

# Твердотельная электроника

Презентации к лекционному курсу

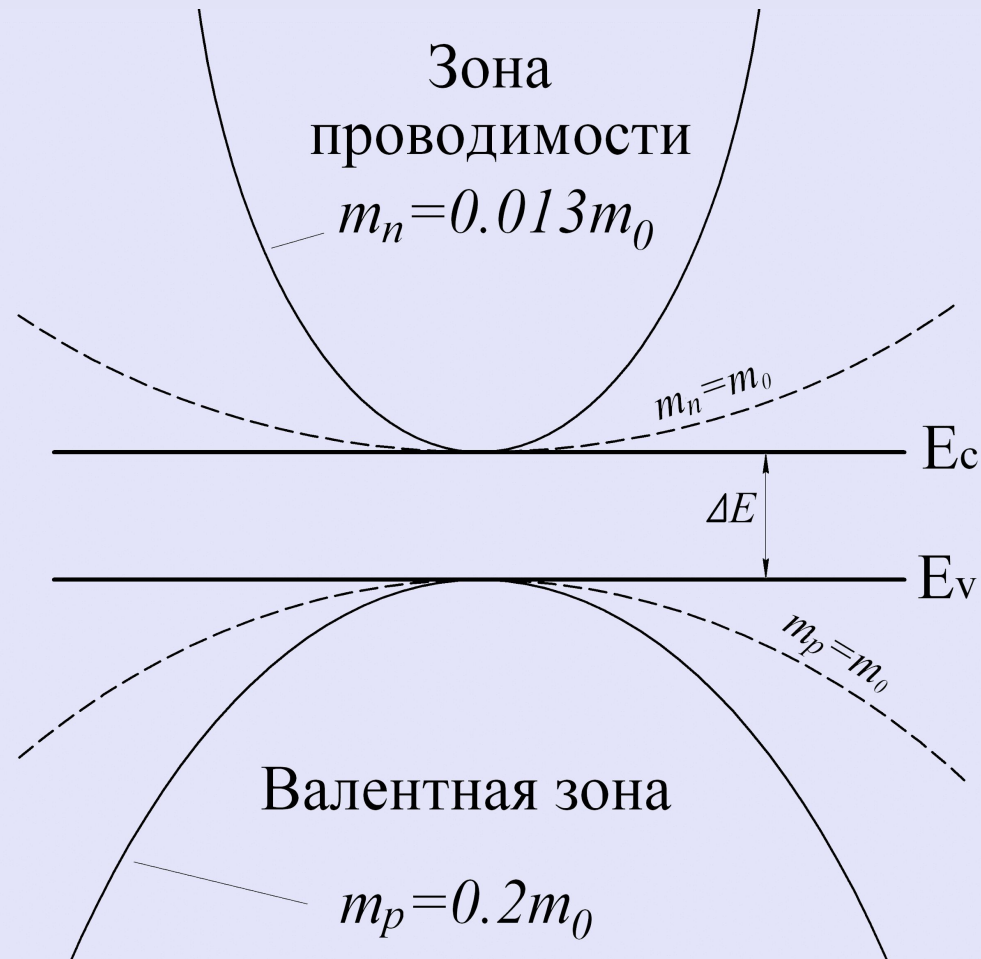
**Основные понятия твердотельной электроники**

# 1 Основные понятия твердотельной электроники

$$E = \frac{\bar{p}^2}{2m_n^*} = \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m_n^*} = \frac{h^2 \bar{k}^2}{8\pi^2 m_n^*}$$

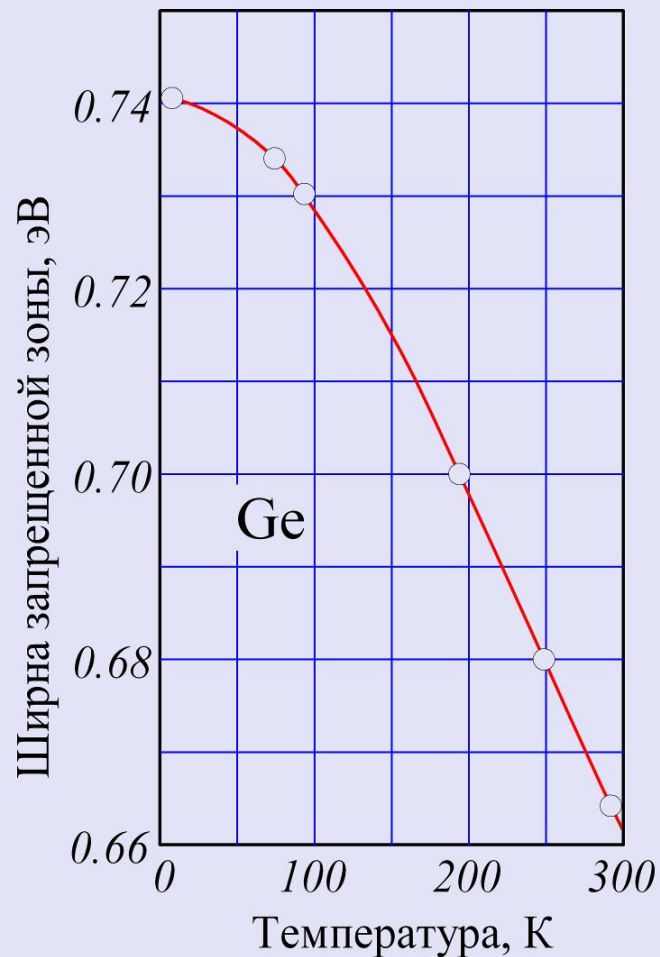
$$m_n^* = \left( \frac{\partial^2 E}{\partial p^2} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

# Зависимость энергии от квазиимпульса в InSb

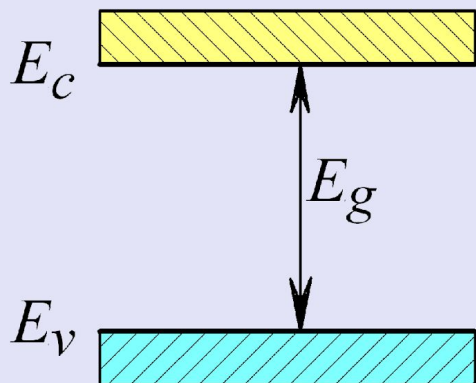


# Температурная зависимость $E_g$ для германия

$$E_g = E_{g0} + \frac{\alpha T^2}{T + \beta} \approx E_{g0} + \alpha T$$

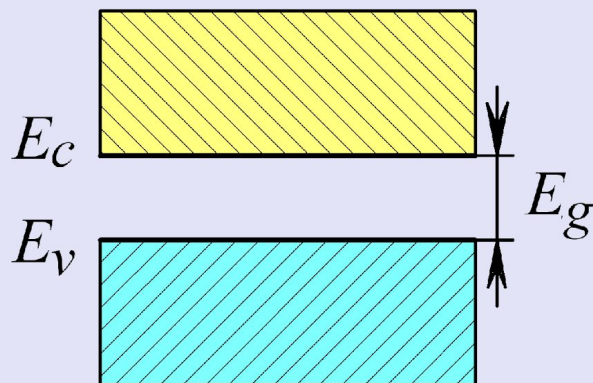


# Упрощенная энергетическая диаграмма

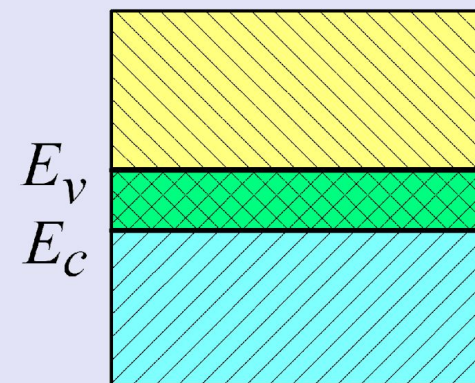


Диэлектрик

$$E_g > 4 \text{ эВ}$$



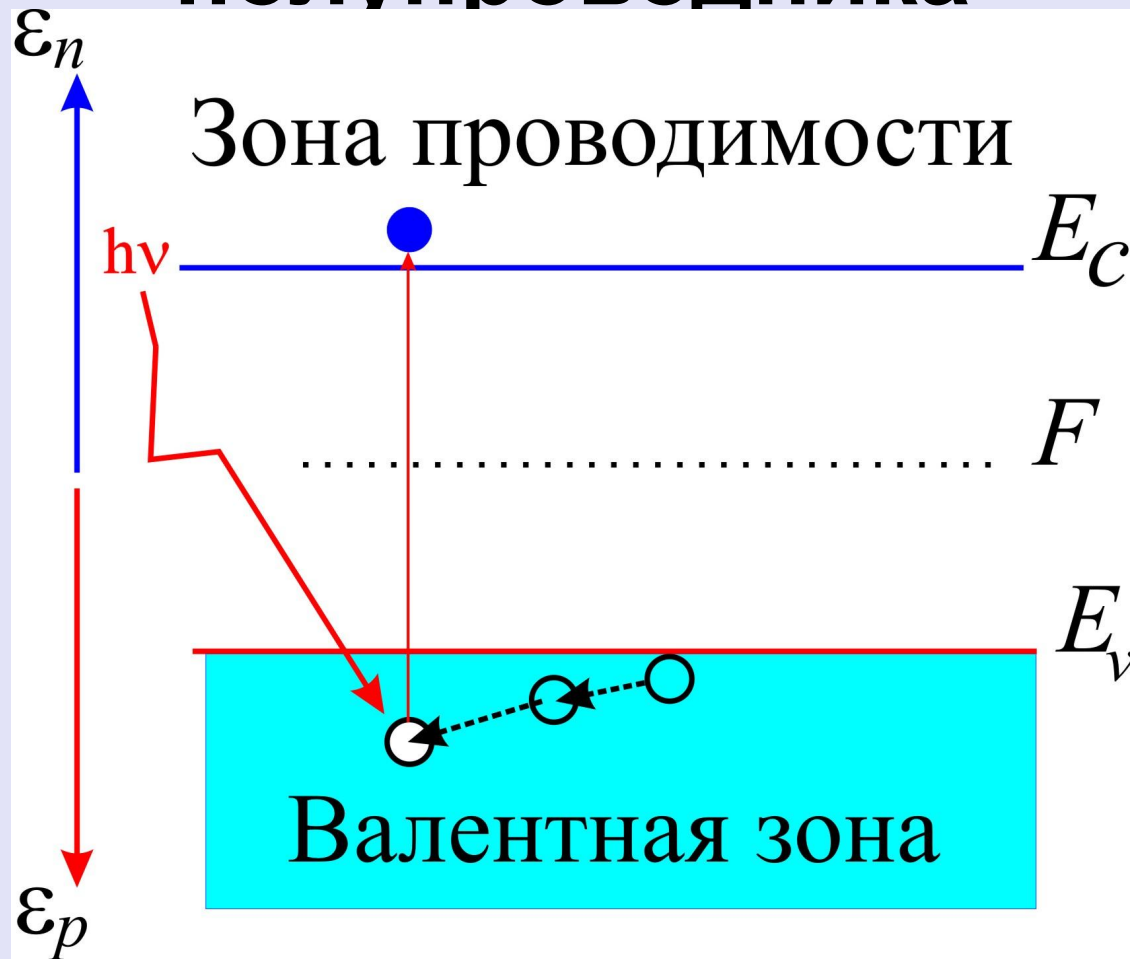
Полупроводник



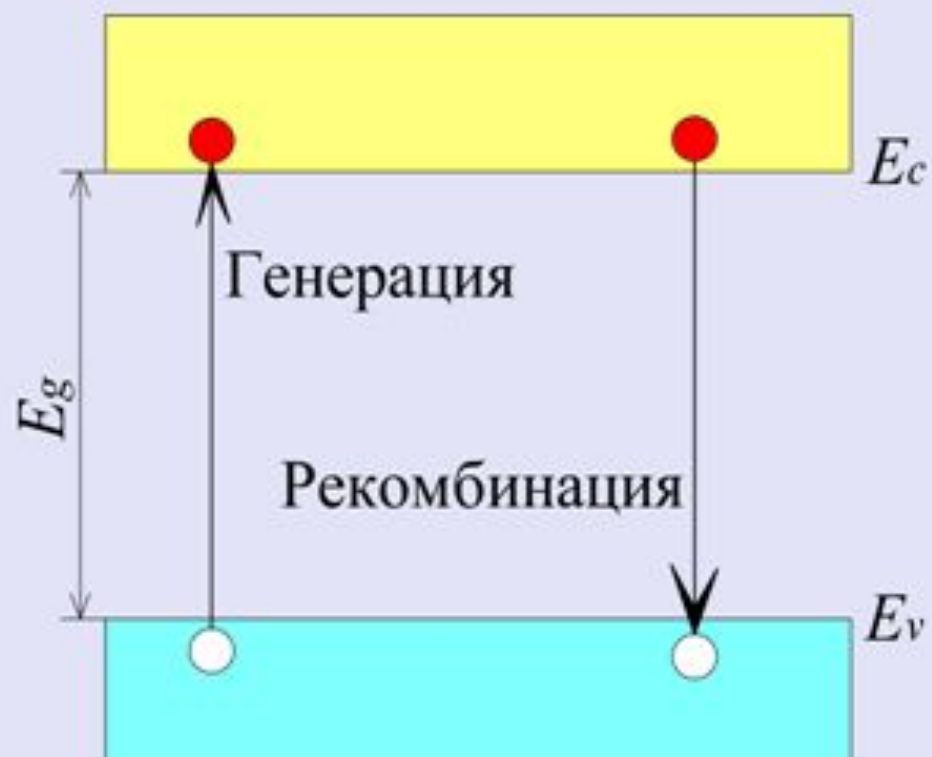
Проводник

$$E_g = 0$$

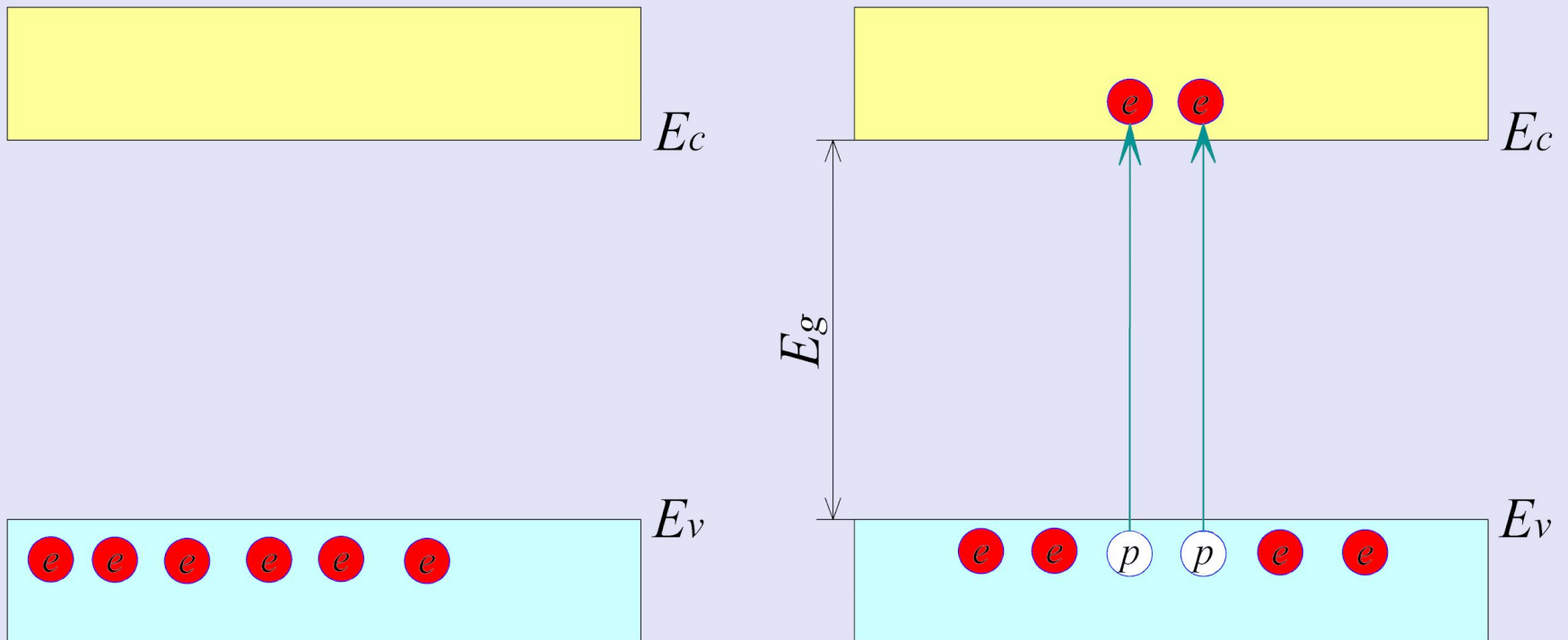
# Упрощенная энергетическая диаграмма собственного полупроводника



## Процессы генерации и рекомбинации



# Заполнение зон при $T=0$ К и $T>0$ К





# Статистика электронов и дырок в полупроводниках

Функция распределения Ферми-Дирака

$$f_n(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - F}{kT}\right) + 1}$$

$$f_p(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{F - E}{kT}\right) + 1}$$

$$n_0(E) = \int_{E_c} N(E) \cdot f_n(E) dE = \int_{E_c} \frac{N(E)}{\exp\left(\frac{E - F}{kT}\right) + 1} dE$$

$$N(E) = 4\pi \cdot \left(\frac{2m_n^*}{h^2}\right)^{3/2} \cdot (E - E_c)^{1/2}$$

$$p_0(E) = \int_{E_v} N(E) \cdot f_p(E) dE = \int_{E_c} \frac{N(E)}{\exp\left(\frac{E - F}{kT}\right) + 1} dE$$

# Статистика Максвелла- Больцмана

$$f_n(E) = \exp\left(-\frac{E - F}{kT}\right)$$

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} N(E) \cdot f_n(E) dE = \int_{E_c}^{\infty} N(E) \cdot \exp\left(\frac{E_c - F}{kT}\right) dE = N_c \cdot \exp\left(-\frac{E_c - F}{kT}\right)$$

$$f_p(E) = \exp\left(-\frac{F - E}{kT}\right)$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} N(E) \cdot f_p(E) dE = \int_{-\infty}^{E_v} N(E) \cdot \exp\left(-\frac{F - E_v}{kT}\right) dE = N_v \cdot \exp\left(-\frac{F - E_v}{kT}\right)$$

# *эффективная плотность состояний в зоне проводимости*

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_n^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_c = 2,7 \cdot 10^{19} \left( m_n^* / m_0 \right)^{3/2} (T/300)^{3/2}$$

# Эффективная плотность состояний для валентной зоны

$$N_{\nu} = 2 \cdot \left( \frac{2\pi \cdot m_p^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$N_{\nu} = 1,05 \cdot 10^{19} \cdot \left( \frac{T}{300} \right)^{3/2}$$

*Уравнение  
электронейтральности*

$$(-q) \cdot n + (+q) \cdot p = 0 \quad n = p$$

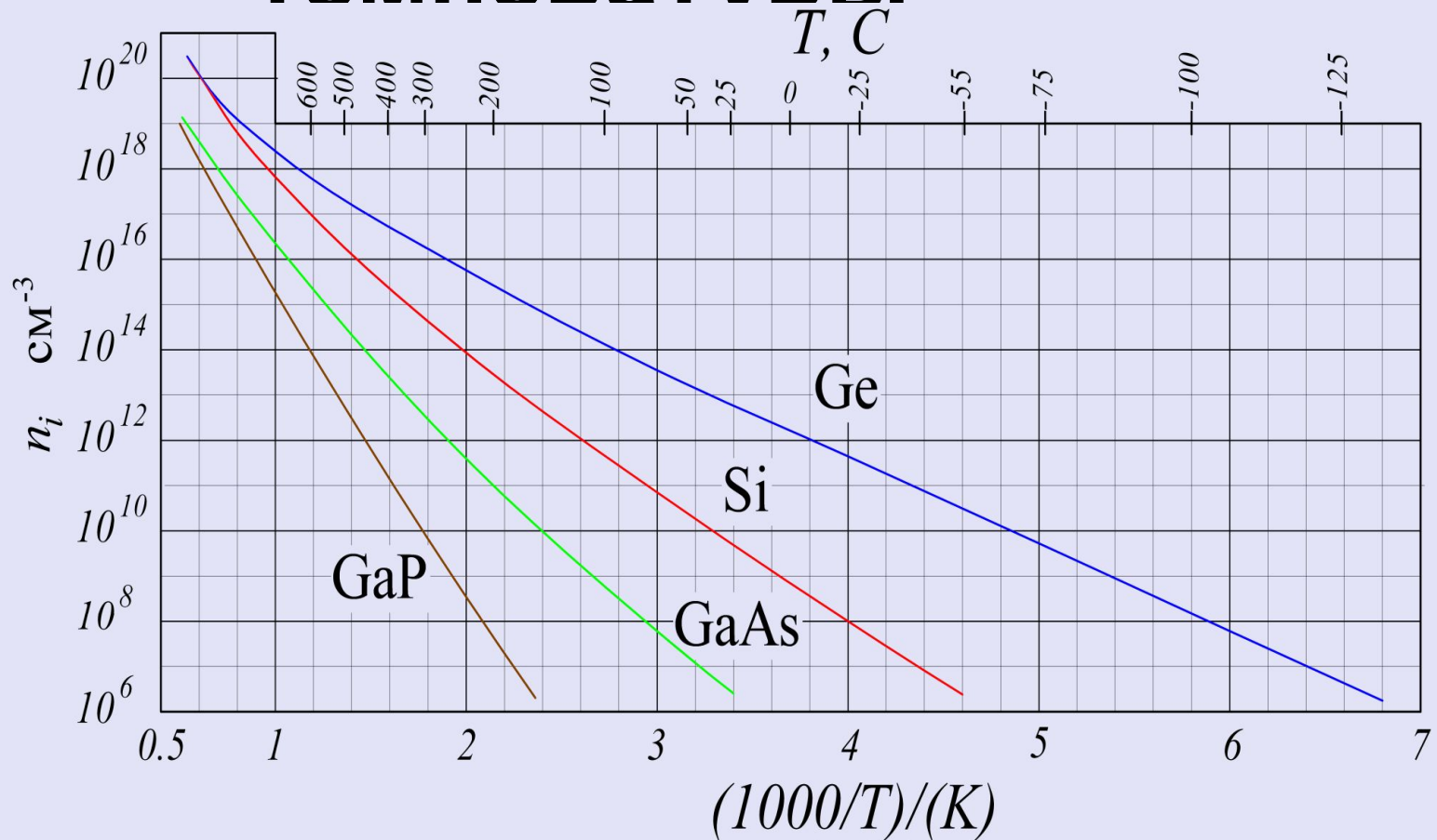
$$(-q) \cdot n + (-q) \cdot N_a^- + (+q) \cdot p + (+q) \cdot N_d^+ = 0$$

$$n + N_a^- = p + N_d^+$$

# ***собственная концентрация***

$$n_i = \sqrt{N_c(T) \cdot N_v(T)} \cdot \exp\left(-\frac{E_g(T)}{2kT}\right)$$

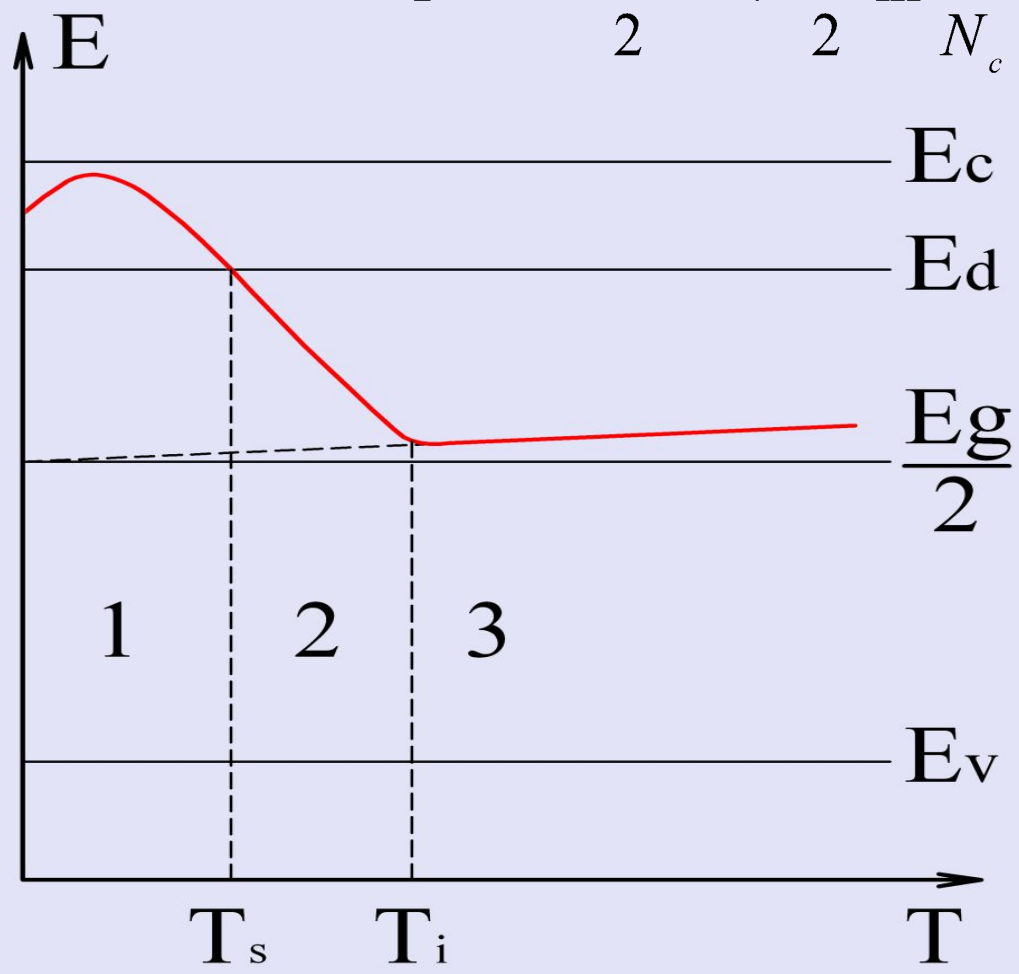
# Зависимость собственной концентрации от обратной температуры





# **Донорный полупроводник**

$$F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = E_i + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \frac{m^* p}{m^* n}$$



$$\operatorname{tg} \alpha_i = E_g / 2kT$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{np} = E_a / kT$$

$$T_i = \frac{E_g}{k \ln(N_c \cdot N_v / N_d^2)}$$

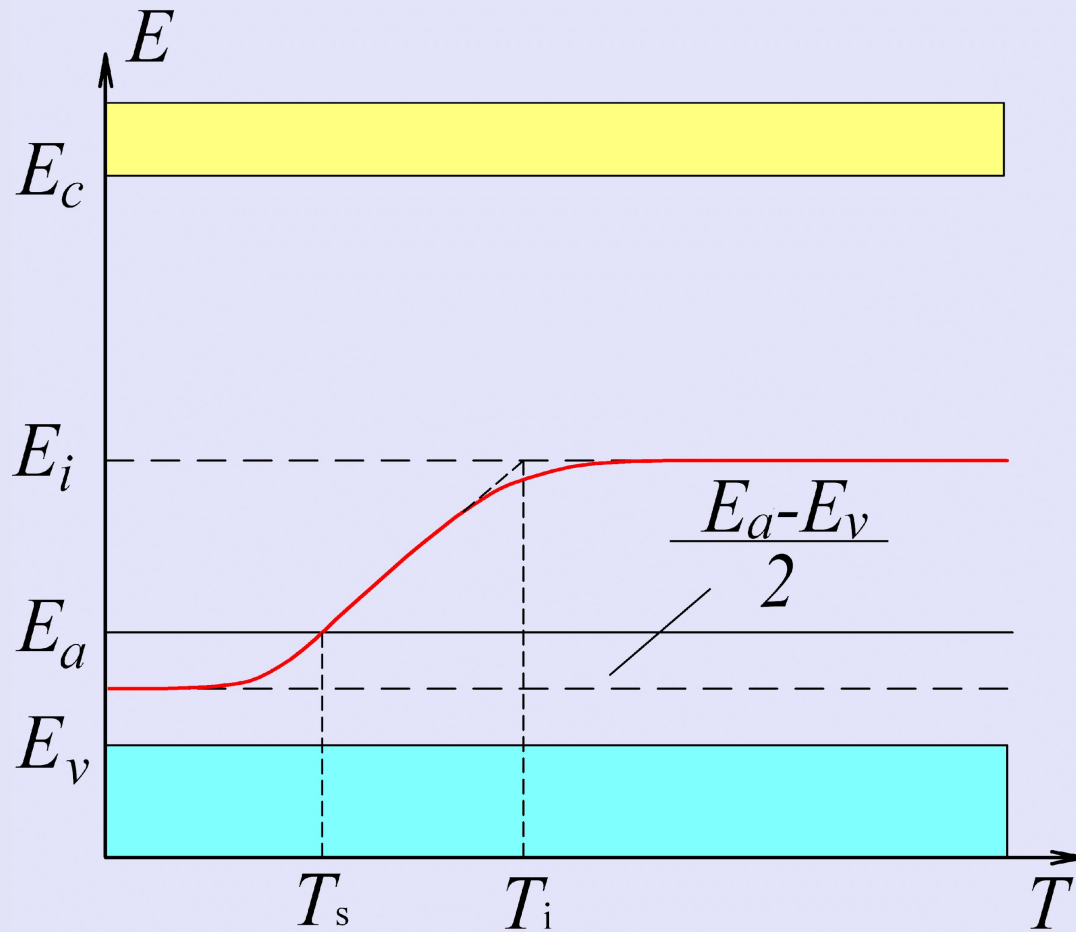
$$T_s = \frac{E_c - E_d}{k \ln(N_c / N_d)}$$

$$n_i^2 = n_0 \cdot p_0$$

$$p_n = n_i^2 / n_n, n_n \approx N_d, p_n \approx n_i^2 / N_d$$

# Акцепторный полупроводник

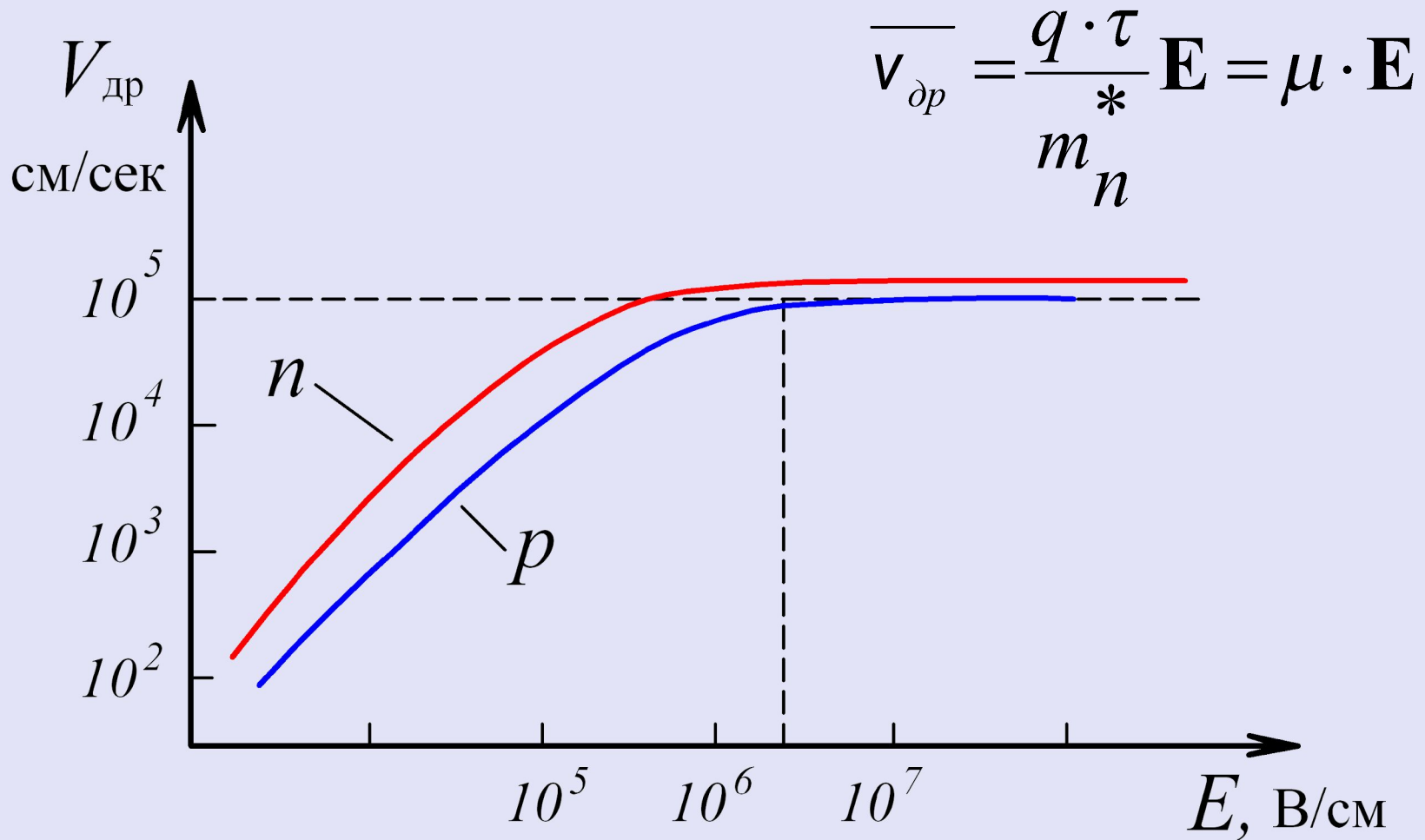
$$F = \frac{E_c + E_a}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{gN_v}{N_a}$$



$$p = N_a^-$$

$$n_p = n_i^2 / N_a$$

# Насыщение дрейфовой скорости в сильных электрических полях



Коэффициент пропорциональности между дрейфовой скоростью и напряженностью электрического поля называют *подвижностью* носителей заряда и обозначают  $\mu$  [см<sup>2</sup>/(В·с)].

$$\mu_n = \overline{v_{\partial p}} / \overline{E} = q \cdot \tau / m_n^*$$

$$\mu_p = \overline{v_{\partial p}} / \overline{E} = q \cdot \tau / m_p^*$$



# Влияние электрического поля

$$j = n \cdot q \cdot V_{др}, \quad I = U/R = \overline{J} \cdot S,$$

$$U = \overline{E} \cdot l, \quad R = \rho \cdot l/S,$$

$$\rho = 1/\sigma$$

Закон Ома в дифференциальной  
форме:

$$j_n = \sigma_n \cdot E \quad j_p = \sigma_p \cdot E.$$

$$\sigma_n = q \cdot \mu_n \cdot n$$

$$\sigma_p = q \cdot \mu_p \cdot p$$

***Рассеяние*** – мгновенные события, внезапно меняющие скорость электронов. Экспериментальные исследования температурной зависимости подвижности показывают, что ***при низких температурах*** преобладает ***рассеяние на ионах примеси***, а при более ***высоких*** – ***рассеяние на тепловых колебаниях решетки***

# *Рассеяние на решетке*

$$\mu_{nr}(T) = \mu_{nr}(T_0) \cdot (T/T_0)^{-3/2}$$

# ***Рассеяние на заряженной примеси***

$$\mu_{ni}(T) = \mu_{ni}(T_0) \cdot (T/T_0)^{3/2}$$

# Электропроводность материала

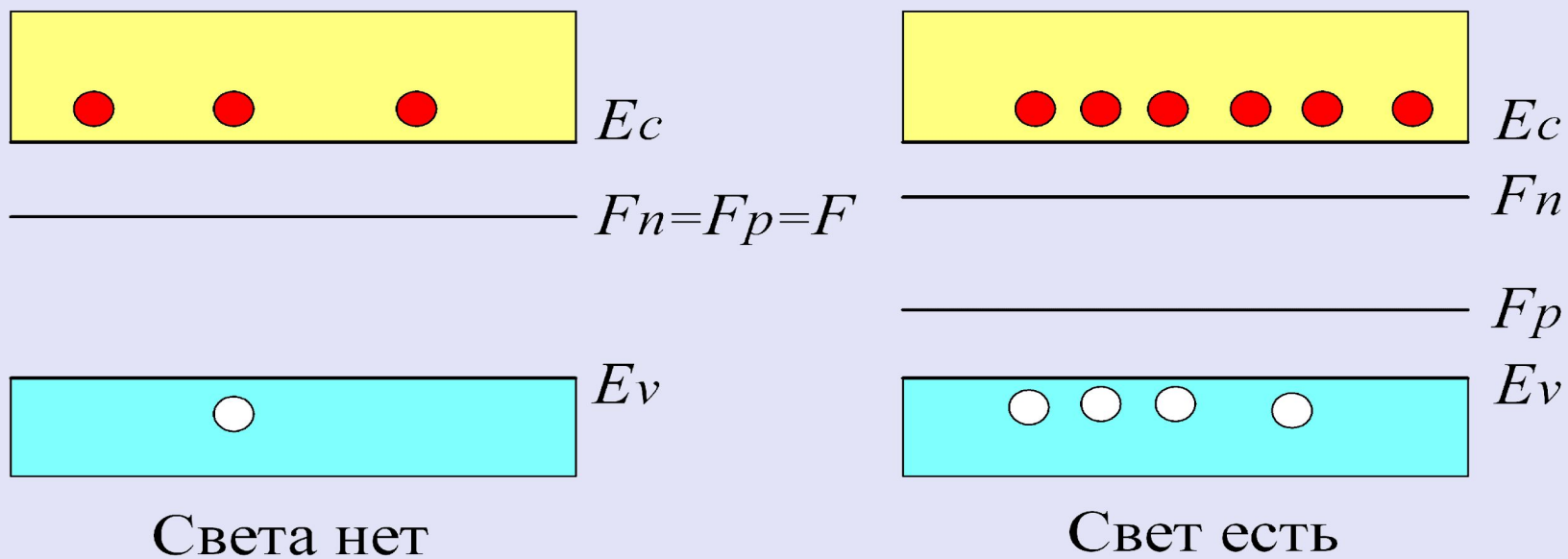
$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_n + \sigma_p = \\ &= q \cdot \mu_n \cdot n + q \cdot \mu_p \cdot p = \\ &= q \cdot (\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p) \\ \sigma_n(T) &= q \cdot \mu_n(T) \cdot n(T)\end{aligned}$$

# Неравновесное состояние полупроводника

$$n = n_0 + \Delta n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - F_n}{kT}\right),$$

$$p = p_0 + \Delta p = N_v \exp\left(-\frac{F_p - E_v}{kT}\right)$$

# Квазиуровень Ферми





- В **равновесном состоянии** скорость генерации (число электронов, генерируемых в единице объема в единицу времени) равна скорости рекомбинации (число электронов, рекомбинирующих в единице объема в единицу времени):

$$G_0 = R_0 = \gamma \cdot n_0 \cdot p_0$$

- Концентрация неравновесных носителей может быть меньше концентрации равновесных носителей ( $\Delta n \ll n_0$ ,  $\Delta p \ll p_0$ ), в этом случае говорят о **низком уровне возбуждения** или **низком уровне инжекции**. При **высоком уровне возбуждения** или **высоком уровне инжекции** концентрация неравновесных носителей сравнима или превышает равновесную концентрацию

# Влияние внешних условий на свойства полупроводников

$$\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot n_0 + \mu_p \cdot p_0 + \mu_n \cdot \Delta n + \mu_p \cdot \Delta p)$$

$$\Delta\sigma = q \cdot (\mu_n \cdot \Delta n + \mu_p \cdot \Delta p)$$

- *Скорость, с которой протекает рекомбинация, определяется временем жизни неравновесных носителей заряда*

$$\tau_n = \tau_p = \tau$$

# Уравнение непрерывности

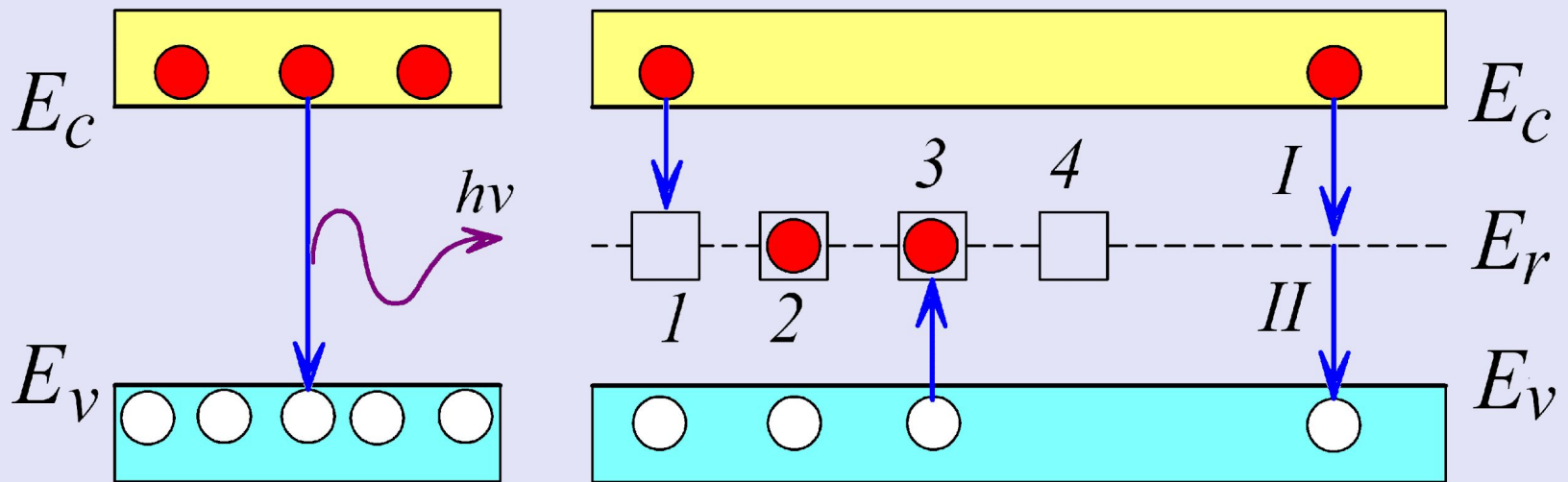
$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = G - R = 0$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau} = -\frac{\Delta n}{\tau}$$

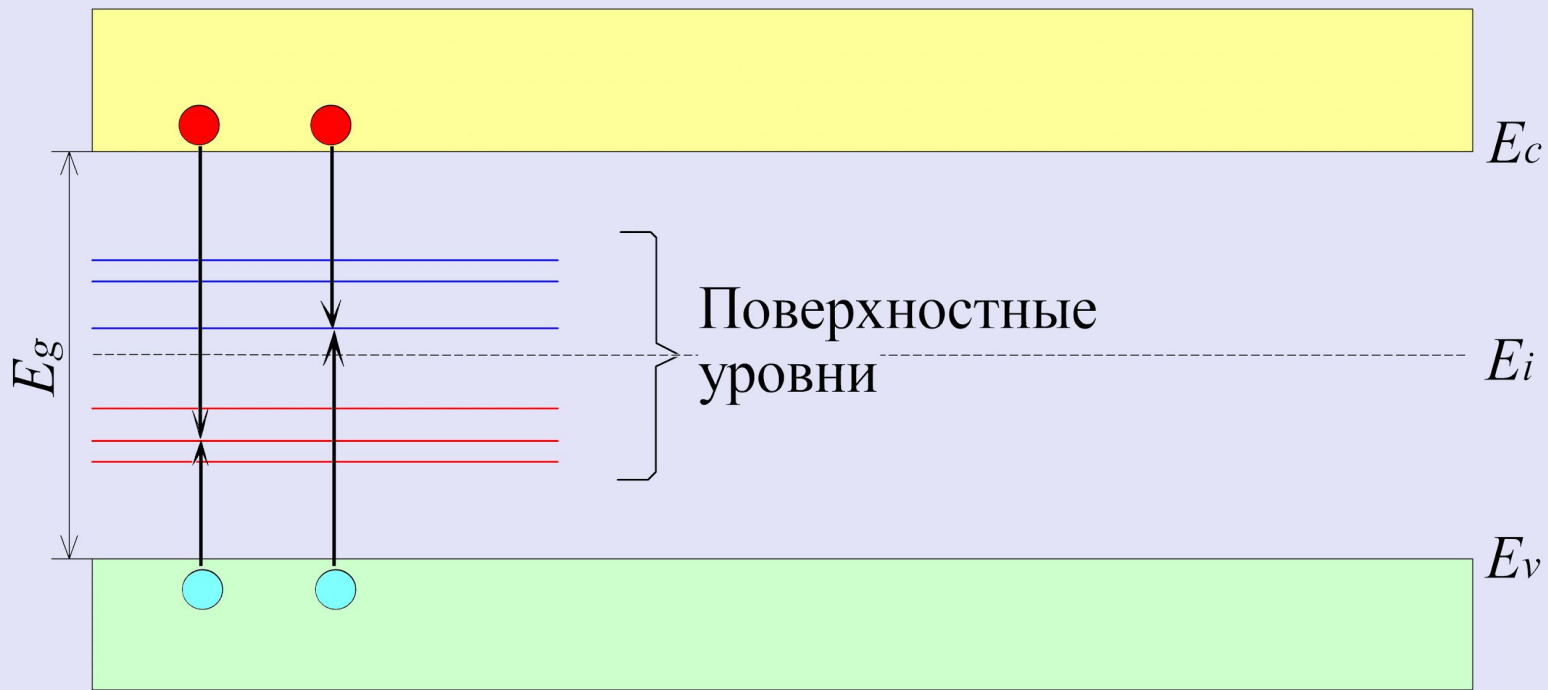
Уменьшение концентрации носителей, определяемое процессом *линейной рекомбинации* имеет вид:

$$\Delta n = \Delta n(0) \cdot \exp(-t/\tau)$$

# Механизмы рекомбинации



# Энергетические диаграммы дырочного полупроводника с учетом поверхностных состояний



$$j_n / q = s_n \cdot \Delta n$$

$$j_p / q = s_p \cdot \Delta p$$



# Диффузионные и дрейфовые

## ТОКИ

$$j_{n\text{диф}} = q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}, \quad j_{p\text{диф}} = -q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \cdot \mu_n = \phi_T \cdot \mu_n, \quad D_p = \frac{kT}{q} \cdot \mu_p = \phi_T \cdot \mu_p$$

$$j = j_{\text{др}} + j_{\text{диф}},$$

$$j_{\text{др}} = j_{n\text{др}} + j_{p\text{др}} = q \cdot \mu_n \cdot n \cdot E + q \cdot \mu_p \cdot p \cdot E,$$

$$j_{\text{диф}} = j_{n\text{диф}} + j_{p\text{диф}} = q \cdot D_n \cdot \nabla n - q \cdot D_p \cdot \nabla p$$

$$j_n = j_{n \partial p} + j_{n \partial u \phi} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E + q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}$$

$$j_p = j_{p \partial p} + j_{p \partial u \phi} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot E - q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$

Для одномерного случая полный ток равен:

$$J = J_{\text{дрейф}} + J_{\text{диф}} =$$
$$= q \cdot \mu_p \cdot p \cdot \mathbf{E} + q \cdot \mu_n \cdot n \cdot \mathbf{E} - q \cdot D_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + q \cdot D_n \cdot \frac{\partial n}{\partial x}$$

# Уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = - \frac{\partial \mathbf{E}(x)}{\partial x} = - \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s \varepsilon_0}$$

# Уравнение непрерывности тока

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{q} \nabla \cdot \overline{j}_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p - \frac{1}{q} \nabla \cdot \overline{j}_p,$$

Уравнение непрерывности:

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0$$

# Граничные условия

$$p_n(x=0) = p_n(0)$$

$$p_n(x \rightarrow \infty) = p_{n0}$$

$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] \cdot \exp(-x/L_p)$$

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}, \quad L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n}$$



# Граничные условия

$$x = W \quad p_n(x = W) = p_{n0}$$

$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}$$

# Плотность дырочного тока при

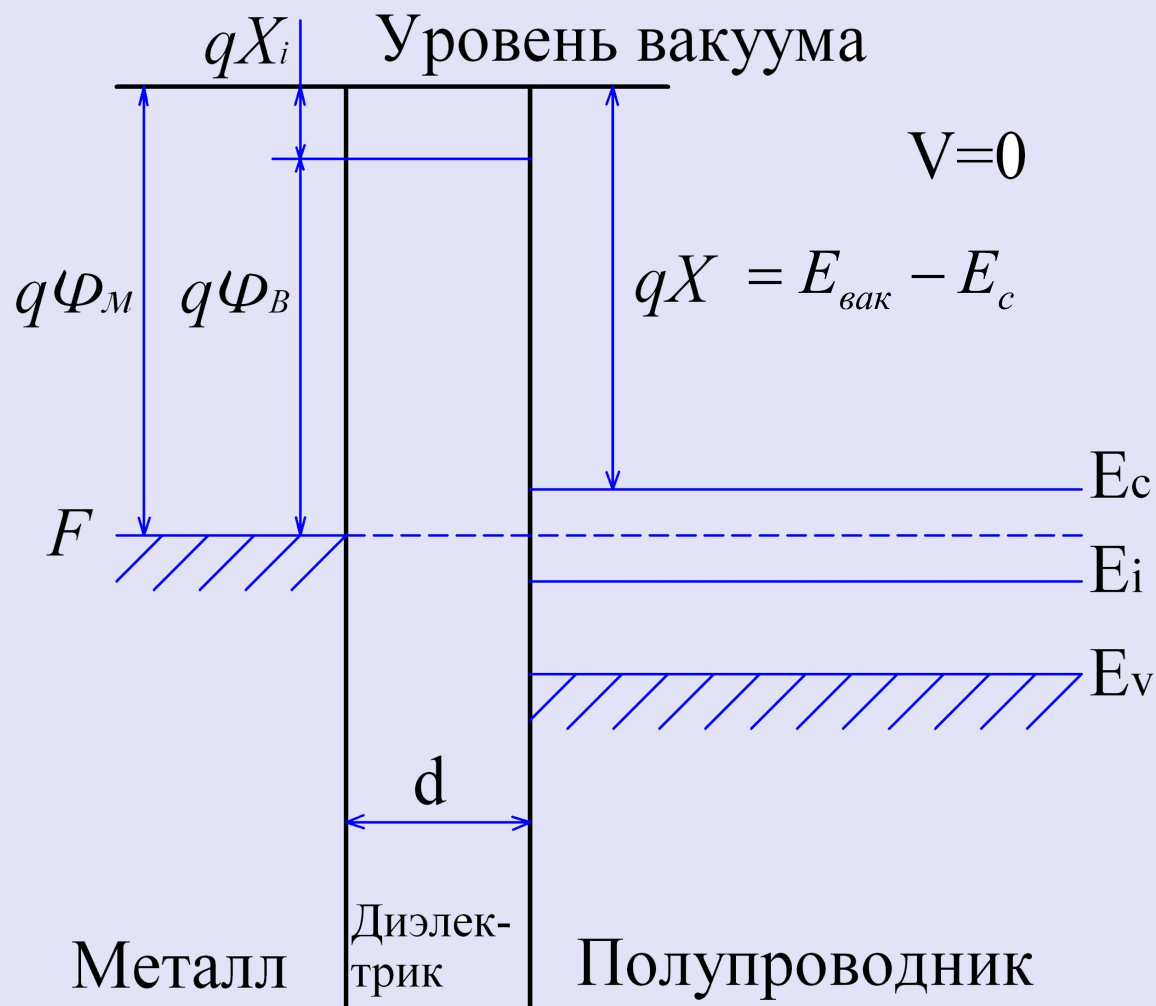
:

$$x = W$$

$$j_p = -qD_p \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=W} = q(p_n(0) - p_{n0}) \frac{D_p}{L_p} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}$$

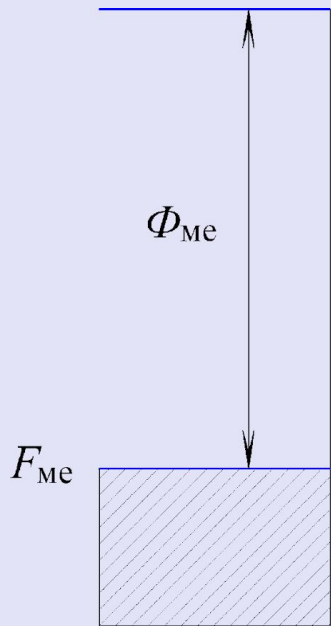
# **Контактные явления**

$$\Phi = E_{\text{вак}} - F$$

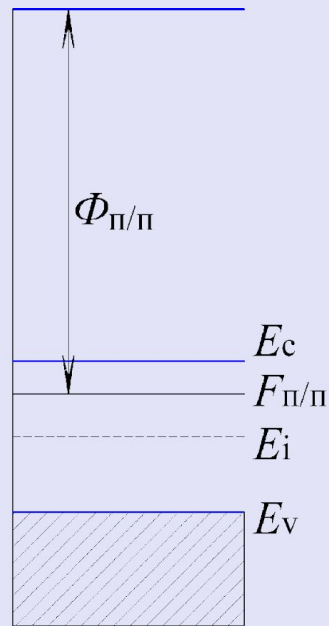


*Барьер на границе металла с  
полупроводником (барьер  
Шоттки)*

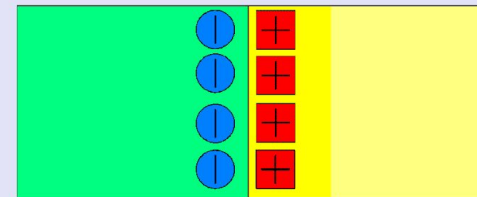
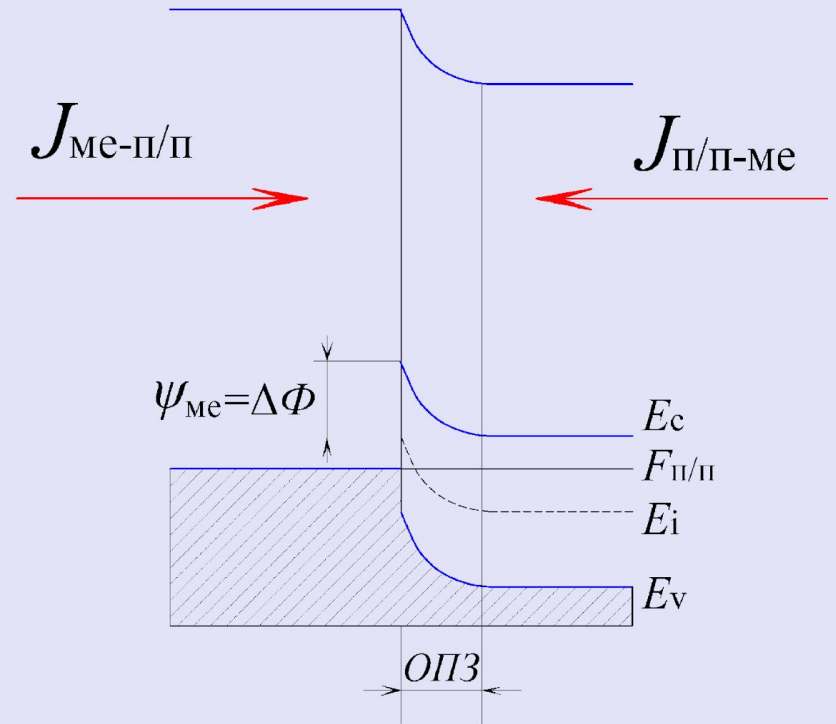
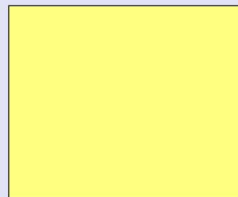
$$W = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \phi_k}{q \cdot N_d}}$$



Металл (Au)

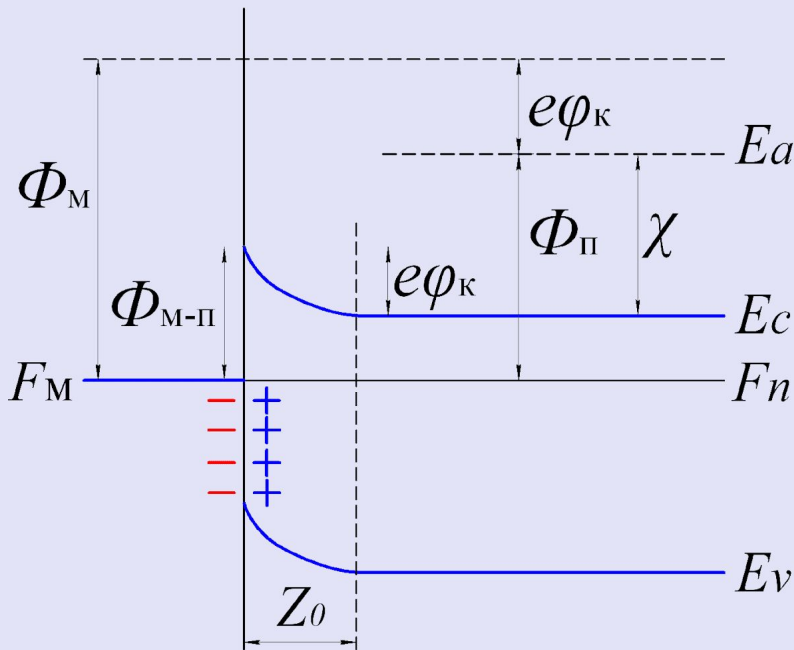


Полупроводник(n-Si)

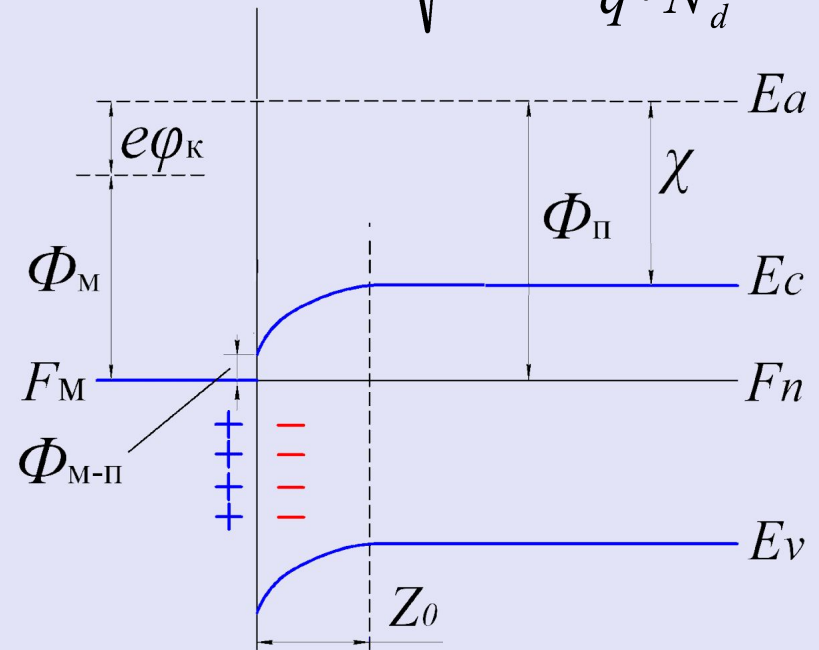


# Контакт металл-электронный полупроводник

$$W = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (\phi_k \pm V_{см})}{q \cdot N_d}}$$

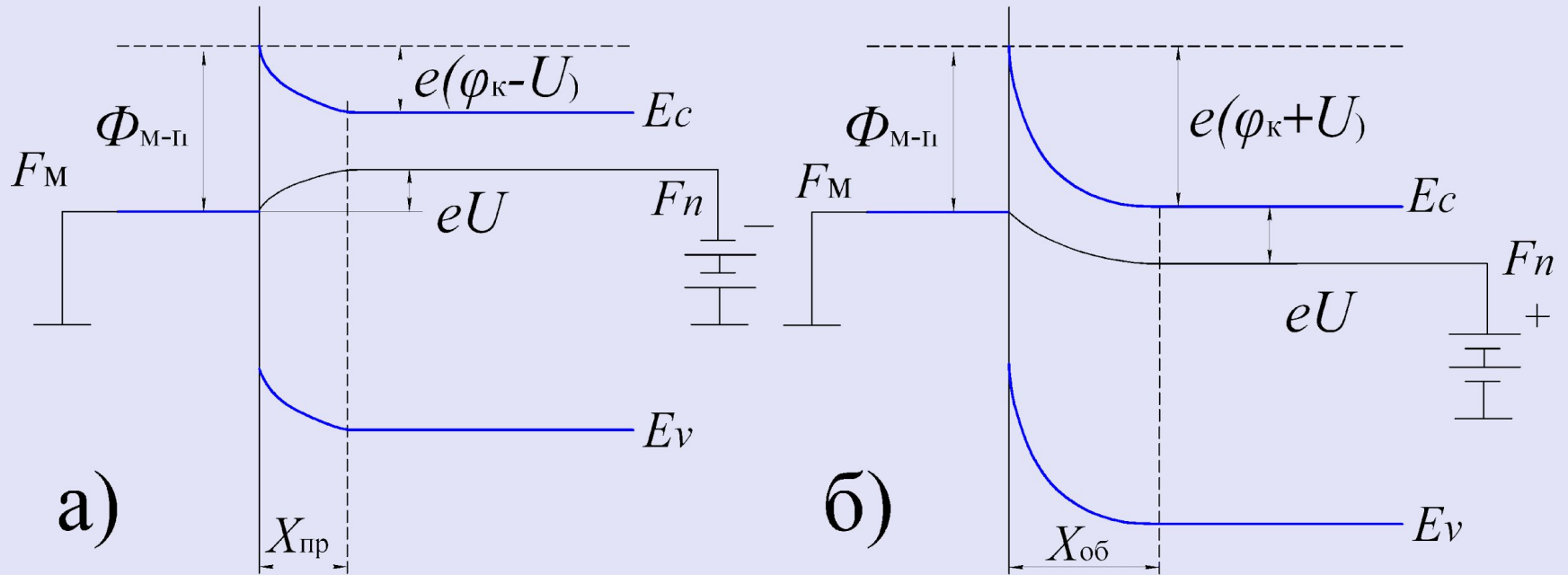


а)  $\Phi_M > \Phi_{\Pi}$



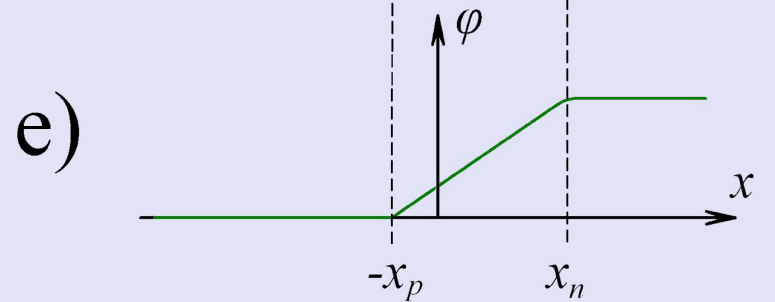
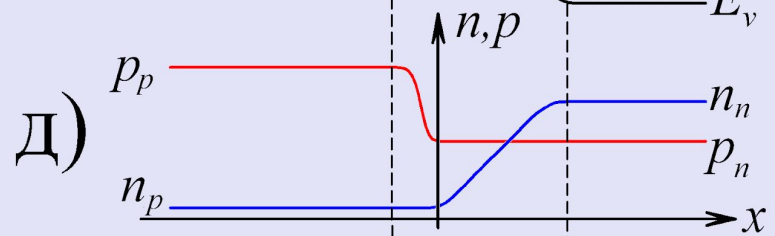
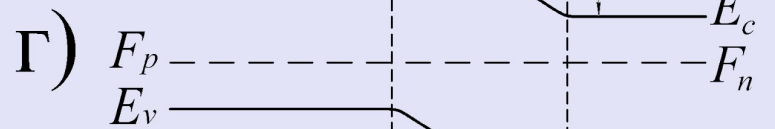
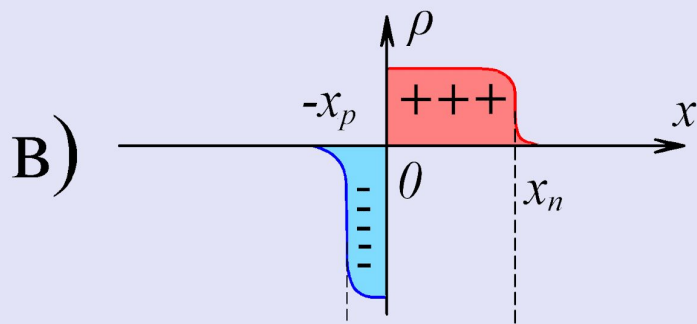
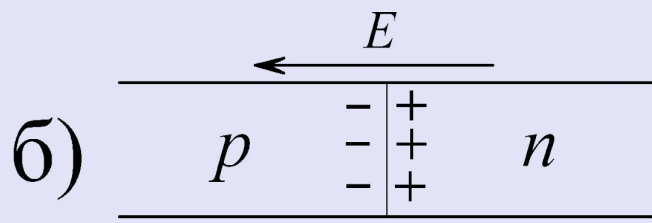
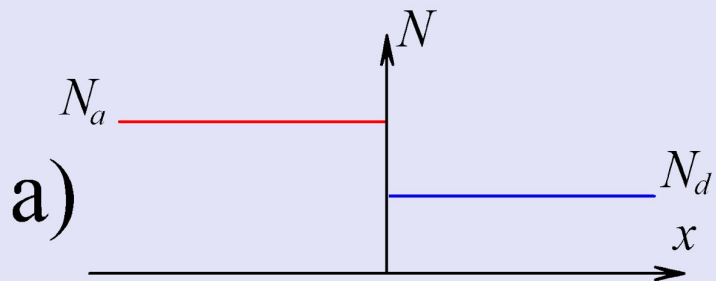
б)  $\Phi_M < \Phi_{\Pi}$

# Выпрямление тока на контакте металла с полупроводником





# Контакт электронного и дырочного полупроводников



$$\phi_k = \frac{F_n - F_p}{q}$$

$$q \cdot \phi_k = E_g - kT \cdot \ln \frac{N_v}{N_a} - kT \cdot \ln \frac{N_c}{N_d}$$

$$q\phi_k = kT \ln \frac{n_n \cdot p_p}{n_i^2} = kT \ln \frac{N_d \cdot N_a}{n_i^2}$$

$$\phi_k = \phi_T \ln \frac{N_d \cdot N_a}{n_i^2} = \phi_T \ln \frac{n_n}{n_p} = \phi_T \ln \frac{p_p}{p_n}$$

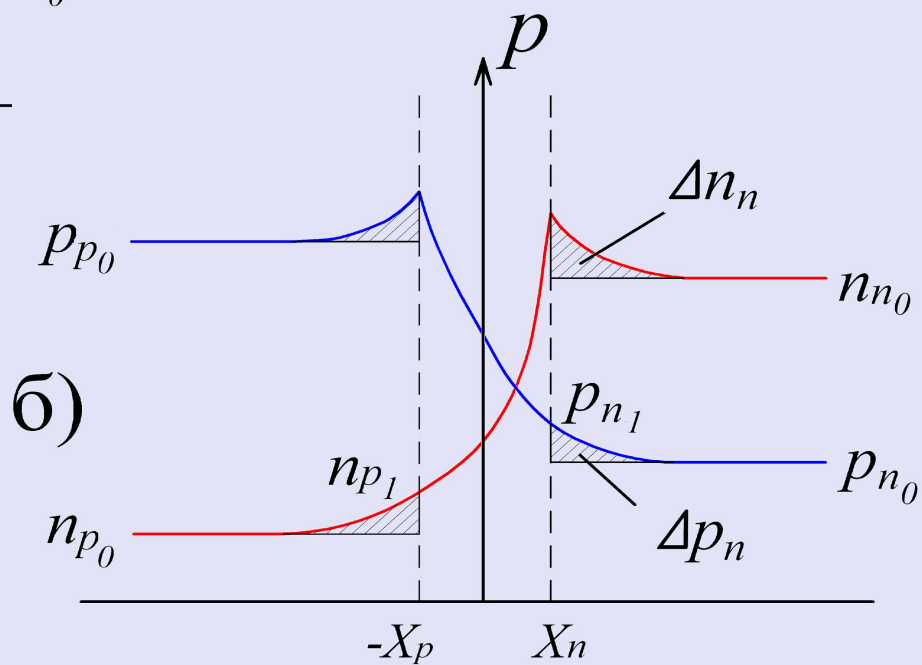
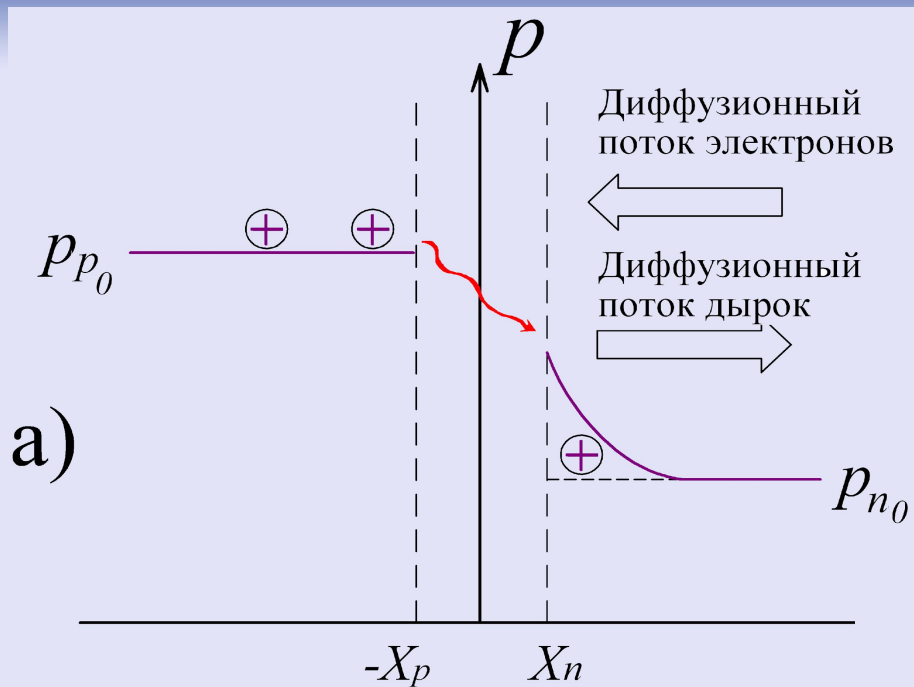
# Соотношения между основными и неосновными носителями:

$$p_n = p_p \cdot \exp\left(-\frac{q\phi_k}{kT}\right) = p_p \cdot \exp\left(-\frac{\phi_k}{\phi_T}\right)$$

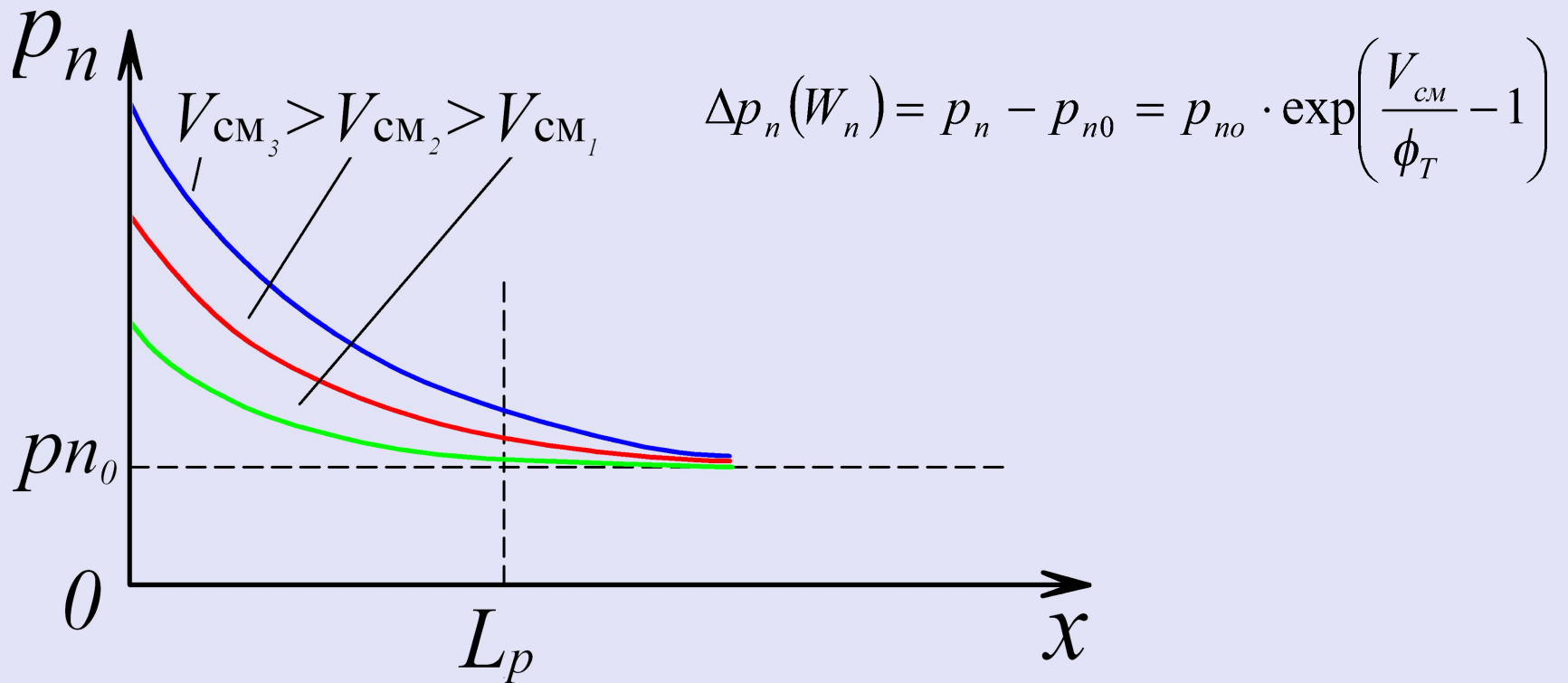
$$n_p = n_n \cdot \exp\left(-\frac{q\phi_k}{kT}\right) = n_n \cdot \exp\left(-\frac{\phi_k}{\phi_T}\right)$$

$$\frac{W_n}{W_0} = \frac{N_a}{N_d + N_a}; \frac{W_p}{W_0} = \frac{N_d}{N_d + N_a}$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s}{q} \phi_k \frac{N_d + N_a}{N_d N_a}}$$



$$p_n(W_n) = p_p \cdot \exp\left(-\frac{(\phi_k - V_{cm})}{\phi_T}\right) = p_{no} \cdot \exp\left(\frac{V_{cm}}{\phi_T}\right)$$



# Прямое смещение р-п- перехода

$$W_{np} = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_s \cdot (\phi_k - V_{cm}) \cdot \frac{N_d + N_a}{N_d \cdot N_a}}{q}}$$

$$p_n = p_{n0} + \Delta p$$

$$p_n(W_n) = p_p \cdot \exp\left(-\frac{(\phi_k - V_{cm})}{\phi_T}\right) = p_{no} \cdot \exp\left(\frac{V_{cm}}{\phi_T}\right)$$

При  $x = W_n$

$$\Delta p_n(W_n) = p_n - p_{n0} = p_{no} \cdot \exp\left(\frac{V_{cm}}{\phi_T} - 1\right)$$

При  $x = -W_p$

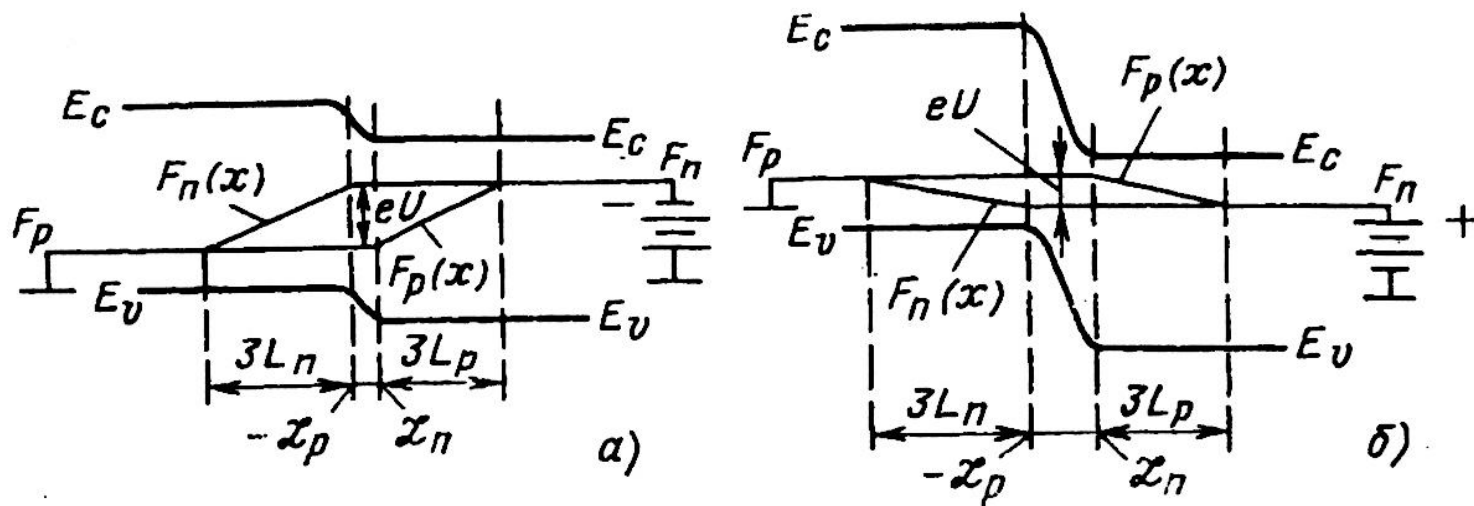
$$\Delta n_p(-W_p) = n_{po} \cdot \exp\left(\frac{V_{cm}}{\phi_T} - 1\right) \quad (7.14)$$



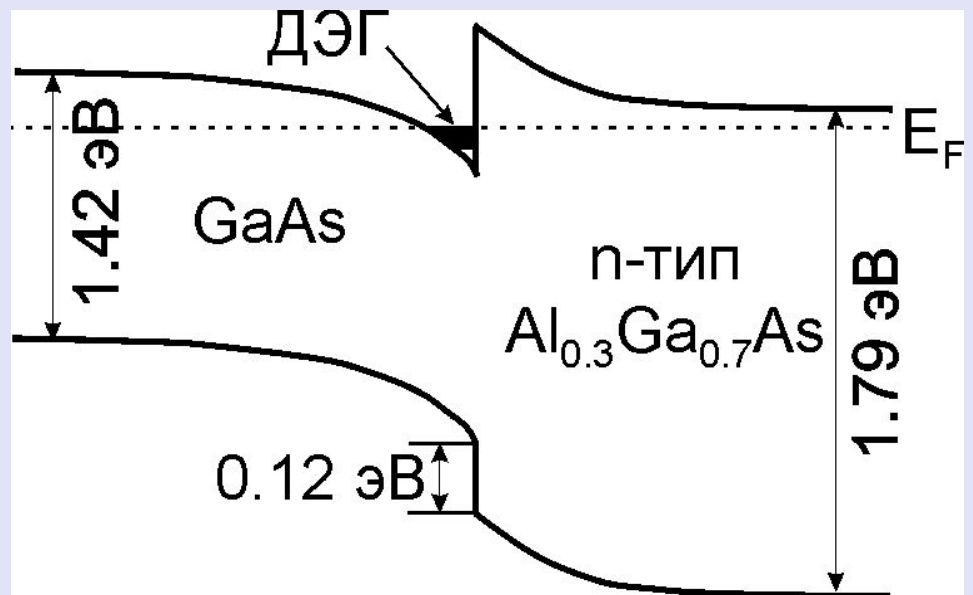
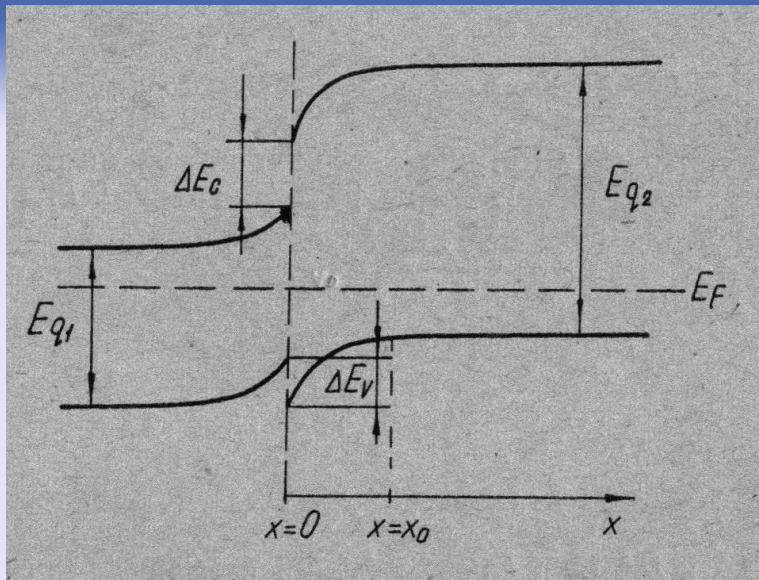
# Обратное смещение

$$W_{обр} = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_s}{q} \cdot (\phi_k + V_{см}) \cdot \frac{N_d + N_a}{N_d \cdot N_a}}$$

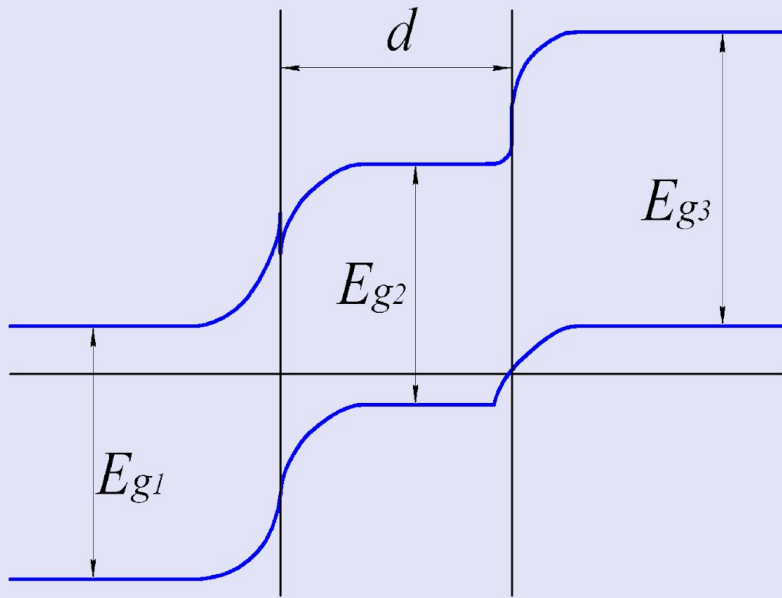
# Энергетические диаграммы при прямом и обратном смещении



# **Изотипные и анизотипные гетеропереходы**

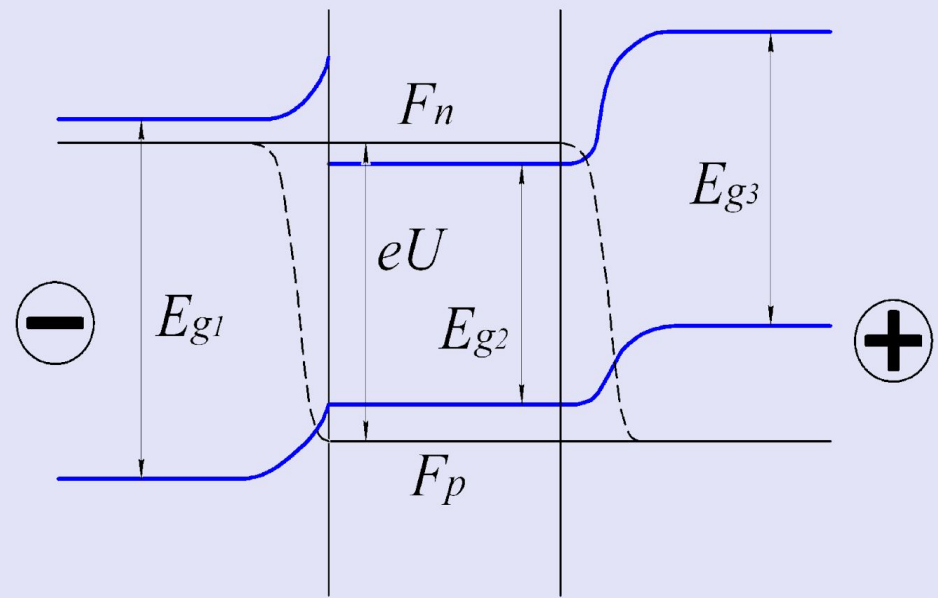


# Схема двойного гетероперехода



$U=0$

ток не течет через переход



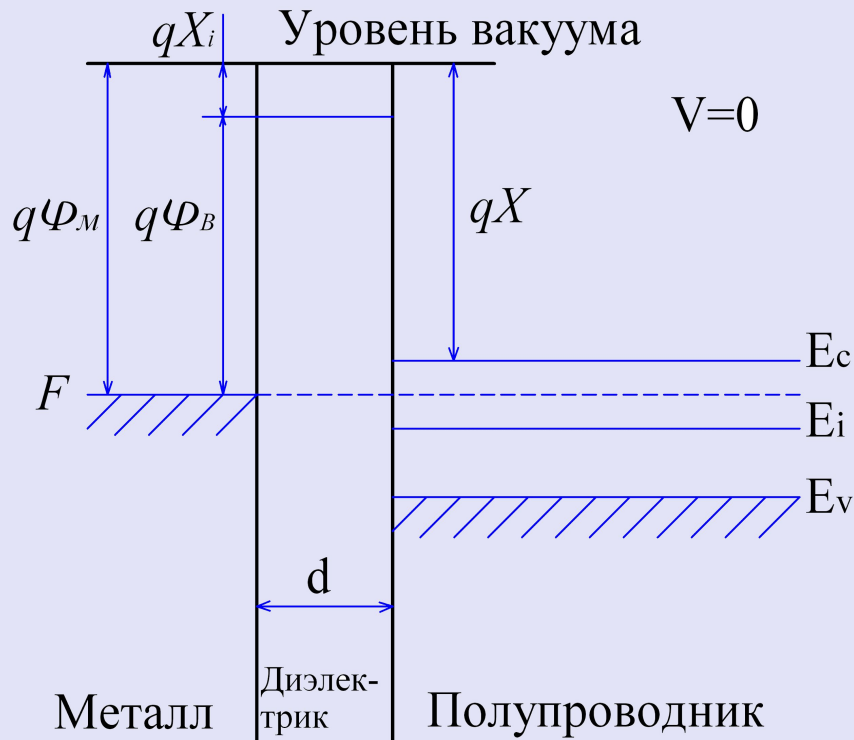
$U>0$

ток течет через переход

*МДП–структура*

# МДП-структура

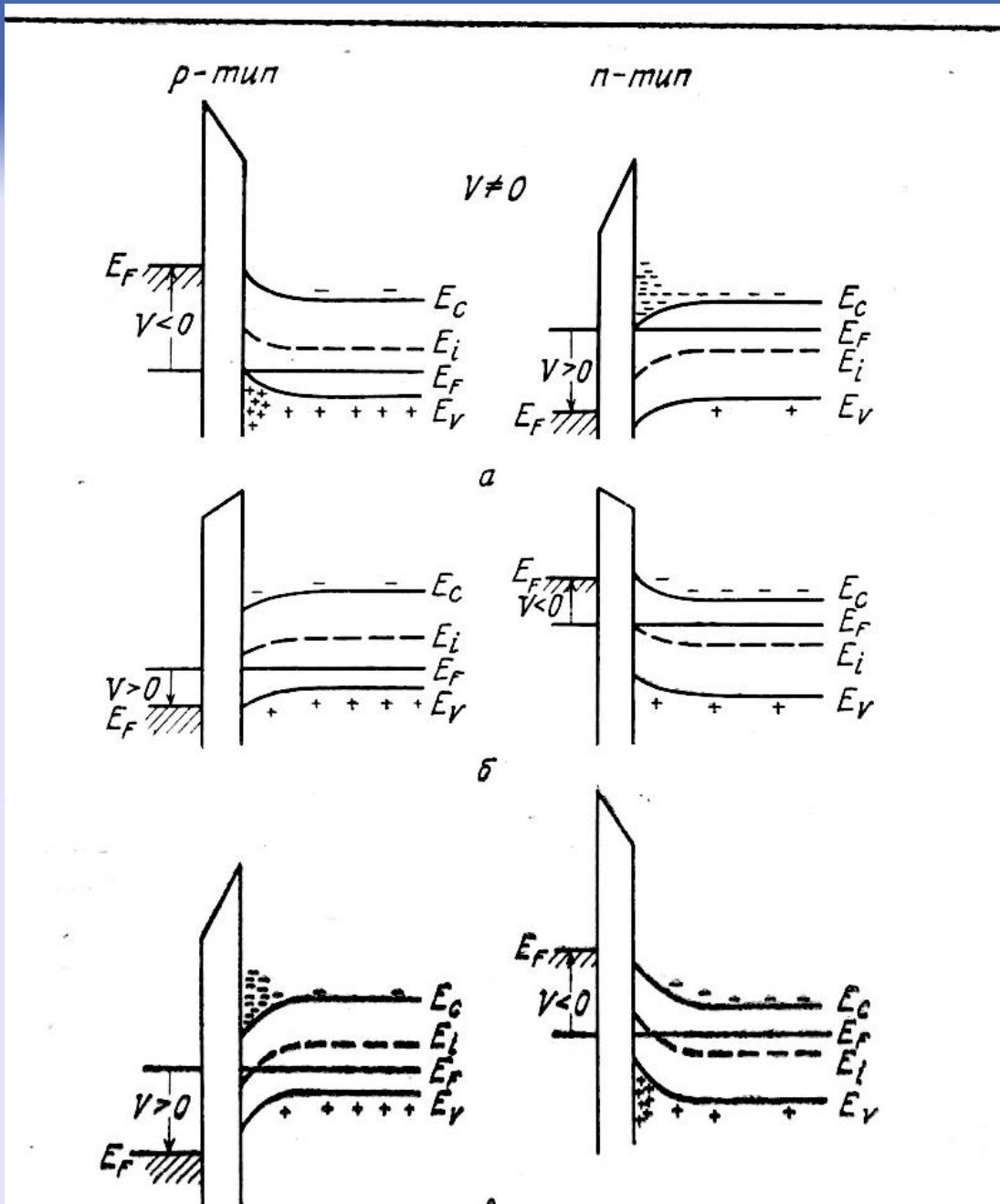
*энергия электронного сродства*



$$q \cdot \chi = E_{\text{вак}} - E_c$$

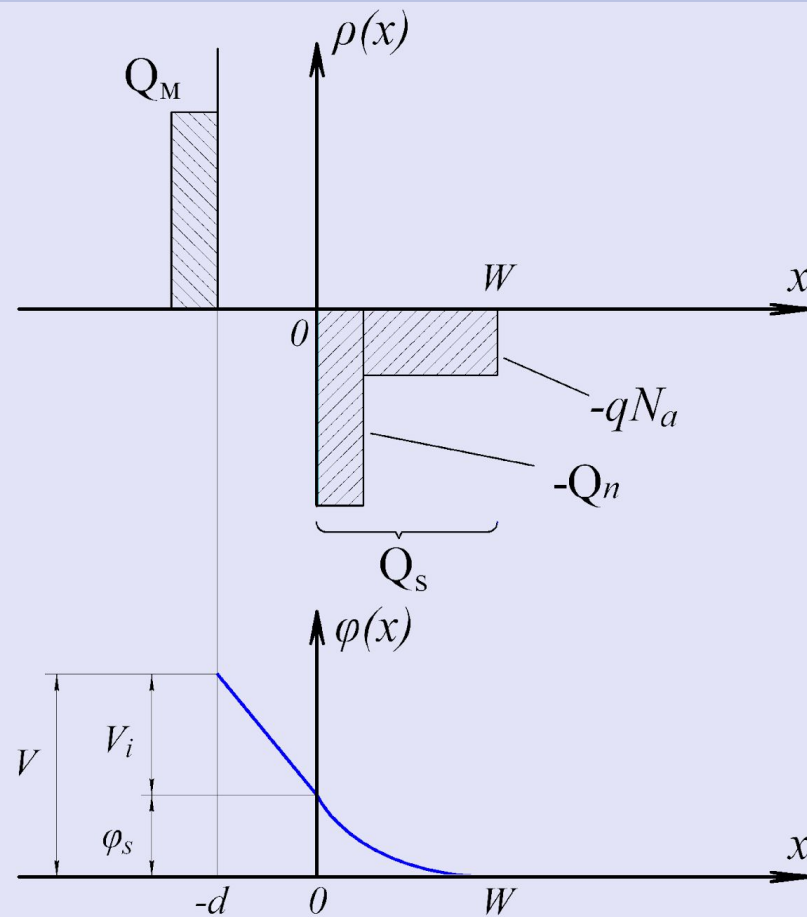
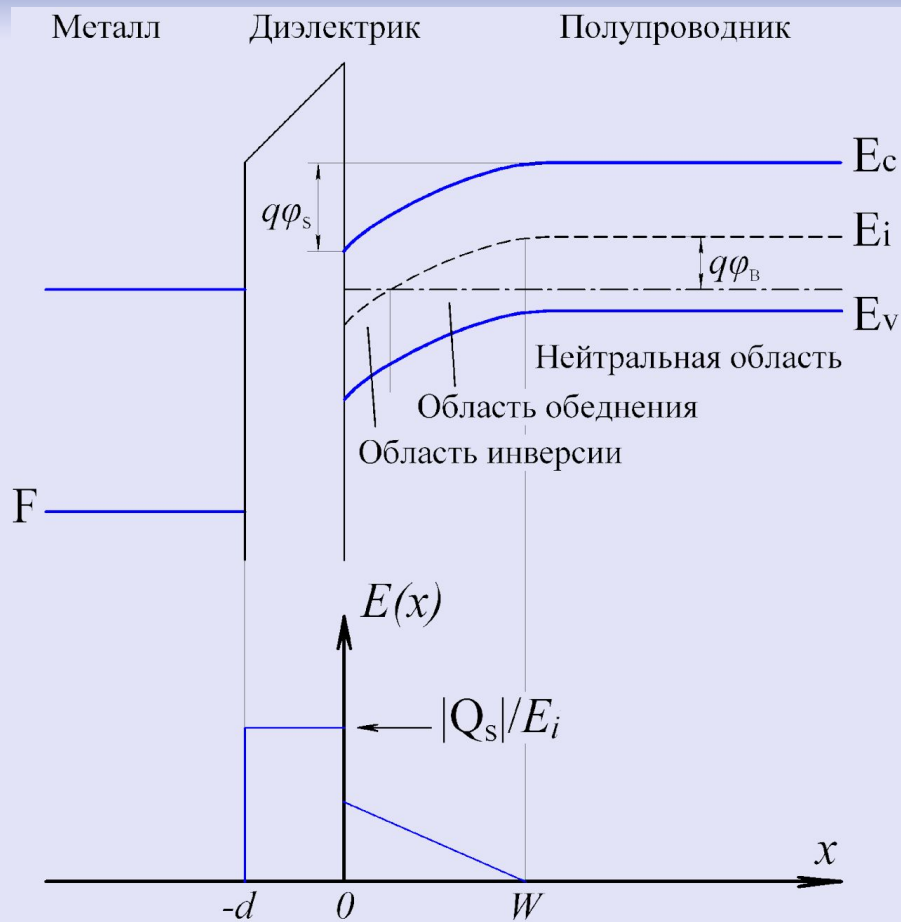
Если энергию электрона отсчитывать от энергии Ферми, а не от  $E_c$ , используют понятие *термоэлектронной работы выхода* или просто *работы выхода*  $\Phi$ :

$$\Phi = E_{\text{вак}} - F = q \cdot \chi + E_c - F$$



# Энергетическ ие диаграммы при различных смещениях





$$n(x) = n_i \cdot \exp\left(\frac{F - E_i}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{q \cdot (\phi_F - \phi_i)}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{\phi_B}{\phi_T}\right);$$

$$p(x) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_i - F}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{q \cdot (\phi_i - \phi_F)}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(-\frac{\phi_B}{\phi_T}\right);$$

$$\phi_B = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) = \phi_T \cdot \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$$

$$\phi_B = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) = \phi_T \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)$$

$$\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = - \frac{\partial \mathbf{E}(x)}{\partial x} = - \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s \varepsilon_0} = \frac{q \cdot N_a^-}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}$$

$$\phi = 0 \quad \frac{d\phi}{dx} = 0 \quad \text{при } x=w$$

$$\phi = \frac{q \cdot N_a^-}{2\varepsilon_s \cdot \varepsilon_0} (x - w)^2 \quad \phi_s = \frac{q \cdot N_a^- \cdot w^2}{2\varepsilon_s \cdot \varepsilon_0}$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_s \cdot \phi_s}{q \cdot N_a^-}}$$