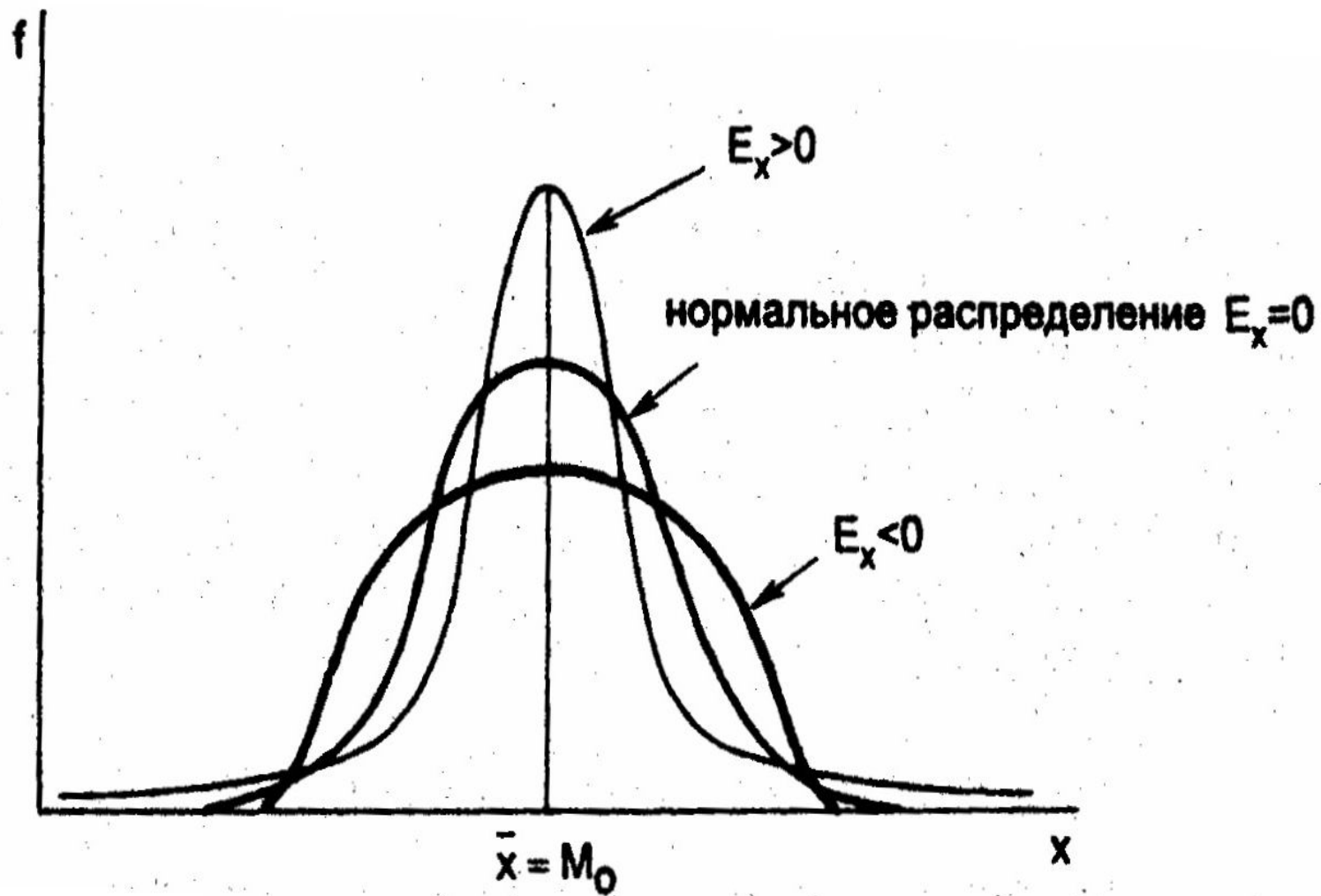


Численная оценка асимметрии определяется с помощью
коэффициента асимметрии

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^3 * f}{\sum f} \Big/ \sigma^3$$



Экссесс



Численная оценка эксцесса определяется с помощью
коэффициента эксцесса

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \left(\frac{\sum (X_i - \bar{X})^4 * f}{\sum f} \right) / \sigma^4 - 3$$

