

Тема 5. Решение неравенств, содержащих модуль

Цель: познакомиться с
решением некоторых типов
неравенств, содержащих модуль

УСТНО: 1) $|x|=5$

2) $|x|<5$

3) $|x|>5$

4) $|x|<0,$

5) $|x|<-5,$

6) $|x|\geq 0,$

7) $|x|>0,$

Ответы: 1) $|x|=5$, $x=5$ и $x=-5$

2) $|x|<5$, $-5<x<5$

3) $|x|>5$, $x>5$ и $x<-5$

4) $|x|<0$, нет решений

5) $|x|<-5$, нет решений

6) $|x|\geq 0$, любое число

7) $|x|>0$, все числа, кроме 0

Решение неравенств вида

$$|f(x)| \leq b$$

Заменяем данное неравенство
равносильным ему неравенством:

$$-b \leq f(x) \leq b$$

1. Решить неравенство

$$|2x+5| \leq 8$$

$$-8 \leq 2x+5 \leq 8$$

$$-8-5 \leq 2x \leq 8-5$$

$$-13 \leq 2x \leq 3$$

$$-6.5 \leq x \leq 1.5$$

Ответ: $[-6.5; 1.5]$

Решить неравенство $|5x-6| < 4$

$$-4 < 5x-6 < 4$$

$$-4+6 < 5x < 4+6$$

$$2 < 5x < 10$$

$$0.4 < x < 2$$

Ответ: $(0,4;2)$

Решить неравенство

$$|x^2 - 2x| \leq 3$$
$$-3 \leq x^2 - 2x \leq 3$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 0 \text{ или } x^2 - 2x + 3 \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ или } x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$D = 4 - 12 = -8 \text{ нет корней}$$

$$x = 3 \text{ и } x = -1$$

Построим числовую ось и отметим решение неравенства

Ответ: $[-1; 3]$

Решение неравенств вида

$$|f(x)| \leq |g(x)|$$

Данное неравенство можно заменить равносильным ему неравенством

$$f^2(x) - g^2(x) \leq 0$$

$$(f(x) - g(x)) * (f(x) + g(x)) \leq 0$$

Решить неравенство

$$|2x-6| < |9x-5|$$

Данное неравенство равносильно
неравенству

$$(2x-6-(9x-5))*(2x-6+(9x-5))<0$$

$$(-7x-1)*(11x-11)<0$$

$$(-7x-1)*(11x-11)=0$$

$$-7x-1=0 \text{ или } 11x-11=0$$

$$x=-1/7 \text{ или } x=1$$

Построим числовую ось и отметим решение
неравенства. Ответ: $(-\infty; -1/7)$ и $(1; +\infty)$

Решить неравенство:

$$|5-3x| \leq |x-7|$$

Данное неравенство равносильно
неравенству

$$(5-3x-(x-7))*(5-3x+(x-7)) \leq 0$$

$$(-4x+12)*(-2x-2) \leq 0$$

$$(-4x+12)*(-2x-2) = 0$$

$$x=3 \text{ или } x=-1$$

Построим числовую ось отметим
решение неравенства. Ответ: $[-1;3]$

Решение неравенств вида

$$|f(x)| \leq g(x)$$

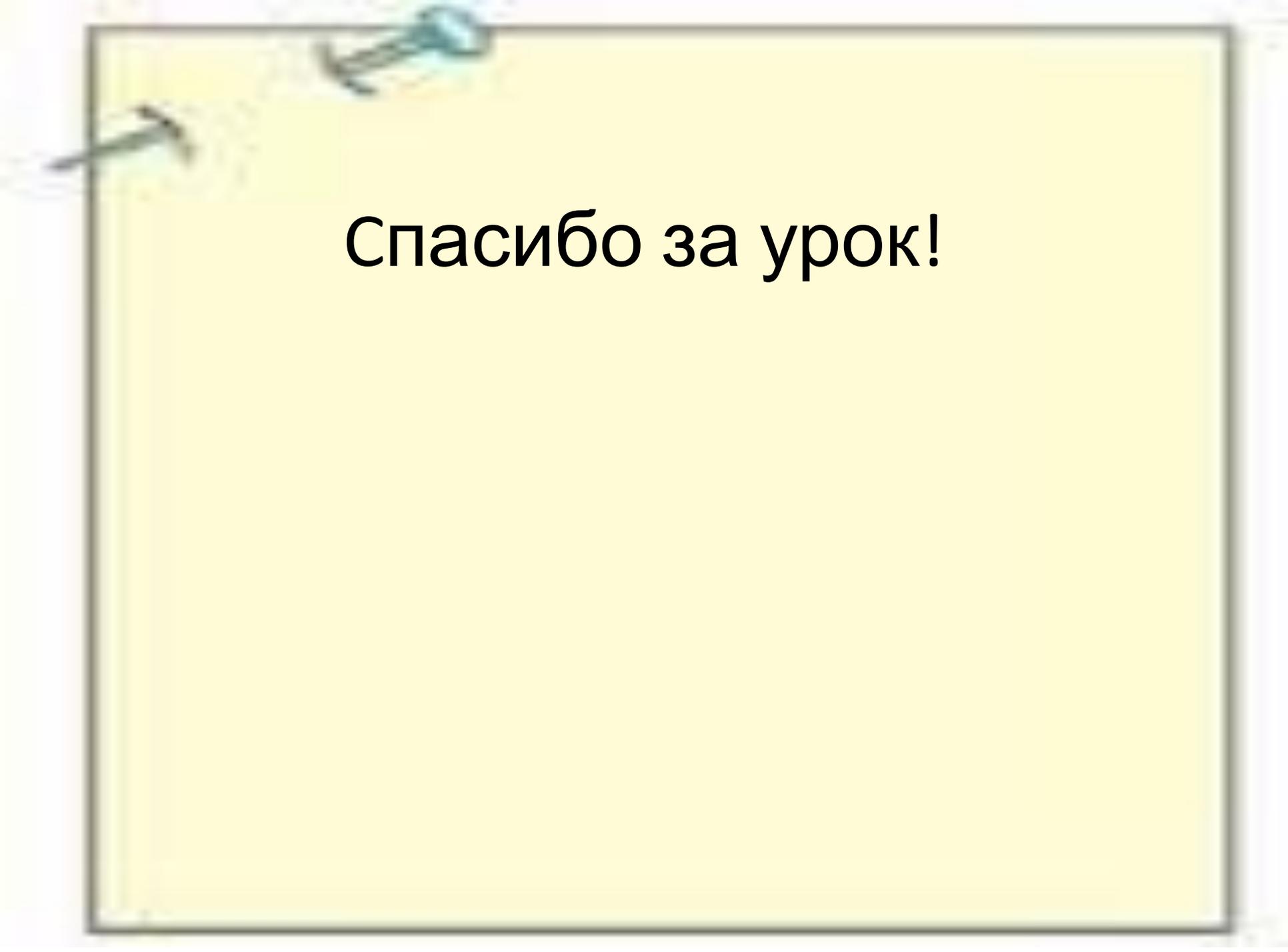
Данное неравенство равносильно
системе неравенств

$$f(x) \leq g(x)$$

$$f(x) \geq -g(x)$$

Решить неравенство

$$|x^2 - 2x| \leq x - 1$$

A yellow sticky note is pinned to a white background. Two blue pushpins are visible: one at the top left and one at the top center. The text "Спасибо за урок!" is written in black on the sticky note.

Спасибо за урок!