

# Обработка результатов исследования методами математической статистики

Статистика – есть наука о том,  
как, не умея мыслить и понимать,  
заставлять делать это цифры.

В. Ключевский

## Средние величины и показатели вариации

Совокупность – группа чисел, объединяемых каким-либо признаком

Наблюдения, проводимые над какими-то объектами, могут охватывать всех членов изучаемой совокупности без исключения – сплошными

Ограничиваются обследованием лишь некоторой ее части – частичными

# Вычисление средней арифметической величины

Характеризует средний уровень значений изучаемой случайной величины в наблюдавшихся случаях и вычисляется путем деления суммы отдельных величин исследуемого признака на общее число наблюдений:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum X}{N}$$

- X – значение конкретного показателя;
- $\Sigma$  – знак суммирования;
- n – число показателей (случаев)

Результаты тестирования координационных способностей у детей младшего школьного возраста в экспериментальной группе до начала педагогического эксперимента

Фамилия Имя	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)		Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)	Упражнение реакция – мяч (см)	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)
	ведущей	неведущей			
Р. Т.	16,0	20,5	8,0	142	8,0
К. И.	14,2	17,6	8,4	136	7,0
Л. В.	16,7	21,8	9,7	158	6,5
К. А.	12,3	16,8	8,1	151	7,5
К. О.	15,4	20,1	8,9	149	7,0
С. В.	18,1	20,0	11,4	119	6,5
С. Н.	15,8	16,1	10,7	117	9,5
Е. В.	19,6	23,5	12,3	141	4,5
К. Д.	17,4	19,9	11,2	119	7,0
Ф. А.	21,3	24,1	12,4	162	5,0

Результаты тестирования координационных способностей у детей младшего школьного возраста в контрольной группе до начала педагогического эксперимента

Фамилия Имя	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)		Бег к пронумерованн ым набивным мячам (сек)	Упражнен ие реакция – мяч (см)	Повороты на гимнастическ ой скамейке (кол-во раз)
	ведуще й	неведуще й			
Б. Н.	13,4	16,6	8,2	139	7,0
К. А.	13,9	15,7	9,0	152	8,5
М. В.	15,7	18,4	8,9	135	6,5
П. В.	15,2	19,6	9,3	163	5,0
Р. Д.	14,9	17,8	8,5	131	7,5
Т. В.	16,8	20,4	11,4	154	6,5
Ф. Ю.	17,3	21,8	12,0	146	7,5
И. В.	14,6	20,9	10,7	123	7,0
Ч. В.	22,1	27,3	12,4	138	6,0
С. И.	18,4	22,2	11,3	127	7,5



- Среднее арифметическое дает возможность:
- охарактеризовать исследуемую совокупность одним числом;
  - сравнить отдельные величины со средним арифметическим;
  - определить тенденцию развития какого-либо явления;
    - сравнить разные совокупности;
  - вычислить другие статистические показатели, так как многие статистические вычисления опираются на среднее арифметическое

## Вычисление среднего квадратического (стандартного) отклонения

Отражает степень отклонения результатов от среднего значения, выражается в тех же единицах измерения

$$\delta = \frac{X_{i \max} - X_{i \min}}{K},$$

$X_{i \max}$  – наибольший показатель;

$X_{i \min}$  – наименьший показатель;

$K$  – табличный коэффициент

Приложение 12

Значения коэффициента  $K^1$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97
10	3,08	3,17	3,26	3,34	3,41	3,47	3,53	3,59	3,64	3,69
20	3,74	3,78	3,82	3,86	3,90	3,93	3,96	4,00	4,03	4,06
30	4,09	4,11	4,14	4,16	4,19	4,21	4,24	4,26	4,28	4,30
40	4,32	4,34	4,36	4,38	4,40	4,42	4,43	4,45	4,47	4,48
50	4,50	4,51	4,53	4,54	4,56	4,57	4,59	4,60	4,61	4,63
60	4,64	4,65	4,66	4,68	4,69	4,70	4,71	4,72	4,73	4,74
70	4,76	4,76	4,78	4,79	4,80	4,81	4,82	4,82	4,84	4,84
80	4,85	4,86	4,87	4,88	4,89	4,90	4,91	4,92	4,92	4,93
90	4,94	4,95	4,96	4,96	4,97	4,98	4,99	4,99	5,00	5,01
100	5,02	5,02	5,03	5,04	5,04	5,05	5,06	5,06	5,07	5,08
110	5,08	5,09	5,10	5,10	5,11	5,11	5,12	5,13	5,13	5,14

$$\sigma_{\text{э}} = \frac{8,0 - 12,4}{3,08} = 1,4$$

$$\sigma_{\text{к.}} = \frac{8,2 - 12,4}{3,08} = 1,3$$

# Вычисление коэффициента вариации

Определяется как отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому, выраженное в процентах

$$V_{\delta} = \frac{\delta}{x} \cdot 100$$

# Вычисление стандартной ошибки средней арифметической

Ошибка указывает на величину различия между средними арифметическими – генеральной и выборочной совокупностями

$$m = \frac{\delta}{\sqrt{n-1}}, \text{ когда } n < 30, \text{ и } m = \frac{\delta}{\sqrt{n}}, \text{ когда } n \geq 30.$$

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение выборочной совокупности;  
 $n$  – объем выборок



**Вычислить среднюю ошибку разности по формуле:**

$$t = \frac{\bar{X}_3 - \bar{X}_k}{\sqrt{m_3^2 + m_k^2}}$$

$$t = \frac{10,11 - 10,17}{\sqrt{0,48^2 + 0,45^2}} = 0,09$$

# Оценка достоверности коэффициентов взаимосвязи

Для этого полученное значение ( $t$ ) сравнивается с граничным при 5% уровне значимости

При числе степеней свободы  $f = n_{э} + n_{к} - 2$

где  $n_{э}$  и  $n_{к}$  – общее число индивидуальных результатов соответственно в экспериментальной и контрольной группах

Если окажется, что полученное в эксперименте  $t_{р} > t_{т}$ , то  $P < 0,05$  различия достоверны, методика эффективна;

Если  $t_{р} < t_{т}$ , то  $P > 0,05$  различия недостоверны, методика неэффективна

Сравнение средне групповых показателей развития координационных способностей у детей младшего школьного возраста в экспериментальной и контрольной группе в начале педагогического эксперимента (n = 10)

№	Название теста		Экспериментальная группа $M_{\text{эксп}} \pm m$	Контрольная группа $M_{\text{контр}} \pm m$	t (2,10)	P
1	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)	ведущая	16,68±0,97	16,28±0,82	0,31	p>0.05
		неведущая	20,04±0,86	20,07±1,15	0,02	p>0.05
2	Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)		10,11±0,48	10,17±0,45	0,09	p>0.05
3	Упражнение реакция-мяч (см)		139,4±4,87	140,8±4,33	0,21	p>0.05
4	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)		6,85±0,54	6,8±0,27	0,08	p>0.05

Результаты тестирования координационных способностей у детей младшего школьного возраста в экспериментальной группе в конце педагогического эксперимента

Фамилия Имя	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)		Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)	Упражнение реакция – мяч (см)	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)
	ведущей	неведущей			
Р. Т.	13,1	18,0	7,2	131	9,0
К. И.	11,2	14,4	7,1	126	8,5
Л. В.	13,6	18,2	8,0	147	8,5
К. А.	10,0	13,6	6,8	136	8,0
К. О.	12,6	18,1	7,3	130	9,0
С. В.	15,1	17,7	9,9	112	7,5
С. Н.	13,0	14,2	9,5	102	10,5
Е. В.	16,7	21,6	11,2	124	7,0
К. Д.	13,8	16,8	9,8	103	9,0
Ф. А.	18,2	21,9	11,3	148	7,5

Результаты тестирования координационных способностей у детей младшего школьного возраста в контрольной группе в конце педагогического эксперимента

Фамилия Имя	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)		Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)	Упражнение реакция – мяч (см)	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)
	ведущей	неведущей			
Б. Н.	13,3	17,2	8,6	139	6,5
К. А.	13,7	15,2	8,7	148	9,0
М. В.	15,6	18,1	7,6	140	6,0
П. В.	15,2	20,1	9,3	160	4,5
Р. Д.	15,0	17,3	8,2	128	8,5
Т. В.	14,7	20,7	10,6	155	7,5
Ф. Ю.	16,6	21,1	12,3	144	7,0
И. В.	14,7	20,7	10,1	120	7,5
Ч. В.	21,7	26,9	12,3	141	6,0
С. И.	19,3	22,4	10,8	124	7,5

Изменение средне групповых показателей развития координационных способностей у детей младшего школьного возраста в экспериментальной группе за период эксперимента (n = 10)

№ п/п	Контрольные упражнения		В начале эксперимента $M_{\text{эксп}} \pm m$	В конце эксперимента $M_{\text{эксп}} \pm m$	t (2,10)	P
1	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)	веду щая	16,68±0,97	13,73±0,88	2,25	p<0,05
		неве ду щая	20,04±0,86	17,45±0,89	2,11	p<0,05
2	Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)		10,11±0,48	8,81±0,45	2,82	p<0,05
3	Упражнение реакция- мяч (см)		139,4±4,87	125,9±4,97	2,25	p<0,05
4	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)		6,85±0,54	8,45±0,37	2,46	p<0,05

Изменение средне групповых показателей развития координационных способностей у детей младшего школьного возраста в контрольной группе за период эксперимента (n = 10)

№ п/п	Контрольные упражнения		В начале эксперимента $M_{\text{контр}} \pm m$	В конце эксперимента $M_{\text{контр}} \pm m$	t	P
1	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)	ведущая	16,23±0,94	15,98±0,91	0,19	p>0,05
		неведущая	20,07±1,15	19,97±1,26	0,06	p>0,05
2	Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)		10,17±0,45	10,26±0,44	0,14	p>0,05
3	Упражнение реакция-мяч (см)		140,8±4,33	139,9±4,33	0,15	p>0,05
4	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)		6,8±0,27	7,0±0,32	0,24	p>0,05

Сравнение средние групповых показателей развития координационных способностей у детей младшего школьного возраста в экспериментальной и контрольной группе в конце педагогического эксперимента (n =10)

№ п/п	Контрольные упражнения		Экспериментальная $M_{\text{эксп}} \pm m$	Контрольная $M_{\text{конт}} \pm m$	t	P
1	Ведение мяча рукой в беге с изменением направления движения (сек)	веду щая	13,73±0,88	15,98±0,91	2,13	p<0,05
		неве дуца я	17,45±0,89	19,97±1,26	1,64	p>0,05
2	Бег к пронумерованным набивным мячам (сек)		8,81±0,45	10,26±0,44	2,34	p<0,05
3	Упражнение реакция-мяч (см)		125,9±4,97	139,9±4,33	2,12	p<0,05
4	Повороты на гимнастической скамейке (кол-во раз)		8,45±0,37	7,0±0,32	2,95	p<0,05

## **Вывод**

Таким образом, математико-статистическая обработка исходных и конечных показателей протестированных параметров позволила нам констатировать, что за период педагогического эксперимента повысился уровень развития координационных способностей у детей младшего школьного возраста

## Приложение 13

**Граничные значения *t*-критерия Стьюдента для 5%- и 1%-ного уровня значимости в зависимости от числа степеней свободы**

Степень свободы	Границы значения		Степень свободы	Границы значения	
	$p=0,05$	$p=0,01$		$p=0,05$	$p=0,05$
1	12,71	63,60	21	2,08	2,82
2	4,30	9,93	22	2,07	2,82
3	3,18	5,84	23	2,07	2,81
4	2,78	4,60	24	2,06	2,80
5	2,57	4,03	25	2,06	2,79
6	2,45	3,71	26	2,06	2,78
7	2,37	3,50	27	2,05	2,77
8	2,31	3,36	28	2,05	2,76
9	2,26	3,25	29	2,04	2,76
10	2,23	3,17	30	2,04	2,75
11	2,20	3,11	40	2,02	2,70
12	2,18	3,06	50	2,01	2,68
13	2,16	3,01	60	2,00	2,66
14	2,15	2,98	80	1,99	2,64
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	120	1,98	2,62
17	2,11	2,90	200	1,97	2,60
18	2,10	2,88	500	1,96	2,59

## Метод экспертных оценок

Данный статистический метод позволяет дать оценку исследуемому явлению в виде обобщенного мнения специалистов (экспертов) по изучаемому вопросу или проблеме

Эксперты могут оценивать (выражать свое мнение) как в условных единицах (баллах, очках и т.д.), так и располагая элементы явления в определенной последовательности (по рангу)

Считается, что объективная оценка явления (например, мастерство спортсмена) дана в том случае, если мнения экспертов согласованы, т.е. близки по смыслу

Степень согласованности экспертов можно оценить по величине так называемого **коэффициента конкордации**

$$W = \frac{12 \cdot S}{n^2 \cdot (m^3 - m)}$$

$m$  – число экспертов;

$S$  – сумма квадратов отклонений сумм рангов, полученных каждым спортсменом ( $n$ ), от средней суммы рангов

Пример:  
 Пять экспертов (гл)  
 оценивали технико-  
 тактическое  
 мастерство семи  
 фехтовальщиков (п)  
 и расставили их по  
 рангам (от 1 до 7)  
 Алгоритм расчета  
 приведен в таблице

Эксперты (m)	Спортсмены (п)							$\Sigma$
	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	2	3	4	5	6	7	-
2	2	1	3	4	6	5	7	-
3	1	3	2	4	5	7	6	-
4	1	2	3	5	4	7	6	-
5	1	3	2	4	5	6	7	-
Сумма рангов, полученных каждым спортсменом ( $\sum x_i$ )	6	11	13	21	25	31	33	140
Отклонение от средней суммы рангов ( $x - \bar{x}$ )	-14	-9	-7	1	5	11	13	-
Квадраты отклонений сумм рангов ( $(x - \bar{x})^2$ )	196	81	49	1	25	121	169	642

1. Находим среднюю арифметическую сумму рангов

$$\bar{X} = \frac{140}{7} = 20$$

2. Рассчитываем отклонение суммы рангов каждого спортсмена от средней арифметической суммы рангов (предпоследняя горизонтальная строка).

**3. Возводим отклонения суммы рангов каждого спортсмена в квадрат и суммируем полученные числа, находим  $S=642$**   
 (последняя горизонтальная строка)

**4. Определяем коэффициент конкордации:**

$$W = \frac{12 * S}{m^2 (n^3 - n)} = \frac{12 * 642}{5^2 * (7^3 - 7)} = \frac{12 * 642}{25 * (343 - 7)} = \frac{7704}{25 * 336} = 0.92$$

В зависимости от степени важности мнений экспертов коэффициент конкордации лежит в пределах от 0  
(при полном отсутствии согласованности)  
до 1 (при абсолютном единогласии экспертов)

Таким образом, можно считать, что мнения экспертов относительно технико-тактического мастерства фехтовальщиков вполне согласованы

Понятно, что экспертные оценки зависят от количества экспертов

При этом уменьшение их количества гипертрофирует (преувеличивает) роль каждого из них, а при очень большом количестве экспертов трудно добиться согласованного мнения

Считается, что оптимальная численность экспертной группы должна равняться 15-20 специалистам

