Дисциплина **МАТЕМАТИКА**

Лектор: Юлия Абдулловна Ахкамова,
доцент кафедры математики
и методики обучения математике
ЮУрГГПУ
akhkamovayua@cspu.ru

Балльно-рейтинговая система 1 курс

- Он-лайн 1 лекции 5 баллов (max 1*5=5);
- 3 лаб. занятия по 5 баллов(max 3*5=15);

Контрольная работа №1 задачи 1,3а,б,в,8 (max 60);

Защита-обсуждение занятий или кр (электронного варианта) max 10 баллов);

Зачетная работа до 20 баллов .

60 баллов и выше «Зачтено»,

- 3.Учебный вопрос.

Метод Гаусса систем линейных алгебраических уравнений.

Карл Фридрих Гаусс (30.04.1777-23.02.1855)

- Немецкий математик, механик, физик, астроном и геодезист. Считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков».

Иностранный член Шведской и Российской Академий наук, английского Королевского общества.

- Рассмотрим систему m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. **Расширенной матрицей системы** называется основная матрица с приписанным справа столбцом свободных членов:

$$\breve{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$$

Напомним, элементарными преобразованиями строк матрицы называются:

1) перемена местами двух строк матрицы;

2) умножение строки на любое ненулевое число;

3) прибавление к элементам одной строки соответствующих элементов другой строки, умноженных на некоторое число;

4) вычеркивание нулевой строки.

Напомним, <u>рангом матрицы</u> размерности $m \times n$ называется количество ненулевых строк в эквивалентной ей ступенчатой матрице.

Ступенчатая матрица получена из исходной с помощью элементарных преобразований строк.

Определение. **Две системы линейных алгебраических уравнений называются <u>эквивалентными</u> или <u>равносильными</u>, если они имеют одно и то же множество решений.**

Метод Гаусса.

В отличие от матричного метода и метода Крамера <u>метод Гаусса</u> может быть применен к СЛАУ <u>с произвольным</u> числом уравнений и неизвестных.

Суть метода Гаусса заключается в последовательном исключении неизвестных.

Алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса .

1)Расширенную матрицу системы с помощью элементарных преобразований приводим к ступенчатому виду.

2)Отбрасываем нулевые строки.

3) Применяем следующую теорему:

Теорема Кронеккера-Капелли:

При совпадении рангов расширенной и основной матриц СЛАУ совместна; при равенстве ранга с числом неизвестных СЛАУ определена.

СЛАУ

Несовместная

$r(\widehat{A}) \neq r(A)$

Несовместная

$r(\widehat{A}) \neq r(A)$

Несовместная

$r(\widehat{A}) \neq r(A)$

Если система имеет единственное решение, то, двигаясь по системе снизу вверх, последовательно находим значения неизвестных.

Если система имеет бесконечное множество решений, то сначала выделяем базисные неизвестные.

4) Неизвестная, соответствующая столбцу, в котором стоит первый ненулевой элемент данной строки, является базисной. Остальные неизвестные – свободные.

5) Двигаясь по системе снизу вверх, последовательно выражаем базисные неизвестные через свободные.

Пример. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

Решение.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{array}\right) \begin{array}{c} -2 \quad -1 \\ + \\ + \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ -2 \\ 3 \end{array} \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & 2 & -10 \\ 0 & 6 & 3 & 15 \end{array}\right) + \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{1/5}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \longrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 0x_1 - 6x_2 + 2x_3 = -10 \\ 0x_1 + 0x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$x_1 = 4$

$x_2 = 2$

$x_3 = 1$

СЛАУ

неоднородная

однородная

Система линейных алгебраических уравнений называется <u>однородной СЛАУ</u>, если свободный член в каждом уравнении равен нулю.

<u>Пример.</u> однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Однородная система всегда совместна.

- Очевидно, что $x_1=x_2=\ldots=x_n=0$ – **нулевое или тривиальное** решение однородной системы.
- Кроме тривиального, система может иметь и другие решения (нетривиальные).

Задание на самостоятельную работу (ППИ, 1 курс)

Данко П.Е., др. Высшая математика в упражнениях и задачах, часть I, с.39-43, 70-79.

Контрольная работа №1 задания 1;(3а,3б);3в;8.