# математика

## Тема

***Понятие о производной функции, её геометрический и физический смысл. Производные элементарных функций.***

# Цель:

*1) Ввести определение производной функции на основе задач физики, рассматривая при этом физический смысл производной;*

*2) Выяснить геометрический смысл производной дифференцируемой функции;*
*3) Вывести уравнение касательной к графику функции, с использованием производной;*

*4) Научить решать задачи на данную тему, используя полученные знания*
*5) Способствовать развитию общения как метода научного познания, аналитико-синтетического мышления, смысловой памяти и произвольного внимания,*

*6) Развитие навыков исследовательской деятельности*
*7)Способствовать развитию творческой деятельности*
*8) Развивать у учащихся коммуникативные компетенции, потребности к самообразованию.*

# Вопросы:

*Ввести определение производной функции на основе задач физики, рассматривая при этом физический смысл производной;*

*Выяснить геометрический смысл производной дифференцируемой функции;*

*Вывести уравнение касательной к графику функции, с использованием производной;*

# Приращение аргумента, приращение функции.

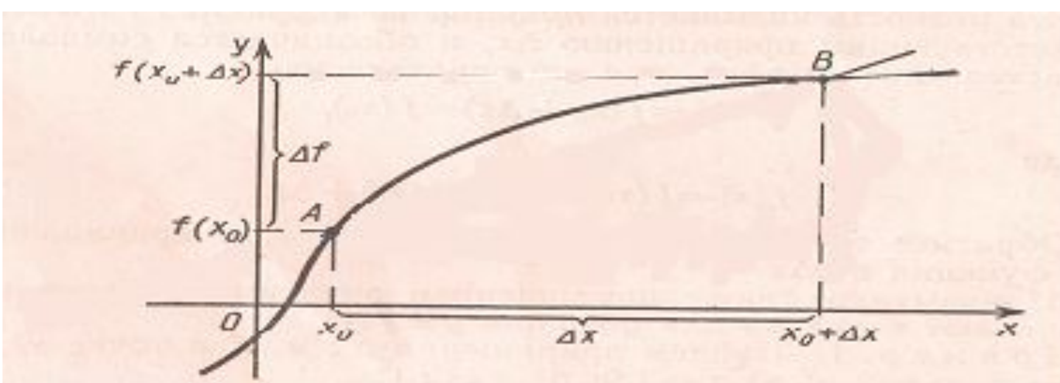
Пусть x – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки $x_0$. Разность $x\text{-}x_0$ называется приращением независимой переменной (или приращением аргумента) в точке $x_0$ и обозначается $\Delta x$.

$\Delta x = x - x_0$ – *приращение независимой переменной*

Приращением функции f в точке $x_0$ называется разность между значениями функции в произвольной точке и значением функции в фиксированной точке.

$f(x) - f(x_0)=f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$ – *приращение функции f*

$$\Delta f=f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$$



# Определение производной

Пусть на некотором интервале (a, b) определена функция y= *f(x)*. Возьмем любую точку $x_0$ из этого интервала и зададим аргументу x в точке $x_0$ произвольное приращение $\Delta x$ такое, что точка $x_0 + \Delta x$ принадлежит этому интервалу. Функция получит приращение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

**Производной** функции y=*f(x)* в точке x $=x_0$ называется предел отношения приращения функции $\Delta y$ в этой точке к приращению аргумента $\Delta x$, при стремлении приращения аргумента к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

# АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

Производная функции $y = f(x)$ может быть найдена по следующей схеме:

1. Дадим аргументу $x$ приращение $\Delta x \neq 0$ и найдем наращенное значение функции $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$.
2. Находим приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.
3. Составляем отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.
4. Находим предел этого отношения при $\Delta x \to 0$, т.е.

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

( если этот предел существует).

# Определение производной.

Задача. Найти производную функции $f(x)=x^2$, используя определение.

Решение. 1) $f(x_0)=x_0^2$ - значение функции в фиксированной точке.

$f(x_0+\Delta x)=(x_0+\Delta x)^2$-значение функции в произвольной точке.

2) Найдём приращение функции:

$\Delta f=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=(x_0+\Delta x)^2-x_0^2=x_0^2+2x_0\Delta x+\Delta x^2-x_0^2=2x_0\Delta x+\Delta x^2$

3)Найдем разностное отношение:

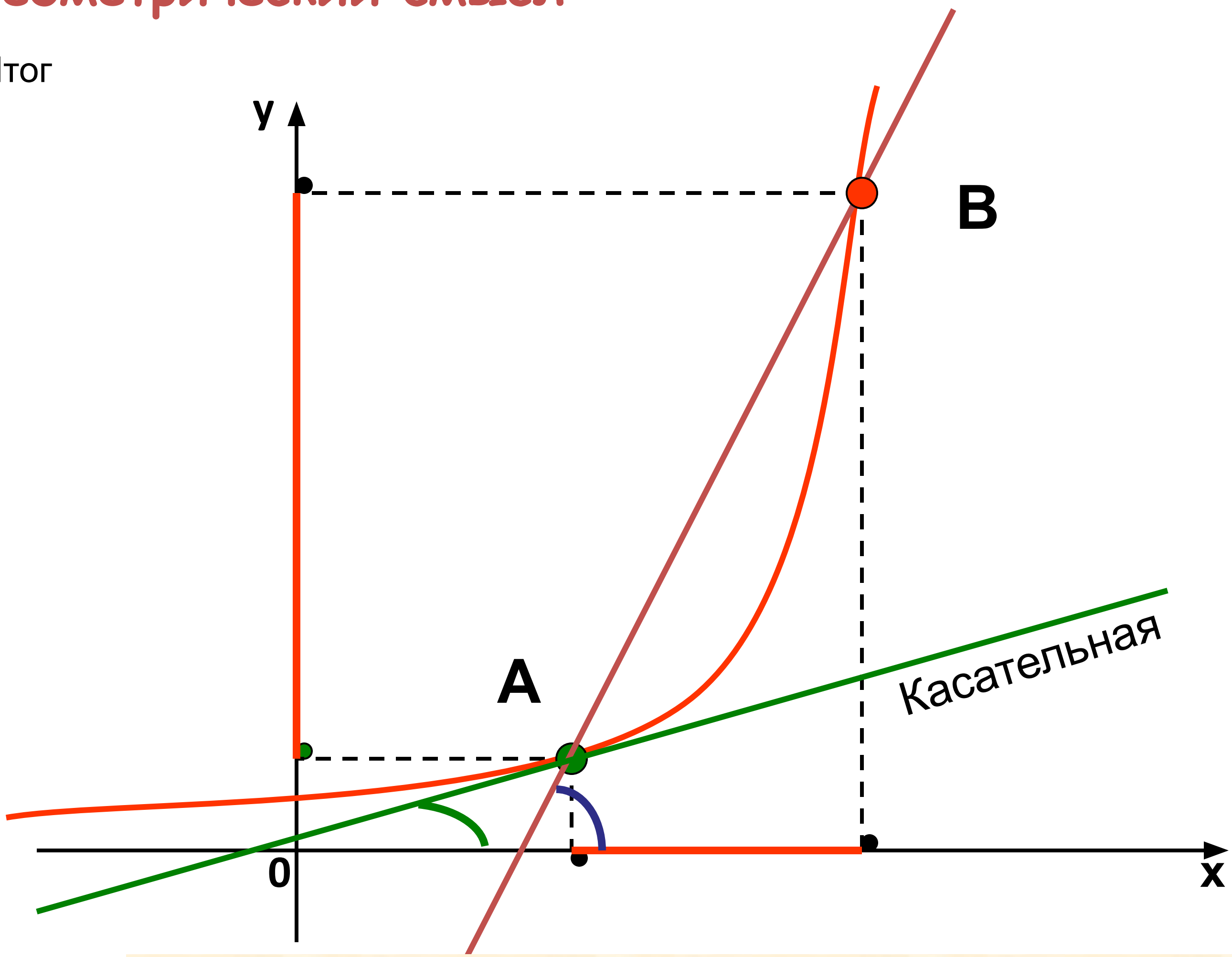
$$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{2x_0\Delta x+\Delta x^2}{\Delta x}=2x_0+\Delta x$$

4)При $\Delta x \to 0$ $2x_0+\Delta x \to 2x_0$, значит $(x_0^2)'=2x_0$.

5)Для любого x: $(x^2)'=2x$.

# Определение производной от функции в данной точке. Ее геометрический смысл

Итог




**k – угловой коэффициент прямой(секущей)**

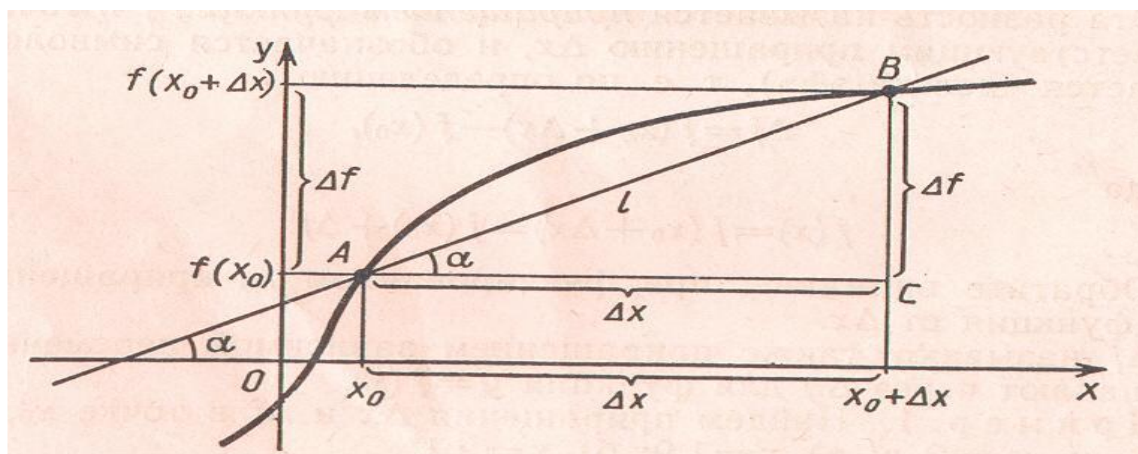
**Геометрический смысл производной**

**Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.**

# Геометрический смысл производной

Геометрический смысл производной со-стоит в том, что производная в точке $x_0$ равна угловому коэффициенту касательной в точке $x_0$ и тангенсу угла наклона касатель-ной

$k=tg\alpha=\Delta y/\Delta x$



# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

## *1. ЗАДАЧА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ*

Пусть вдоль некоторой прямой движется точка по закону s= s(t), где s- пройденный путь, t- время, и необходимо найти скорость точки в момент $t_0$ .

К моменту времени $t_0$ пройденный путь равен $s_0 = s(t_0)$, а к моменту $(t_0 + \Delta t)$ – путь $s_0 + \Delta s = s(t_0 + \Delta t)$.

Тогда за промежуток Δt средняя скорость будет $v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Чем меньше Δt, тем лучше средняя скорость характеризует движение точки в момент $t_0$. Поэтому под *скоростью точки в момент* $t_0$ следует понимать предел средней скорости за промежуток от $t_0$ до $t_0 + \Delta t$, когда $\Delta t \to 0$ , т.е.

$$\ldots v_{ср} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

$s(t_0)$ $\Delta s$ $s(t_0 + \Delta t)$

$t_0$ $\Delta t$ $t_0 + \Delta t$

## 2. ЗАДАЧА О СКОРОСТИ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Пусть некоторое вещество вступает в химическую реакцию. Количество этого вещества Q изменяется в течение реакции в зависимости от времени t и является функцией от времени. Пусть за время $\Delta t$ количество вещества изменяется на $\Delta Q$ , тогда отношение $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ будет выражать среднюю скорость химической реакции за время $\Delta t$, а предел этого отношения

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- скорость химической реакции в данный момент времени t.

## 3. ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

Если m- масса радиоактивного вещества и t- время, то явление радиоактивного распада в момент времени t при условии, что масса радиоактивного вещества с течением времени уменьшается, характеризуется функцией m= m(t).

Средняя скорость распада за время $\Delta t$ выражается отношением

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{\Delta t},$$

а мгновенная скорость распада в момент времени t

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

# Механический смысл производной

Механический смысл производной состоит в том, что производная пути по времени равна мгновенной скорости в момент времени $t_0$:

$S'(t_0)=V(t_0)$.

# Физический смысл производной функции в данной точке

# ПРОИЗВОДНЫЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

1. $(C)' = 0.$
2. $(x^n)' = nx^{n-1}.$
   - $(x)' = 1.$
   - $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$
   - $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$
3. $(\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a}.$
   - $(\ln x)' = \frac{1}{x}.$
4. $(a^x)' = a^x \ln a.$
   - $(e^x)' = e^x.$
5. $(\sin x)' = \cos x.$
6. $(\cos x)' = -\sin x.$
7. $(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$
8. $(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$
9. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$
10. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$
11. $(\mathrm{arctg}\, x)' = \frac{1}{1+x^2}.$
12. $(\mathrm{arcctg}\, x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$