ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИИ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

$$\int x^n \, dx$$

ПОНЯТИЕ ПЕРВООБРАЗНОЙ

Функцию **F(x)** называют **первообразной** для функции **f(x)** на интервале **(a; b)**, если на нем производная функции **F(x)** равна **f(x)**:

$$\boxed{F'(x) = f(x)}$$

Операцию, обратную **дифференцированию** называют **интегрированием.**

ПРИМЕРЫ

1. $f(x) = 2x; \quad F(x) = x^2$

   $F'(x) = (x^2)' = 2x = f(x)$

2. $f(x) = -\sin x; \quad F(x) = \cos x$

   $F'(x) = (\cos x)' = -\sin x = f(x)$

3. $f(x) = 6x^2 + 4; \quad F(x) = 2x^3 + 4x$

   $F'(x) = (2x^3 + 4x)' = 6x^2 + 4 = f(x)$

4. $f(x) = 1/\cos^2 x; \quad F(x) = \operatorname{tg} x$

   $F'(x) = (\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x = f(x)$

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Неопределенным интегралом от непрерывной на интервале **(a; b)** функции **f(x)** называют любую ее **первообразную** функцию.

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

где **С** – произвольная постоянная **(const)**.

ПРИМЕРЫ

$$1.\ \int A\,dx = Ax + C; \quad (Ax + C)' = A$$

$$2.\ \int e^x dx = e^x + C; \quad \left(e^x + C\right)' = e^x$$

$$3.\ \int \sin x\,dx = -\cos x + C; \quad \left(-\cos x + C\right)' = \sin x$$

$$4.\ \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C; \quad \left(\frac{x^4}{4} + C\right)' = \frac{1}{4}\cdot 4x^3 = x^3$$

$$5.\ \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C; \quad \left(\operatorname{tg} x + C\right)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

ТАБЛИЦА ПЕРВООБРАЗНЫХ

$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$
$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$	x^n	a^x+C	$\dfrac{a^x}{\ln a}$
$\dfrac{2x\sqrt{x}}{3}+C$	$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{x}+C$	$\ln\lvert x\rvert$
$\sin x+C$	$\cos x$	e^x+C	e^x
$-\cos x+C$	$\sin x$	C	Cx
$\operatorname{tg} x+C$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\log_a x+C$	$\dfrac{1}{x\ln a}$
$-\operatorname{ctg} x+C$	$\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$\arcsin x+C$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

ТРИ ПРАВИЛА НАХОЖДЕНИЯ ПЕРВООБРАЗНЫХ

1° *Если* ***F(x)*** *есть первообразная для* ***f(x)****, а* ***G(x)*** *– первообразная для* ***g(x)****, то* ***F(x) + G(x)*** *есть первообразная для* ***f(x) + g(x).***

2° *Если* ***F(x)*** *есть первообразная для* ***f(x)****, а* ***k*** *– постоянная, то функция* ***kF(x)*** *есть первообразная для* ***kf(x).***

3° *Если* ***F(x)*** *есть первообразная для* ***f(x)****, а* ***k*** *и* ***b*** *– постоянные, причем* $k \neq 0$*, то функция* $\frac{1}{k}F(kx + b)$ *есть первообразная для* ***f(kx + b).***

ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИИ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

https://youtu.be/Q4Flf0bQ5QA

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

Решить в тетради: Упражнение 983 (1,2), 984 (1,2), 987 (1,2), 988 (1-6). Сохранить файл в формате PDF и загрузить на сайт в своем профиле.

983 Показать, что функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на всей числовой прямой:

1) $F(x)=\frac{x^6}{6}$, $f(x)=x^5$; 2) $F(x)=\frac{x^5}{5}+1$, $f(x)=x^4$.

984 Показать, что функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ при $x>0$:

1) $F(x)=\frac{2}{x}$, $f(x)=-\frac{2}{x^2}$; 2) $F(x)=1+\sqrt{x}$, $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

987 Показать, что функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на всей числовой прямой:

1) $F(x)=3e^{\frac{x}{3}}$, $f(x)=e^{\frac{x}{3}}$; 2) $F(x)=\sin 2x$, $f(x)=2\cos 2x$.

Найти одну из первообразных функции (**988—990**).

988 1) $2x^5-3x^2$; 2) $5x^4+2x^3$; 3) $\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}$;

4) $\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x}$; 5) $6x^2-4x+3$; 6) $4\sqrt[3]{x}-6\sqrt{x}$.