

МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

- Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие.

Множества принято обозначать прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, \dots, Z .

Множество, не содержащее ни одного объекта, называется **пустым** и обозначается так: \emptyset

Объекты, из которых образованно множество, называются **элементами**.

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, \dots, z .

Множества бывают **конечными** (множество дней в неделе, месяцев в году) и **бесконечными** (множество натуральных чисел, точек на прямой)

СТАНДАРТНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ

- ⊙ \mathbb{N} - множество всех натуральных чисел
- ⊙ \mathbb{Z} - множество всех целых чисел
- ⊙ \mathbb{Q} - множество всех рациональных чисел
- ⊙ \mathbb{J} - множество всех иррациональных чисел
- ⊙ \mathbb{R} - множество всех действительных чисел

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

- ◎ 1. Способом перечисления всех его элементов.

Например, если множество A состоит из чисел 1, 3, 5, 7 и 9, то мы зададим это множество, т.к. все его элементы оказались перечисленными. При этом используется следующая запись: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

Такая форма задания множеств применяется в том случае, когда оно имеет небольшое количество элементов.

○ 2. Через характеристическое свойство его элементов

Характеристическое свойство - это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

Например, множество $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ можно задать через характеристическое свойство - множество однозначных, нечетных натуральных чисел.

Так множества обычно задают в том случае, когда множество содержит большое количество элементов или множество бесконечно.

СИМВОЛИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

A - это множество всех натуральных чисел,
больших 3 и меньших 10 можно записать
таким образом:

$$\odot A = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x < 10 \}$$

A это всех натуральных чисел больших меньших

множество чисел

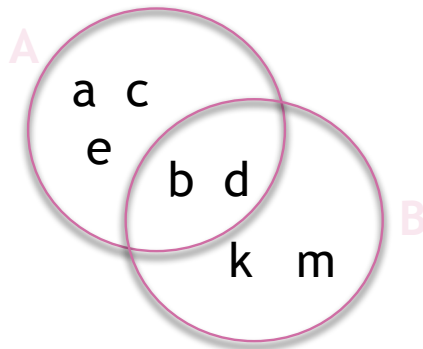
ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

- I. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{b, d, k, m\}$

Эти множества имеют общие элементы. В этом случае говорят, что множества пересекаются.

Множества A и B называются **пересекающимися**, если они имеют общие элементы.

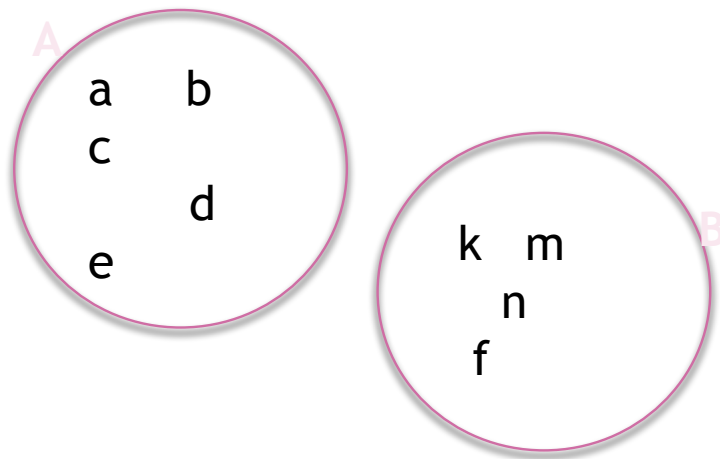
Отношения между множествами наглядно представляют с помощью особых чертежей, называемых кругами Эллера.



- II. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{k, m, n, f\}$

Множества не имеют общих элементов. В этом случае говорят, что множества не пересекаются.

Множества A и B называются **непересекающимися**, если они не имеют общих элементов

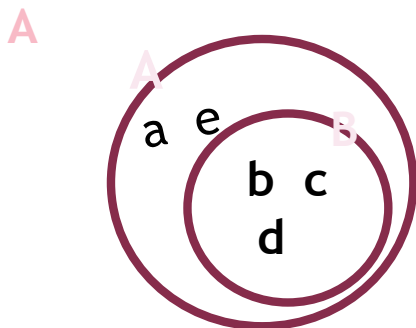


III. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{b, c, d\}$

Эти множества называются пересекающимися, и, кроме того, каждый элемент множества B является элементом множества A .

В этом случае говорят, что множество B является **подмножеством** множества A и пишут: $B \subset A$

- ✓ Множество B называется подмножеством множества A , если каждый элемент множества B является также элементом множества A .
- ✓ Пустое множество является подмножеством любого множества. $\emptyset \subset A$
- ✓ Любое множество является подмножеством самого себя. $A \subset A$

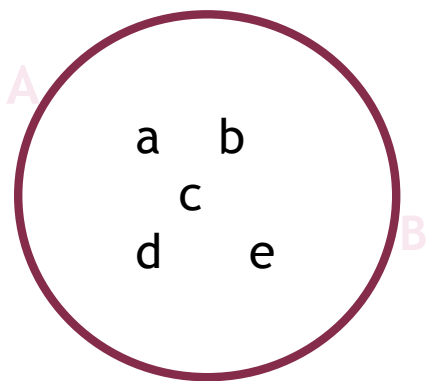


- IV. Рассмотрим 2 множества: $A = \{a, b, c, d, e\}$
 $B = \{c, d, a, b, e\}$

Эти множества пересекаются, причем каждый элемент множества A является элементом множества B ($A \subset B$), и наоборот, каждый элемент множества B является элементом множества A ($B \subset A$).

В этом случае говорят, что множества равны и пишут: $A = B$.

Множества A и B называются **равными**, если $A \subset B$ и $B \subset A$



ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

⊙ I. Пересечение множеств

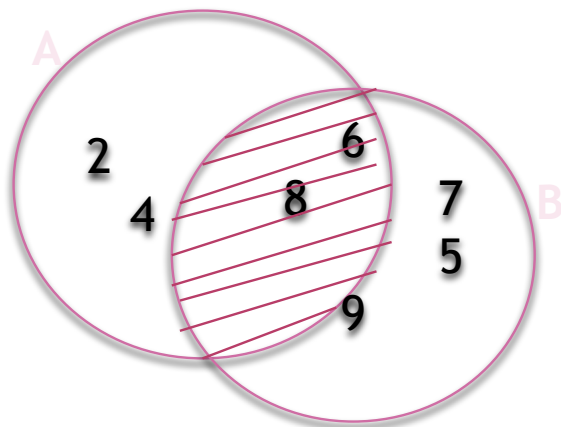
Пересечением множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и множеству B .

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = A \cap B$$

$$C = \{6, 8\}$$



II. Объединение множеств

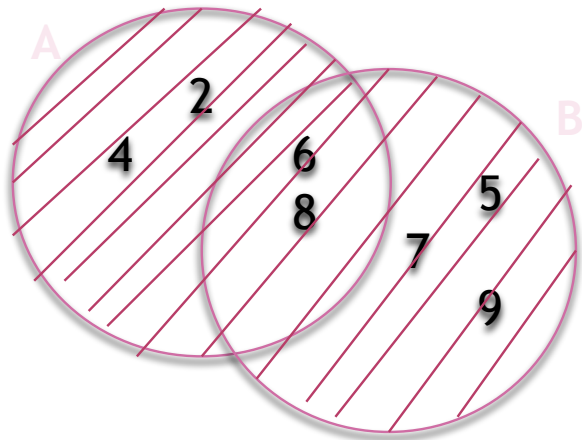
Объединением множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A или множеству B .

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = A \cup B$$

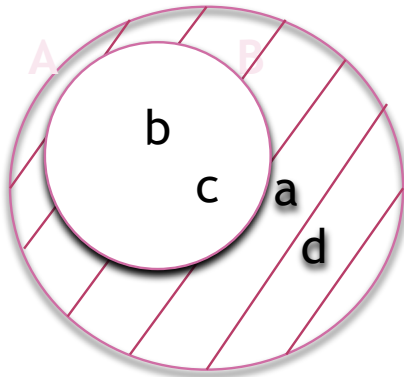
$$C = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



III. Вычитание множеств

Разностью множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$



Дополнением множества B до множества A называется множество, содержащее те и только те элементы множества A , которые не принадлежат множеству B .

ДЕКАРТОВО ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОЖЕСТВ

- ◉ Упорядоченную пару, образованную из элементов множеств A и B принято записывать, используя круглые скобки (a, b) .
- ◉ Элемент a называют первой координатой (компонентой) пары, а элемент b - второй координатой (компонентой) пары.
- ◉ Декартовым произведением множеств A и B называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству A , а вторая компонента принадлежит множеству B .

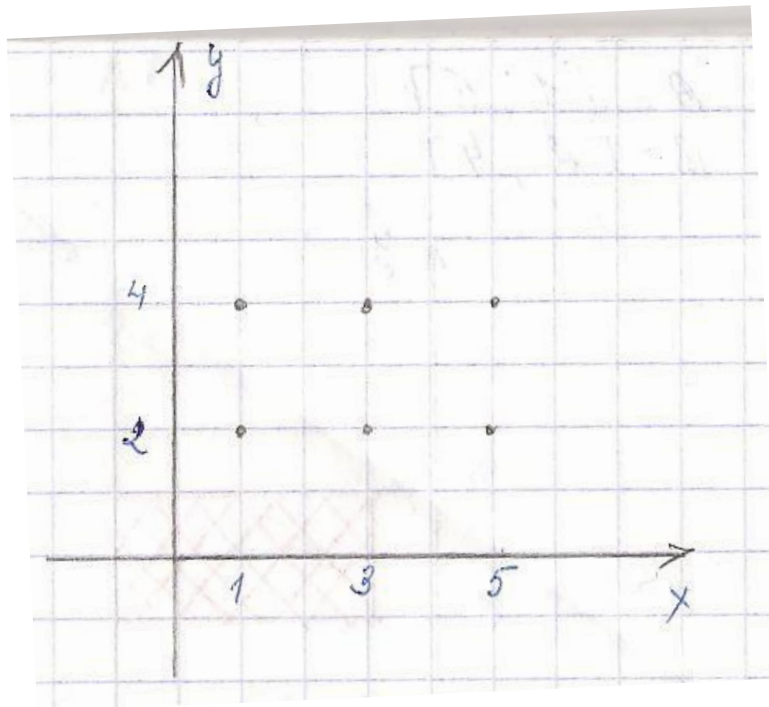
$$A \times B = \{ (x; y) \mid x \in A, y \in B \}$$

ПРИМЕР 1

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4\}$$

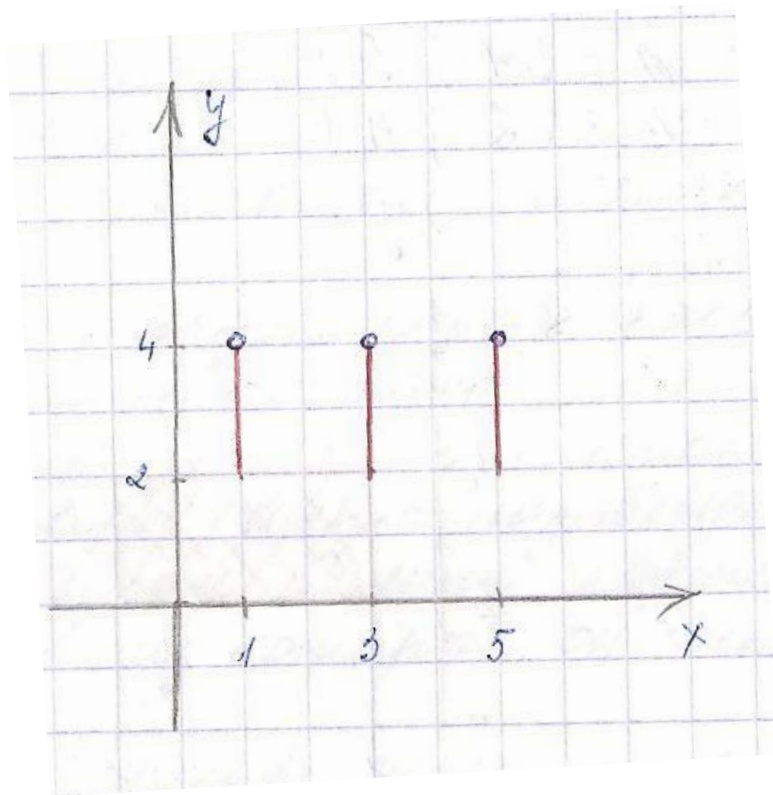
$$A \cdot B = \{(1; 2), (1; 4), (3; 2), (3; 4), (5; 2), (5; 4)\}$$



ПРИМЕР 2

$$A = \{1, 3, 5\}$$

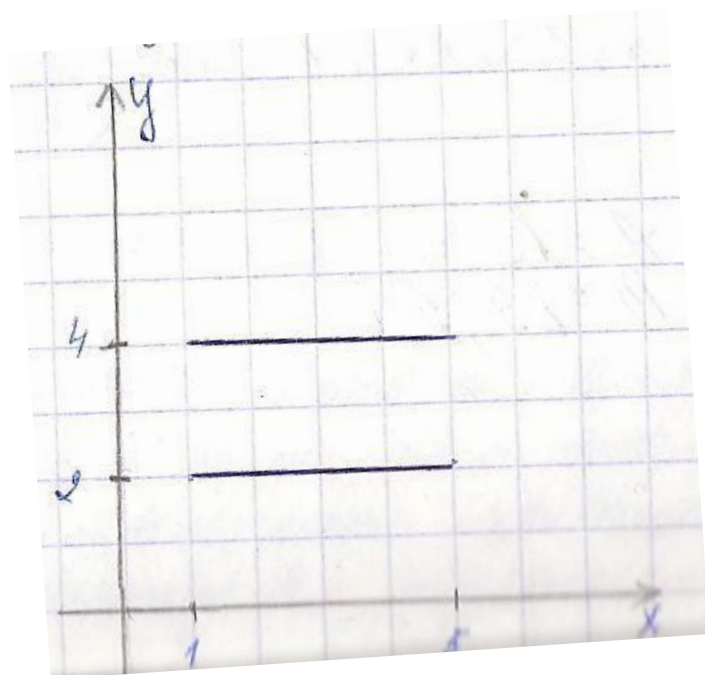
$$B = [2, 4] \text{ или } B = \{y \mid y \in \mathbb{R}, 2 \leq y \leq 4\}$$



ПРИМЕР 3

$$A=[1;5]$$

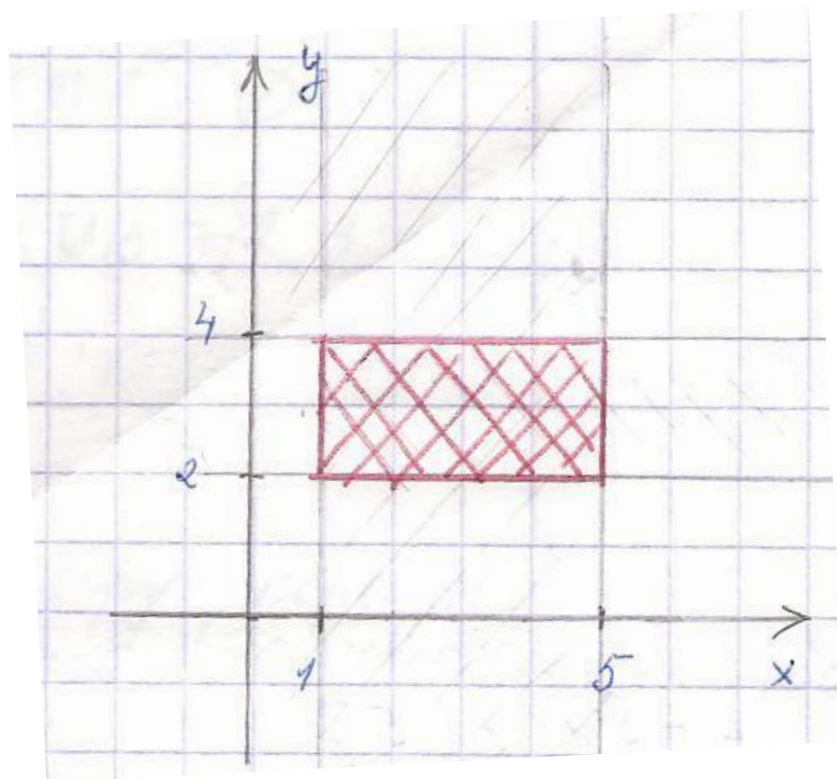
$$B=\{2,4\}$$



ПРИМЕР 4

$$A=[1;5]$$

$$B=[2,4]$$



ПРИМЕР 5

$$A=[1;5)$$

$$B=(2,4]$$

