Тема: Модели и характеристики детерминированных сигналов.

Кафедра Электроники и ИБ.

Учебные вопросы:

1. Введение.
2. Классификация сигналов.
3. Динамическое представление сигналов.

1. Введение.

Слово «сигнал» происходит от латинского термина «signum» — «знак», имеющего широкий смысловой диапазон.

Сигналом называют процесс изменения во времени физического состояния какого-либо объекта, служащий для отображения, регистрации и передачи сообщений.

2. Классификация сигналов.

Описание сигналов посредством математических моделей.

Математической моделью сигнала может быть, например, функциональная зависимость, аргументом которой является время. Как правило, в дальнейшем такие математические модели сигналов будут обозначаться символами латинского алфавита s (t), и (t), f(t) и т. д.

Создание модели (в данном случае физического сигнала) — первый существенный шаг на пути систематического изучения свойства явления. Прежде всего, математическая модель позволяет абстрагироваться от конкретной природы носителя сигнала. В радиотехнике одна и та же математическая модель с равным успехом описывает ток, напряжение, напряженность электромагнитного поля и т. д.

Зная математические модели сигналов, можно сравнивать эти сигналы между собой, устанавливать их тождество и различие, проводить классификацию.

Классификация радиотехнических сигналов

Одномерные и многомерные сигналы.

Типичным для радиотехники сигналом является напряжение на зажимах какой — либо цепи или ток в ветви. Такой сигнал, описываемый одной функцией времени, принято называть одномерным.

Многомерный сигнал — упорядоченная совокупность одномерных сигналов.

Представление многомерного, или векторного, сигнала:

$$\bar{S}(t) = \{s_1(t), s_2(t), \ldots, s_N(t)\}$$

Детерминированные и случайные сигналы.

Если математическая модель сигнала позволяет осуществить возможность или невозможность точного предсказания его мгновенных значений в любой момент времени, то сигнал называется детерминированным.

В радиотехнике случайные сигналы часто проявляют себя как помехи, препятствующие извлечению информации из принятого колебания. Проблема борьбы с помехами, повышение помехоустойчивости радиоприема — одна из центральных проблем радиотехники.

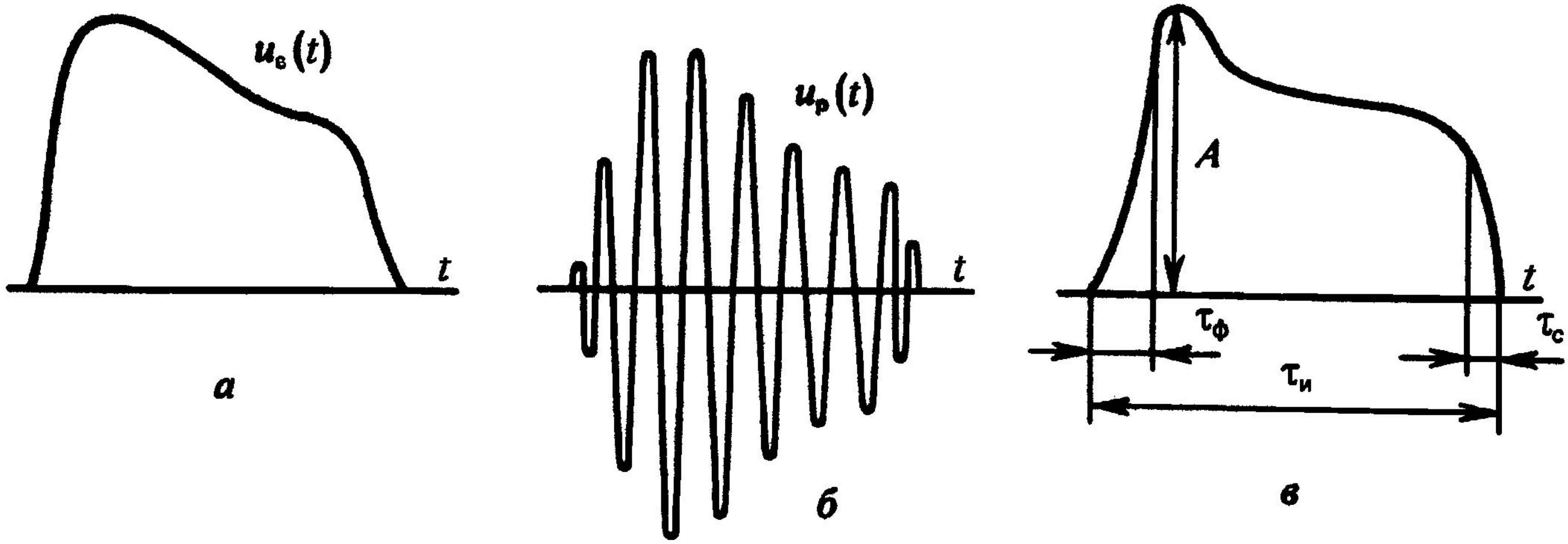
Импульсные сигналы.

Импульсы-колебания, существующие лишь в пределах конечного отрезка времени.

При этом различают видеоимпульсы и радиоимпульсы . Различие между этими двумя основными видами импульсов состоит в следующем. Если $u_B(t)$ - видеоимпульс, то соответствующий ему радиоимпульс

$$u_p(t) = u_в(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

При этом функция $u_B(t)$ называется огибающей радиоимпульса, а функция $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ его заполнением.



Видео импульс -а

Радиоимпульс -б

Аналоговые, дискретные и цифровые сигналы.

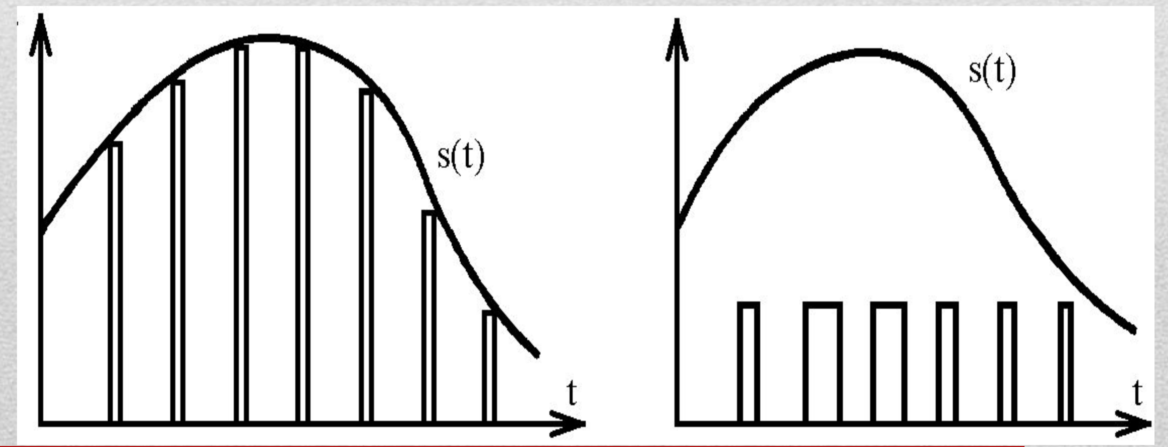
Простейшая математическая модель дискретного сигнала $S_{\partial}(t)$ — это счетное множество точек $\{t_i\}$ (i— целое число) на оси времени, в каждой из которых определено отсчетное значение сигнала S_i.

Шаг дискретизации $\Delta = t_{i+1} - t_i$

Одно из преимуществ дискретных сигналов по сравнению с аналоговыми — отсутствие необходимости воспроизводить сигнал непрерывно во все моменты времени. За счет этого появляется возможность по одной и той же радиолинии передавать сообщения от разных источников, организуя многоканальную связь с разделением каналов по времени.

Особой разновидностью дискретных сигналов являются цифровые сигналы. Для них характерно то, что отсчетные значения представлены в форме чисел.

Следует иметь в виду, что в сущности любой дискретный или цифровой сигнал (речь идет о сигнале — физическом процессе, а не о математической модели) является сигналом аналоговым. Так, медленно изменяющемуся во времени аналоговому сигналу *s(t)* можно сопоставить его дискретный образ, имеющий вид последовательности прямоугольных видеоимпульсов одинаковой длительности (рисунок 2,а); высота этих импульсов пропорциональна значениям *s(t)* в отсчетных точках. Однако можно поступить и по-иному, сохраняя высоту импульсов постоянной, но изменяя их длительность в соответствии с текущими отсчетными значениями (рисунок 2,6)



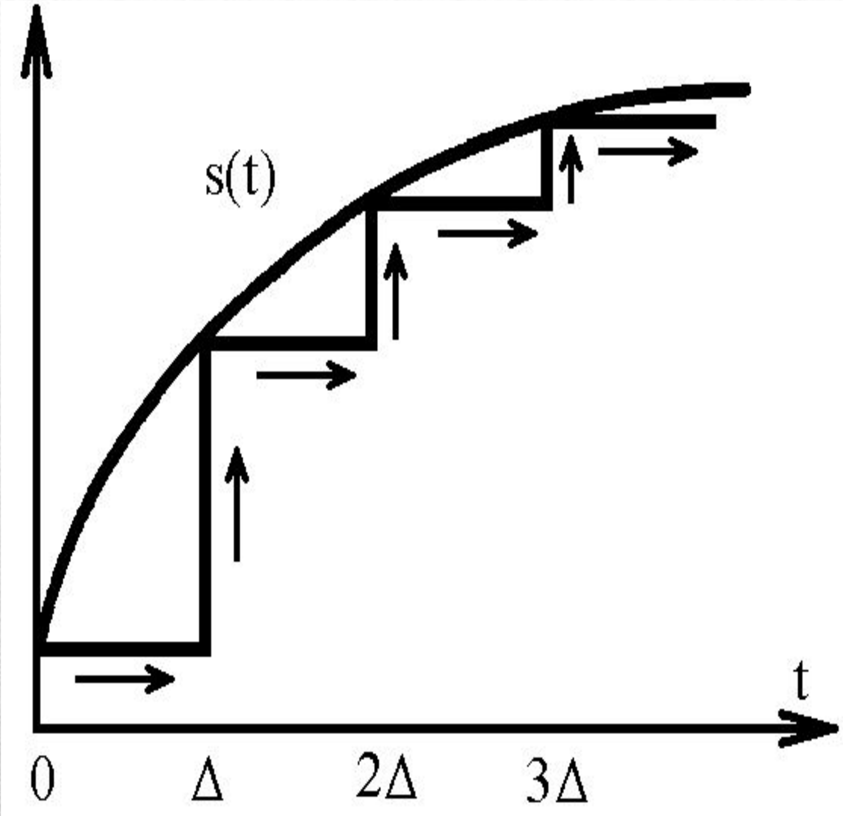
3. Динамическое представление сигналов.

Принцип динамического представления.

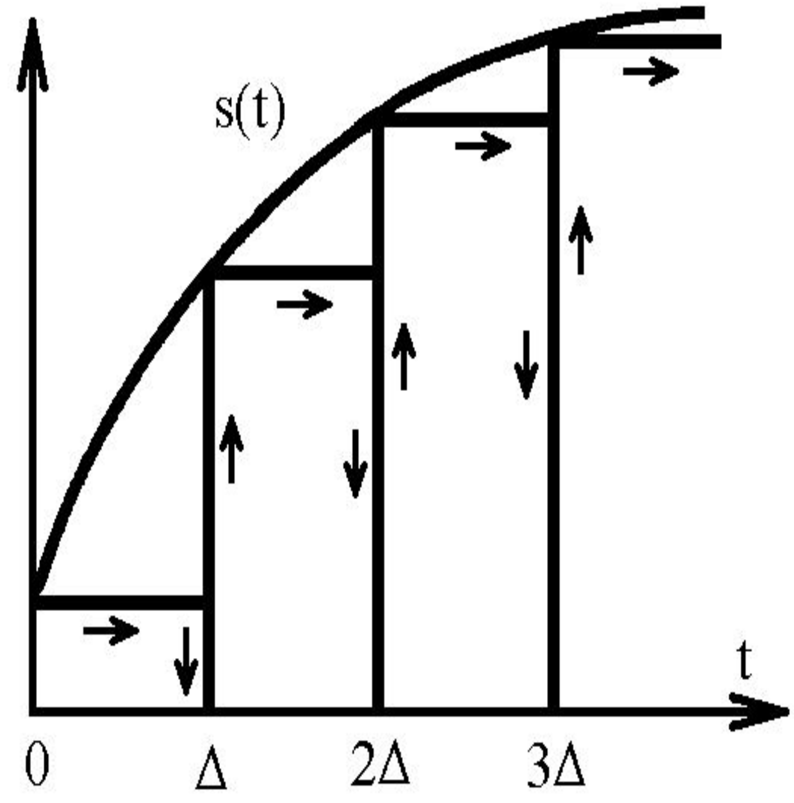
Реальный сигнал приближенно представляется суммой некоторых элементарных сигналов, возникающих в последовательные моменты времени.

Широкое применение нашли два способа динамического представления. Согласно первому - в качестве элементарных сигналов используются ступенчатые функции, возникающие через равные промежутки времени (рисунок 3,а). Высота каждой ступеньки равна приращению сигнала на интервале времени .

При втором способе элементарными сигналами служат прямоугольные импульсы. Эти импульсы непосредственно примыкают друг к другу и образуют последовательность, вписанную в кривую или описанную вокруг нее (рисунок 3,б).



s(t)
t
0
Δ
2Δ
3Δ



s(t)
t
0
Δ
2Δ
3Δ

Функция включения. Пусть дан сигнал, математическая модель которого задается системой равенства:

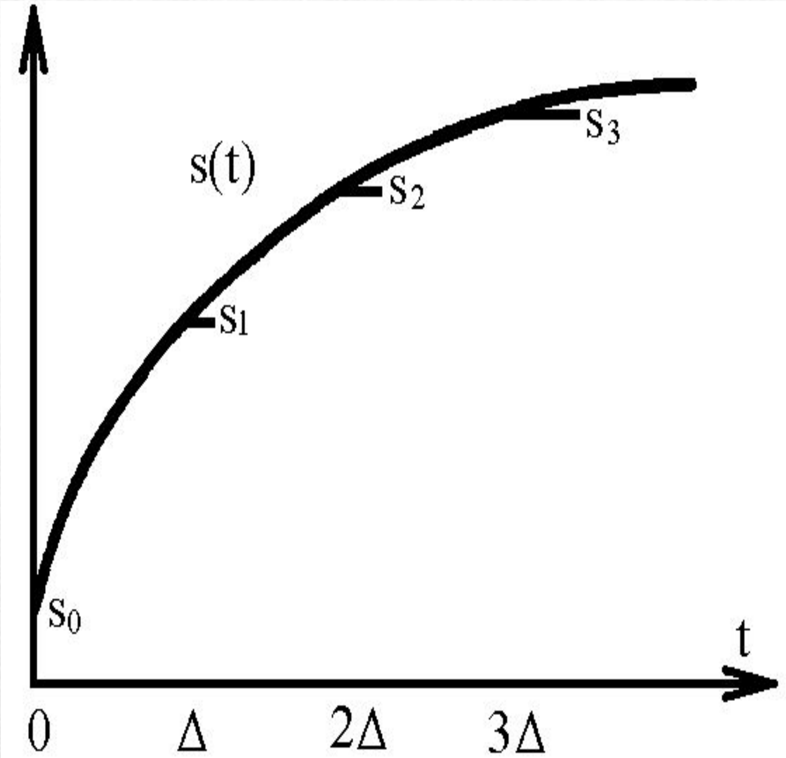
$$s(t)=\begin{cases} 0, & t<-\xi, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\xi}+1\right), & -\xi\le t\le\xi, \\ 1, & t>\xi. \end{cases} \qquad (1)$$

Функция включения или функция Хевисайда:

$$\sigma(t)=\begin{cases} 0, t<0, \\ \frac{1}{2}, t=0, \\ 1, t>0. \end{cases} \qquad (2)$$

Динамическое представление произвольного сигнала посредством функций включения. Рассмотрим некоторый сигнал *s(t)*, причем для определенности положим, что *s(t)=0* при *t>0* (рисунок 4).

Пусть { Δ ,2Δ, 3Δ ...} — последовательность моментов времени и $\{s_{1,} s_{2,} s_3 ...\}$—отвечающая им последовательность значений сигнала.



Если $s_0=s(0)$ — начальное значение, то, как видно из построения, текущее значение сигнала при любом t приближенно равно сумме ступенчатых функций:

$$s(t) \approx s_0\sigma(t) + (s_1 - s_0)\sigma(t-\Delta) + \ldots =$$

$$= s_0\sigma(t) + \sum_{k=1}^{\infty}(s_k - s_{k-1})\sigma(t-k\Delta)$$

Если теперь шаг устремить к нулю, то дискретную переменную $k\Delta$ можно заменить непрерывной переменной τ. При этом малые приращения s_k-s_{k-1} превращаются в дифференциалы

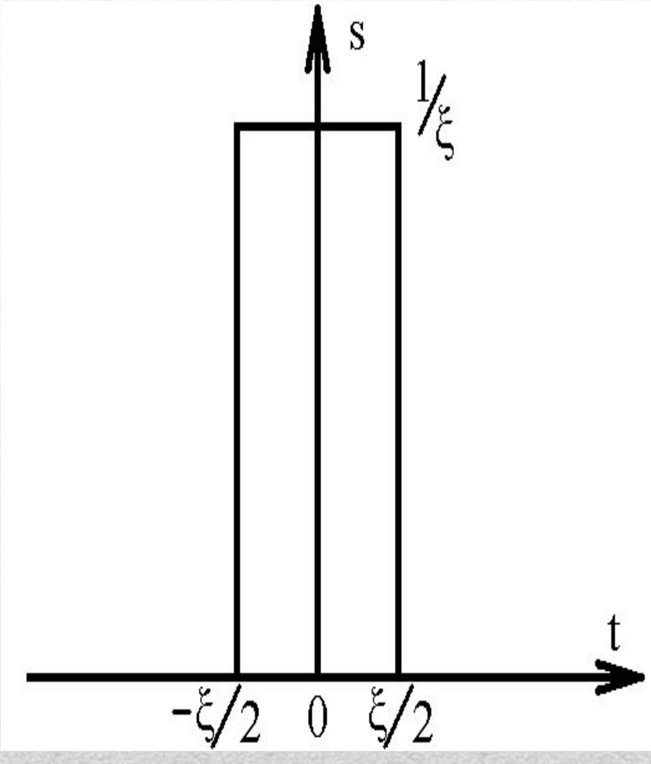
$$ds = \frac{ds}{d\tau}d\tau$$

и мы получаем формулу динамического представления произвольного сигнала посредством функций Хевисайда:

$$s(t) = s_0\sigma(t) + \int_0^{\infty}\frac{ds}{d\tau}\sigma(t-\tau)d\tau$$

Дельта-функция. Рассмотрим импульсный сигнал прямоугольной формы (рисунок 5), заданный следующим образом:

$$s(t;\xi)=\frac{1}{2}\left[\sigma\left(t+\frac{\xi}{2}\right)-\sigma\left(t-\frac{\xi}{2}\right)\right] \qquad (4)$$



Дельта-функции, или функции Дирака:

$$\delta(t)=\lim_{\xi\to 0} s(t;\xi) \qquad (5)$$

В математике показано, что свойства дельта-функции присущи пределам многих последовательностей обычных классических функций. Приведем два характерных примера:

$$\delta(t) = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\,e^{-\frac{nt^2}{2}} \qquad (6)$$

$$\delta(t) = \lim_{n\to\infty}\frac{\sin nt}{\pi t} \qquad (7)$$

Если s_k — значение сигнала на k-м отсчете, то элементарный импульс с номером k представляется так:

$$\eta_k(t) = s_k \cdot \left[\sigma(t - t_k) - \sigma(t - t_k - \Delta)\right] \qquad (8)$$

В соответствии с принципом динамического представления исходный сигнал *s(t)* должен рассматриваться как сумма таких элементарных слагаемых:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta_k(t) \qquad (9)$$

Если подставить (8) в (9), предварительно разделив и умножив на величину шага Δ, то

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k \frac{1}{\Delta}\left[\sigma(t-t_k) - \sigma(t-t_k-\Delta)\right]\cdot\Delta$$

Переходя к пределу приΔ→0, необходимо заменить суммирование интегрированием по формальной переменной *τ* т, дифференциал которой *dτ* будет отвечать величине Δ. Получим искомую формулу динамического представления сигнала

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$