



ЛИЦЕЙ-ИНТЕРНАТ
естественных наук
при Саратовском государственном аграрном
университете им. Н.И. Вавилова

Лекция по алгебре.

Тема: логарифмическая функция.

Преподаватель математики Хохлова С.Н., Мещенко Н.В.

Определение.

Логарифмом числа b ($b > 0$) по основанию a ($a > 0, a \neq 1$) называется показатель степени c , в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b , т.е. если

$a^c = b$, то можно записать $\log_a b = c$.
Логарифм по основанию 10 называют

десятичным логарифмом: $\log_{10} a = \lg a$

Логарифм по основанию $e \approx 2,7182\dots$, т.е.

$2 < e < 3$, называют натуральным логарифмом: $\log_e b = \ln b$

Определение.

Функция, заданная формулой $y = \log_a x$, где $a > 0, a \neq 1$, называется логарифмической функцией с основанием a .

Рассмотрим поведение функции

1) при $0 < a < 1$; 2) $a > 1$.

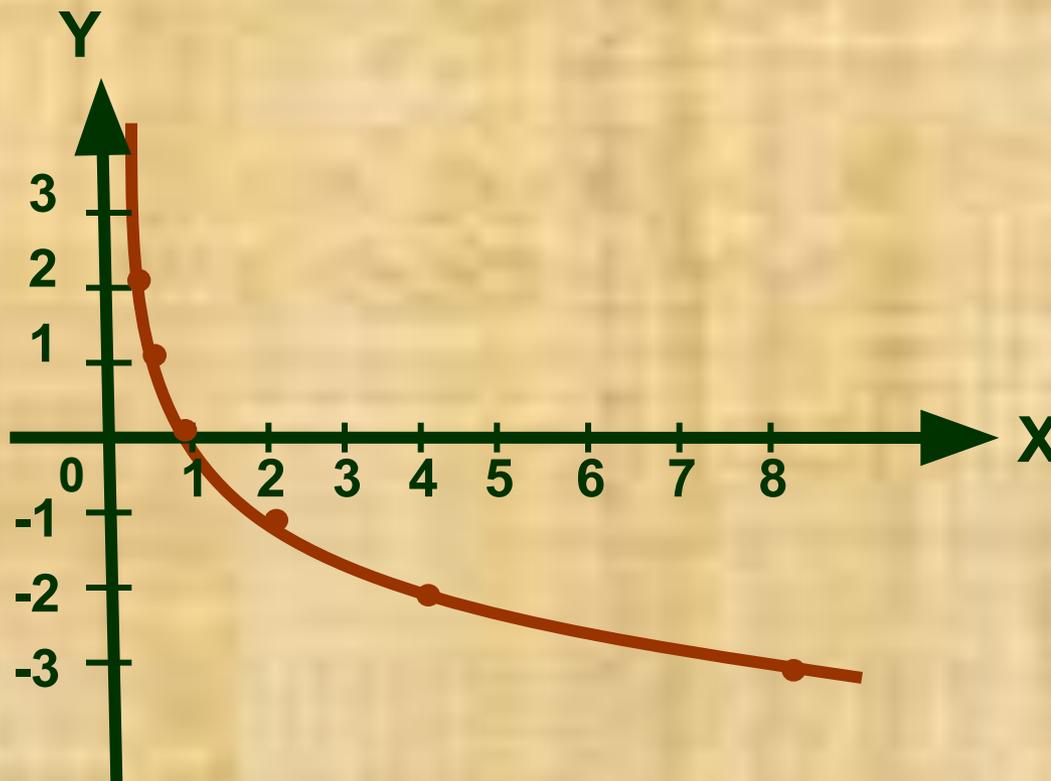
Построим графики логарифмических функций $y = \log_{1/2} x$ и $y = \log_2 x$ и рассмотрим их свойства.

Функция $y = \log_{1/2} x$

1) при $0 < a < 1$

| x | y |
|-----|----|
| 1/4 | 2 |
| 1/2 | 1 |
| 1 | 0 |
| 2 | -1 |
| 4 | -2 |
| 8 | -3 |

1) Область определения $x > 0$

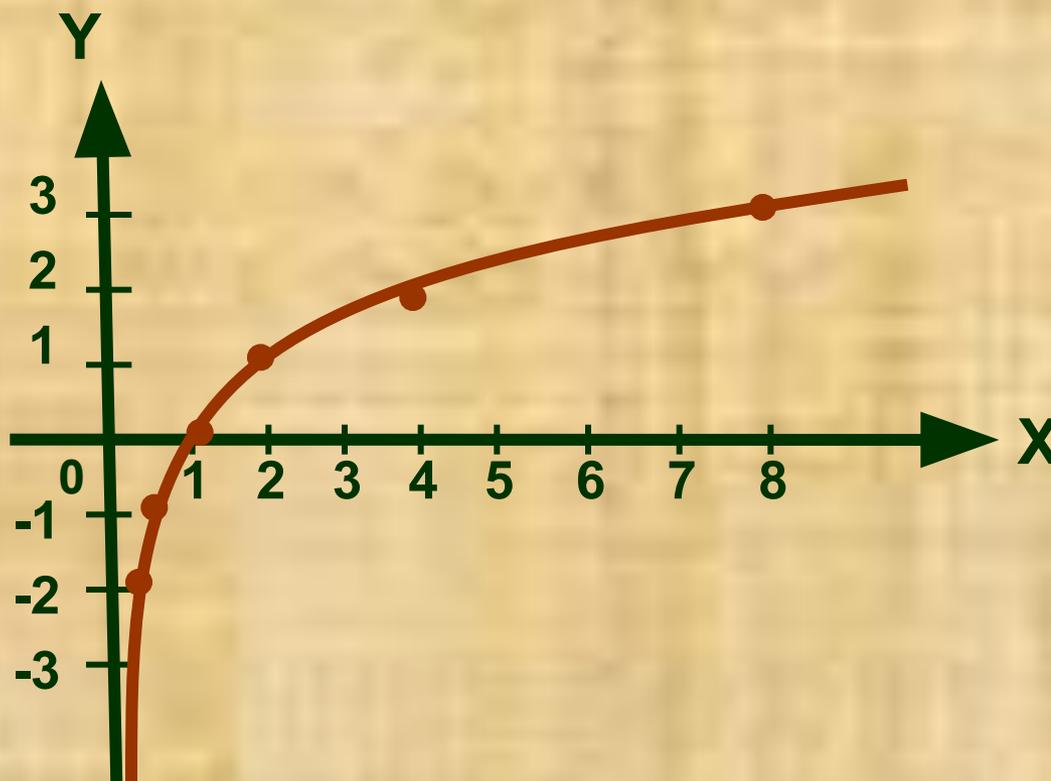


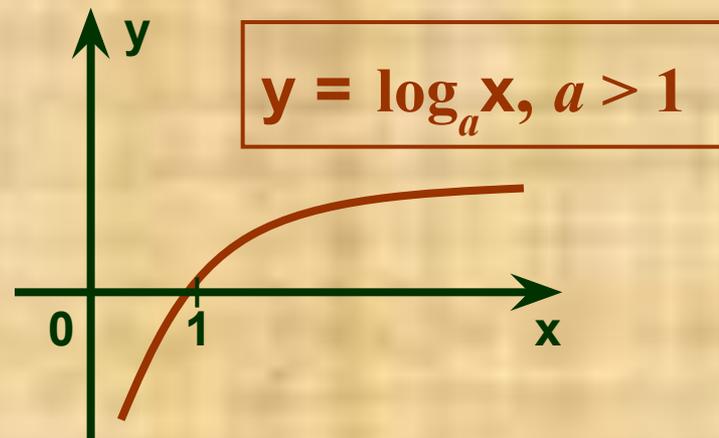
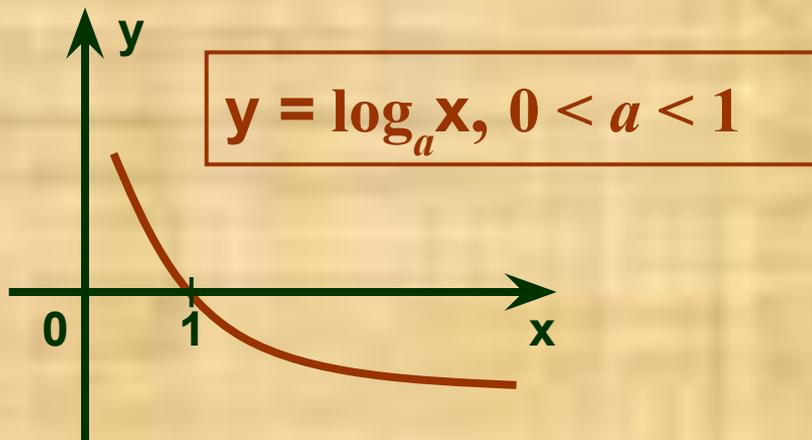
Функция $y = \log_2 x$

2) $a > 1$.

1) Область определения $x > 0$

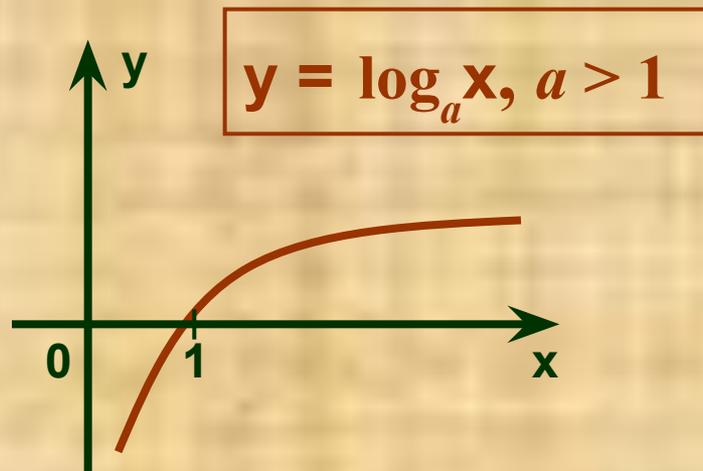
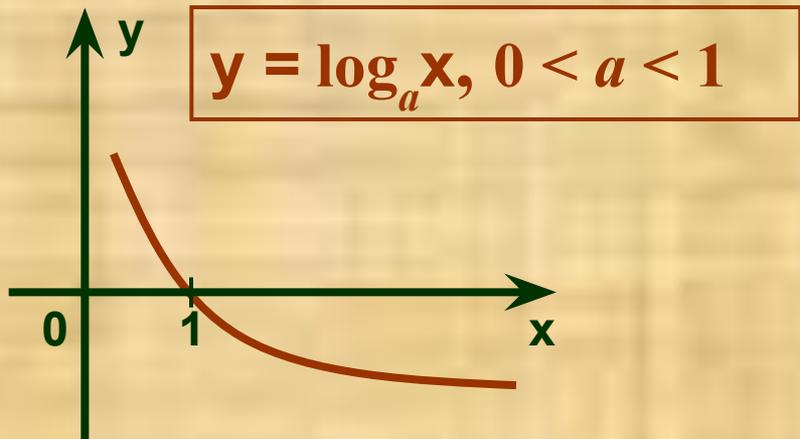
| x | y |
|-------|------|
| $1/4$ | -2 |
| $1/2$ | -1 |
| 1 | 0 |
| 2 | 1 |
| 4 | 2 |
| 8 | 3 |





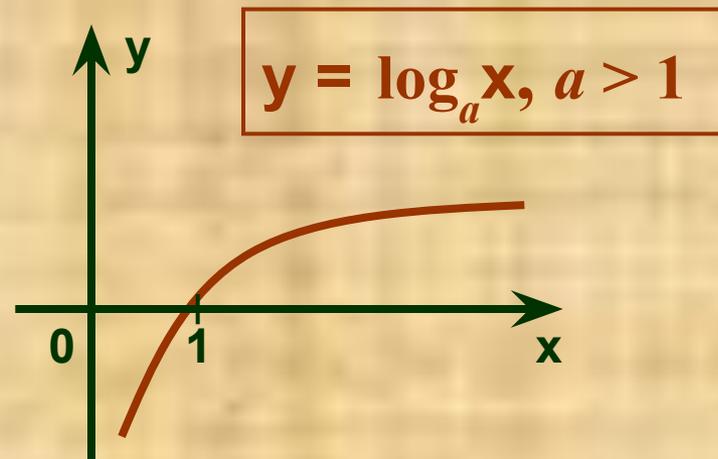
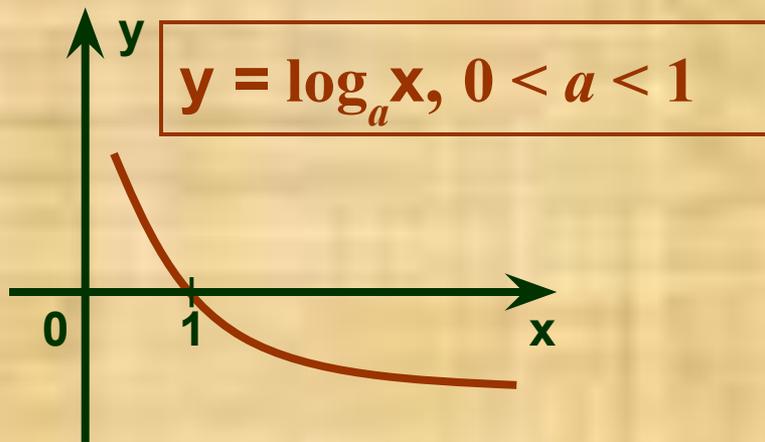
Свойства логарифмической функции.

| $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$ | $0 < a < 1$ | $a > 1$ |
|---------------------------------|---|---------|
| 1) Область определения | $D(y) = \mathbb{R}_+, \text{ т.е. } x > 0$ | |
| 2) Множество значений | $E(y) = \mathbb{R}, \text{ т.е. } y \in (-\infty, +\infty)$ | |
| 3) Нули функции | $x = 1$ | |



Свойства логарифмической функции.

| $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$ | $0 < a < 1$ | $a > 1$ |
|---------------------------------|---------------------|---------------------|
| 4) Точки пересечения с осью OY | Нет | |
| 5) Четность и нечетность | Функция общего вида | |
| 6) Монотонность | Убывает на R_+ | Возрастает на R_+ |



Свойства логарифмической функции.

| $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$ | $0 < a < 1$ | $a > 1$ |
|---|---|---|
| 7) Точки экстремума | Нет | |
| 8) Наибольшее и наименьшее значения функции | Нет | |
| 9) Промежутки знакопостоянства | $y > 0$ при $x \in (0; 1)$ $y < 0$ при $x \in (1; \infty)$ | $y > 0$ при $x \in (1; \infty)$ $y < 0$ при $x \in (0; 1)$ |

Самостоятельная работа

• I вариант

постройте график функции

а) $y = \log_3 x - 2$

б) $y = \log_3(x - 2)$

в) $y = \log_3(x + 3) + 2$

г) $y = \log_3(|x| + 3) + 2$

д) $y = |\log_3(x + 3) + 2|$

• II вариант

постройте график функции

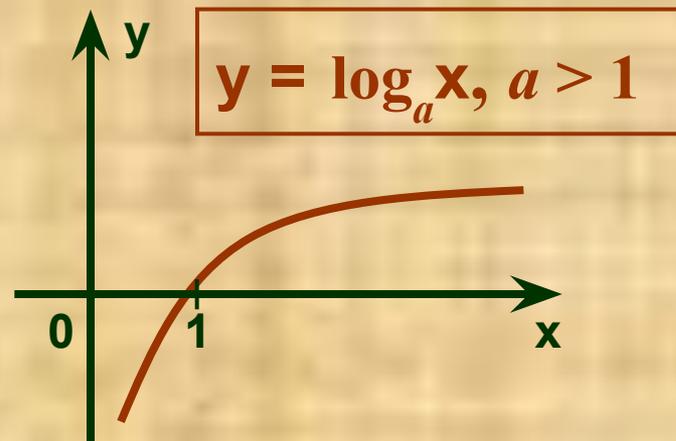
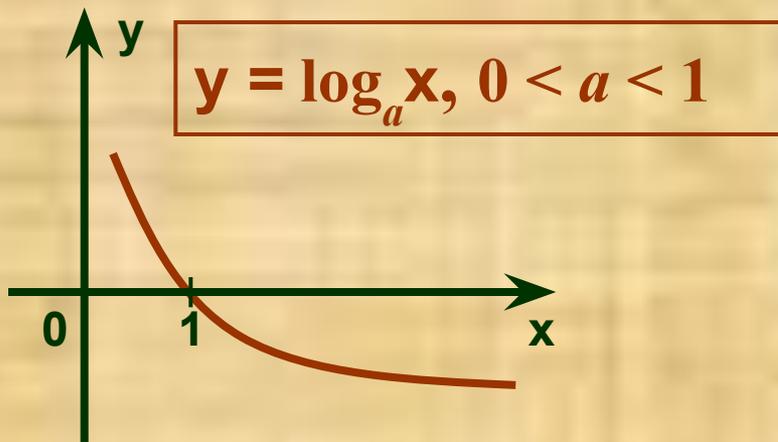
а) $y = \log_2 x - 3$

б) $y = \log_2(x - 3)$

в) $y = \log_2(x + 1) + 2$

г) $y = \log_2(|x| + 1) + 2$

д) $y = |\log_2(x + 1) + 2|$



Замечание 1. Если число, стоящее под знаком логарифма, и основание логарифма находятся по одну сторону от единицы, то значение логарифма положительно.

$$\log_2 9 > 0 \quad (2 > 1 \text{ и } 9 > 1)$$

$$\log_{1/3} 0,7 > 0 \quad (1/3 < 1 \text{ и } 0,7 < 1)$$

Замечание 2. Если число, стоящее под знаком логарифма, и основание логарифма находятся по разные стороны от единицы, то значение логарифма отрицательно.

$$\lg(2/3) < 0 \quad (10 > 1 \text{ и } 2/3 < 1)$$

$$\log_{0,8} 5,2 < 0 \quad (0,8 < 1 \text{ и } 5,2 > 1)$$

Всё ли понятно?

Проверьте себя!

Какие выражения имеют смысл?.

$$1) \log_5 (\sqrt{6} - 3)$$

$$2) \log_{0,4} (-3,1)^3$$

$$3) \log_{1,7} (-2)^4$$

$$4) \ln \sin \frac{\pi}{2}$$

Определить знак числа.

$$\log_3 10 > 0$$

$$\log_2(4/9) < 0$$

$$\log_{9/4} 7 > 0$$

$$\log_{1/3} 0,6 > 0$$

$$\lg 0,5 < 0$$

$$\ln 2,9 > 0$$

$$\log_{5/9} 3 < 0$$

Сравните с единицей число b .

$$1) \log_{1/3} b = -1,2$$

$1/3 < 1$ и $-1,2 < 0$, поэтому $b > 1$

$$2) \log_5 b = 4,3$$

$5 > 1$ и $4,3 > 0$, поэтому $b > 1$

$$3) \log_{3,4} b = -1,1$$

$3,4 > 1$ и $-1,1 < 0$, поэтому $0 < b < 1$

Сравните с единицей основание a .

$$1) \log_a(5/7) = 3$$

$5/7 < 1$ и $3 > 0$, поэтому $0 < a < 1$

$$2) \log_a 2,25 = 2$$

$2,25 > 1$ и $2 > 0$, поэтому $a > 1$

**Какие неравенства связывают
числа b_1 и b_2 ?**

$$1) \log_{1/3} b_1 < \log_{1/3} b_2$$

**Функция $y = \log_{1/3} x$ убывает на \mathbb{R}_+ ,
поэтому $b_1 > b_2$**

$$2) \log_7 b_1 < \log_7 b_2$$

**Функция $y = \log_7 x$ возрастает на \mathbb{R}_+ ,
поэтому $b_1 < b_2$**

Производная показательной и логарифмической функций.

$$1) (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$2) (e^x)' = e^x$$

$$3) (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$4) (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(2^x)' = 2^x$$

$$\cdot \ln 2$$

$$(\log_2 x)' =$$

$$1/(x \cdot \ln 2)$$

Домашнее

задание.

1) Разобрать и выучить лекцию.

2) Никольский 10 кл.

п.5.3 № 5.32 (б), 5.33, 5.35(а, г, е, ж, з, и)

п.5.1 № 5.6, 5.7, 5.8,

п.5.2 № 5.21(а, в, д, ж, и), 5.25, 5.24(а, б)

