Содержание

Содержание

Законы Ньютона – постулаты являются обобщением большого количества опытных данных

Для случая для малых скоростей $(v << c)$ ***и макротел***

Первый закон Ньютона

Всякому телу свойственно сохранять состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, пока и поскольку другие тела не вынудят его изменить это состояние

Второй закон Ньютона

m Масса - количественная мера инертности тела

$\vec{F}$ Сила – количественная мера воздействия одного тела на другое

$$\vec{a} = \frac{\sum_k \vec{F}_k}{m}$$

Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела

Второй закон Ньютона

в импульсной форме

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow m \cdot d\vec{v} = \vec{F} \cdot dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d(m \cdot \vec{v}) = \vec{F} \cdot dt \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$$

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ - импульс тела

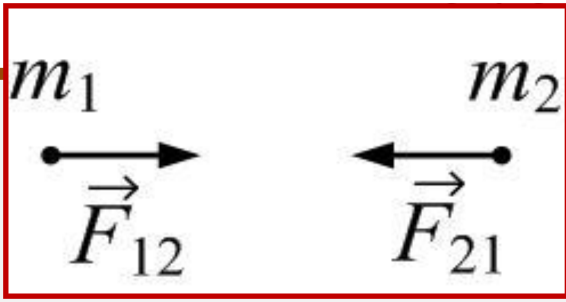
$$\boxed{\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Изменение импульса тела равно импульсу действовавшей на тело силы

Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит
ктер *ВЗАИМО*действия



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению

Если система двух тел замкнута, по второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} d\vec{p}_1 = \vec{F}_{12} \cdot dt \\ d\vec{p}_2 = \vec{F}_{21} \cdot dt \end{cases} \Rightarrow \quad d\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}\right) \cdot dt = 0$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const$$

Закон сохранения

В замкнутой системе полный импульс сохраняется

Полный импульс системы сохраняется, даже если есть внешние силы, но они скомпенсированы

$$\sum_k \vec{F}_k^{\hat{a}\acute{\imath}\mathring{a}\o} \cdot = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_i \vec{p}_i = const$$

В проекциях:

$$\sum_k F_{kx}^{\hat{a}\acute{\imath}\mathring{a}\o} \cdot = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum_i p_{ix} = const$$

Центр масс

$$\vec{r}_c = \frac{\sum\limits_i (m_i \cdot \vec{r}_i)}{m}$$

Центр масс движется так, будто к ней приложены все внешние силы, и в ней сосредоточена вся масса системы

$$\sum_i m_i = m$$

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i \left(m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} \right) = \frac{1}{m}\sum_i (m_i \cdot \vec{v}_i)$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}_с = \sum_i (m_i \cdot \vec{v}_i)$$

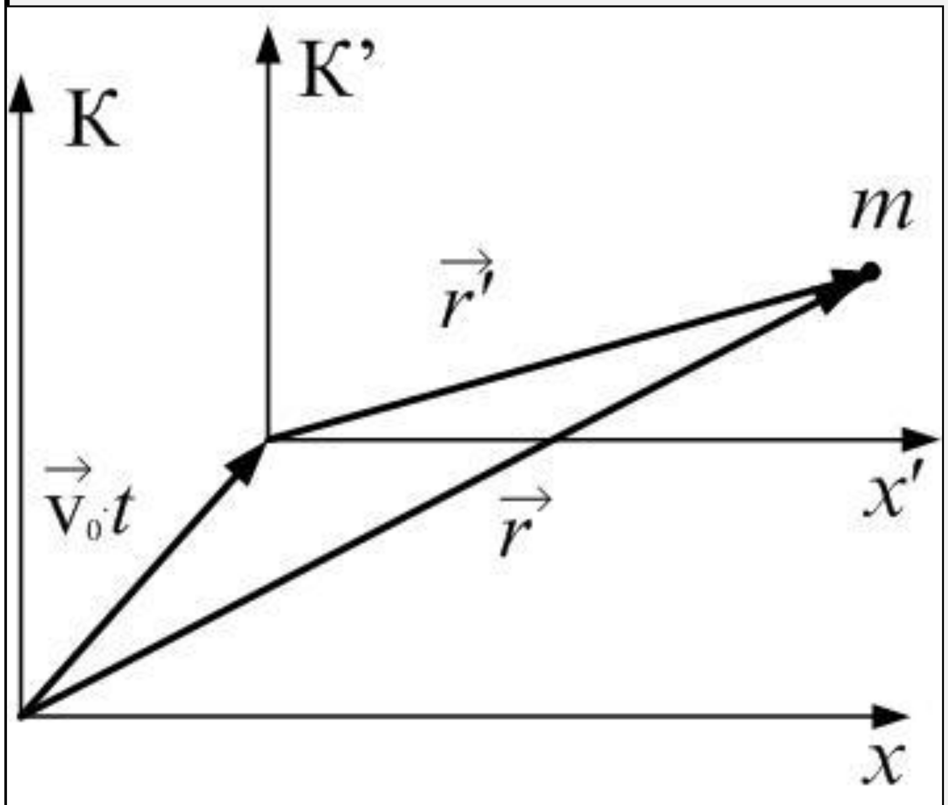
$$m \cdot \frac{d\vec{v}_с}{dt} = \sum_i \left(m_i \cdot \frac{d\vec{v}_i}{dt} \right)$$

$$\frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{a}_c$$

$$\sum_i \left(m_i \cdot \frac{d\vec{v}_i}{dt} \right) = \sum_i \left(\frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} \right) = \sum_i \left(\frac{d\vec{p}_i}{dt} \right) = \sum_i \vec{F}_i^{внеш}$$

$$m \cdot \vec{a}_c = \sum_i \vec{F}_i^{внеш}.$$

Принцип относительности Галилея



$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}\,'}{dt} + \vec{v}_0 \cdot \frac{dt}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0$$

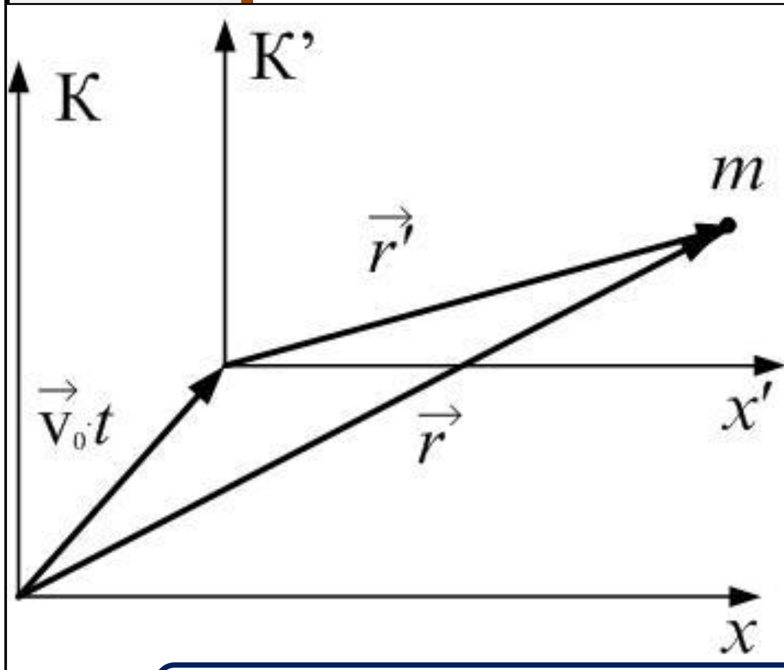
$$\vec{v}_{абс.} = \vec{v}_{отн.} + \vec{v}_{пер.}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}\,'}{dt} + 0}$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,'}$$

Все инерциальные системы отсчёта эквивалентны. Законы динамики инвариантны относительно преобразований Галилея

Принцип относительности Галилея



$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\begin{cases} x = x' + v_0 \cdot t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

Преобразования Галилея

Второй закон Ньютона для неинерциальных систем отсчёта:

В системе К:

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i^{\,\text{âíåø}}.$$

В системе К', движущейся с ускорением $\vec{a}_0 = \tilde{n}onst$, вводится сила инерции

$$\boxed{\vec{F}_{\grave{e}} = -m\vec{a}_0}$$

Уравнение движения:

$$\boxed{m\vec{a}\,' = \sum_i \vec{F}_i^{\,\text{âíåø}}. + \vec{F}_{\grave{e}} = \sum_i \vec{F}_i^{\,\text{âíåø}}. - m\vec{a}_0}$$

Виды сил

В природе существует 4 вида фундаментальных взаимодействий:

- ***Гравитационное***
- ***Электромагнитное***
- ***Сильное*** (ядерные силы)
- ***Слабое*** (превращения элементарных частиц)

Все виды сил (трения, упругости, вязкости, поверхностного натяжения и т.д.) – это проявления фундаментальных взаимодействий

Закон всемирного тяготения

$$F_{\text{òÿã}.}=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$$

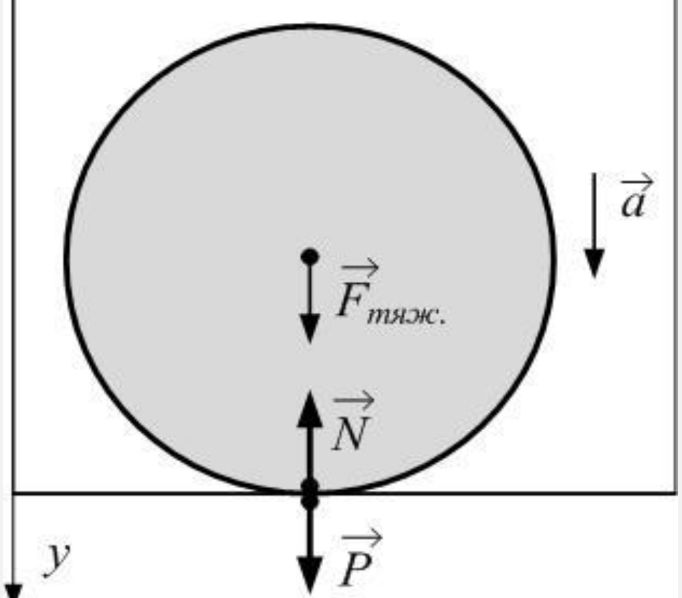
Сила тяжести

$$F_{\text{òÿæ}\ .}=mg=\gamma\frac{M\cdot m}{(R+h)^2}$$

Вес тела

$$\vec{P}=-\vec{N}=-(m\vec{a}-m\vec{g})=m(\vec{g}-\vec{a})$$

$$m\vec{g}+\vec{N}=m\vec{a}$$



$$P=m(g-a)$$ $\downarrow\vec{a}$

$$P=m(g+a)$$ $\uparrow\vec{a}$

Закон всемирного тяготения

$$F_{тяг.} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

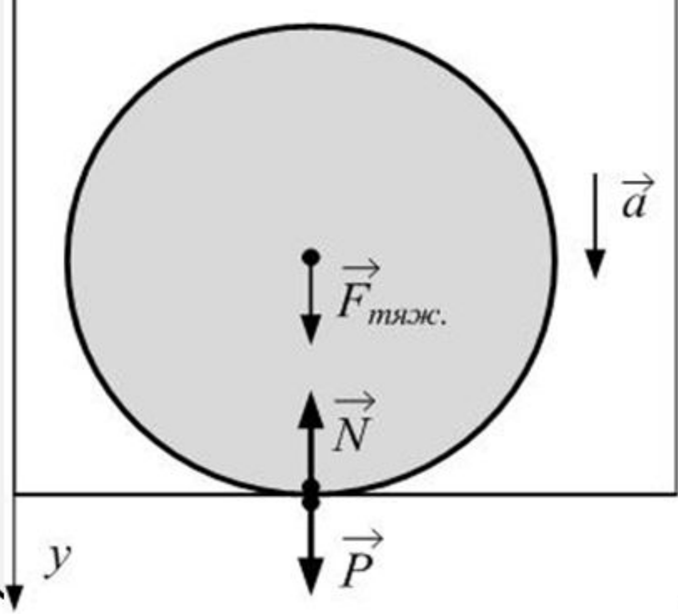
Сила тяжести

$$F_{тяж.} = mg = \gamma \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

Вес тела

$$\vec{P} = -\vec{N} = -(m\vec{a} - m\vec{g}) = m(\vec{g} - \vec{a})$$

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$



$$P = m(g - a)$$ $\downarrow \vec{a}$

$$P = m(g + a)$$ $\uparrow \vec{a}$

Сила трения

Трение

Сухое

Вязкое

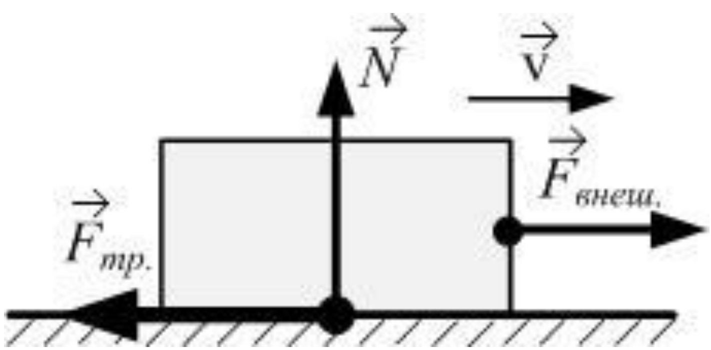
Покоя

Скольжения

Качения

$0 \le F_{\text{òð .ïîêîÿ}} \le \mu N$

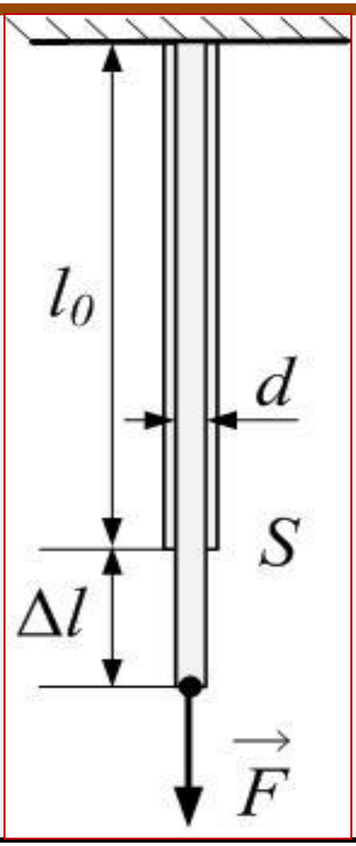
$F_{\text{òð .}} = \mu N$



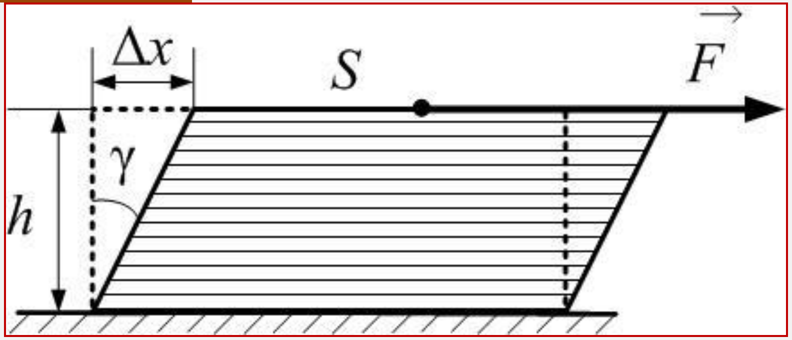
Сила упругости

Деформация

Сжатия-растяжения



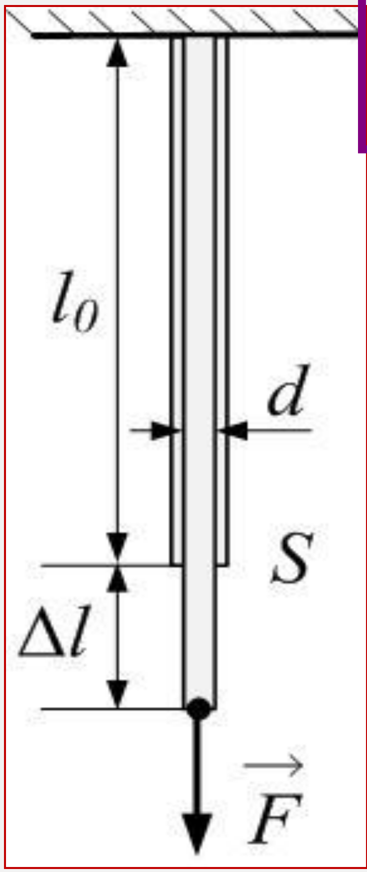
Сдвига



Деформация тела называется <u>упругой</u>, если после снятия нагрузки тело возвращается к первоначальным размерам и форме (можно пренебречь остаточной деформацией).

При <u>неупругой</u> деформации происходит разрыв некоторых межмолекулярных связей и образование связей между другими молекулами, в результате чего изменённая форма тела сохраняется и после снятия нагрузки

Деформация сжатия-растяжения



$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \frac{dF}{dS}$$

Нормальное механическое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\text{Í}}{\text{ì}^2} = \text{Ïà}$$

$$\varepsilon_{\|} = \frac{\Delta l}{l}$$

Относительная продольная деформация

$$[\varepsilon] = 1$$

<u>Закон Гука в локальной форме</u>

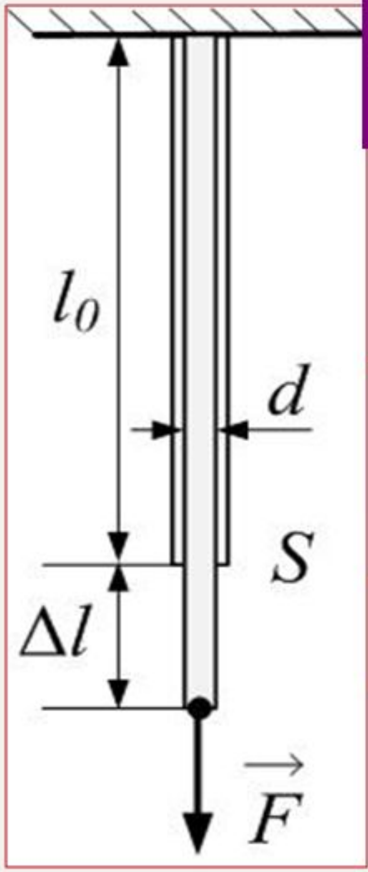
$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{\|}$$

E - <u>модуль Юнга</u>

$$[E] = \frac{\text{Í}}{\text{ì}^2} = \text{Ïà}$$

$$F = \sigma \cdot S = E \cdot \varepsilon_{\|} \cdot S = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot S = \frac{ES}{l}\Delta l = k \cdot \Delta l \quad \Rightarrow \quad k = \frac{ES}{l}$$

Деформация сжатия-растяжения



$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \frac{dF}{dS}$$

Нормальное механическое напряжение

$$[\sigma] = \frac{Н}{м^2} = Па$$

$$\varepsilon_{\parallel} = \frac{\Delta l}{l}$$

Относительная продольная деформация

$$[\varepsilon] = 1$$

<u>Закон Гука в локальной форме</u>

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{\parallel}$$

E - **<u>модуль Юнга</u>**

$$[E] = \frac{Н}{м^2} = Па$$

$$F = \sigma \cdot S = E \cdot \varepsilon_{\parallel} \cdot S = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot S = \frac{ES}{l} \Delta l = k \cdot \Delta l \quad \Rightarrow \quad k = \frac{ES}{l}$$

Экспериментальная зависимость механического напряжения от относительной продольной деформации

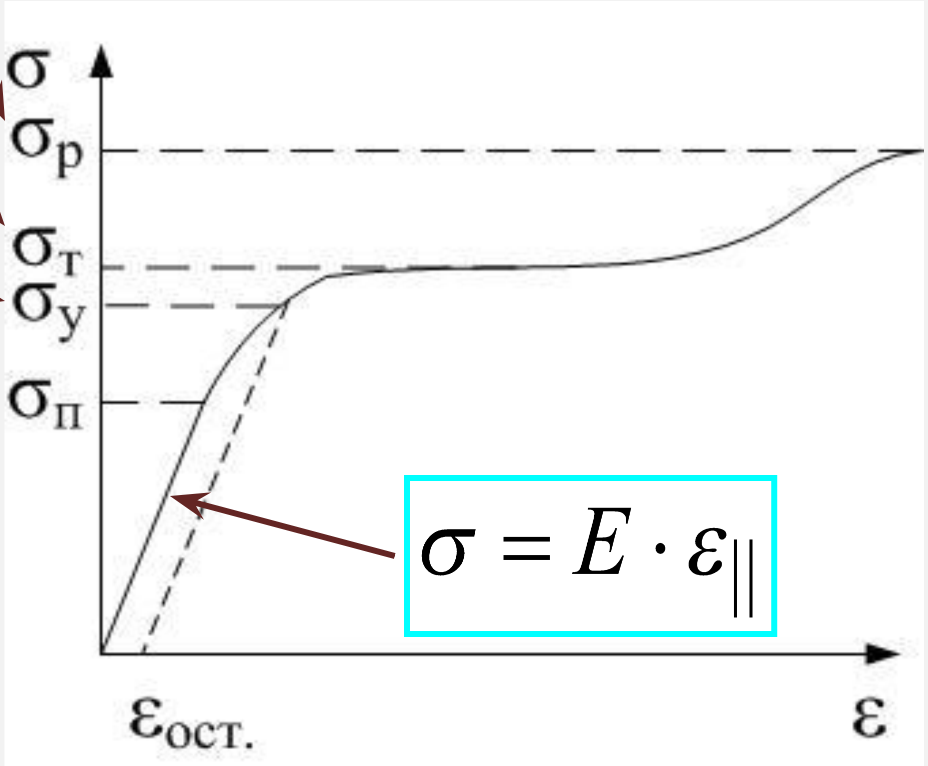
Пределы:

Прочности

Текучести

Упругости

Пропорциональности



$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{\parallel}$$

Экспериментальная зависимость механического напряжения от относительной продольной деформации

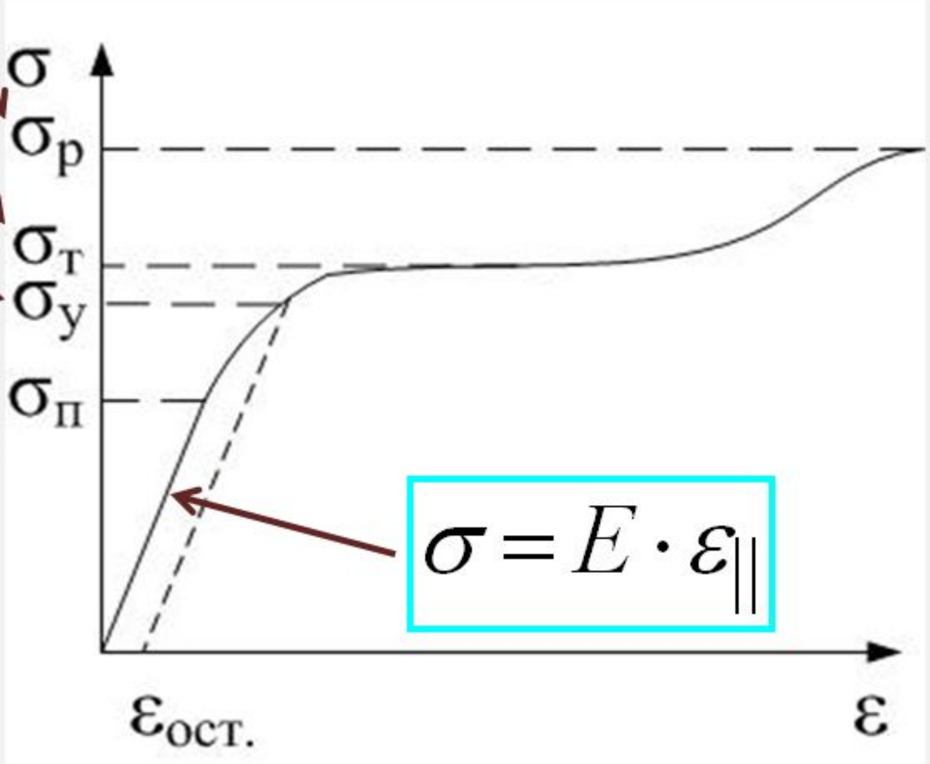
Пределы:

Прочности

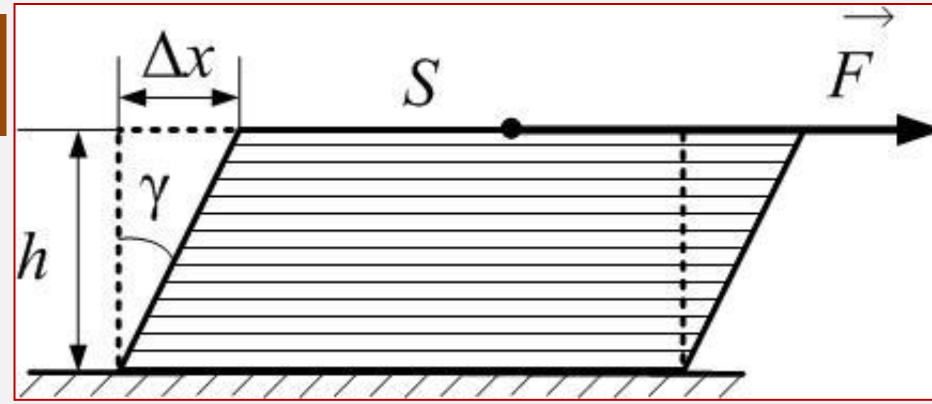
Текучести

Упругости

Пропорциональности



Деформация сдвига



Тангенциальное (касательное) механическое напряжение

$$\tau = \frac{dF}{dS}$$

Относительный сдвиг

$$\gamma = \frac{\Delta x}{h}$$

Закон Гука для деформации сдвига

$$\tau = G \cdot \gamma$$

G – модуль сдвига

$$G = \frac{E}{2\left(1 + K_{\text{ï}}\right)}$$

Связь между модулем Юнга и модулем сдвига

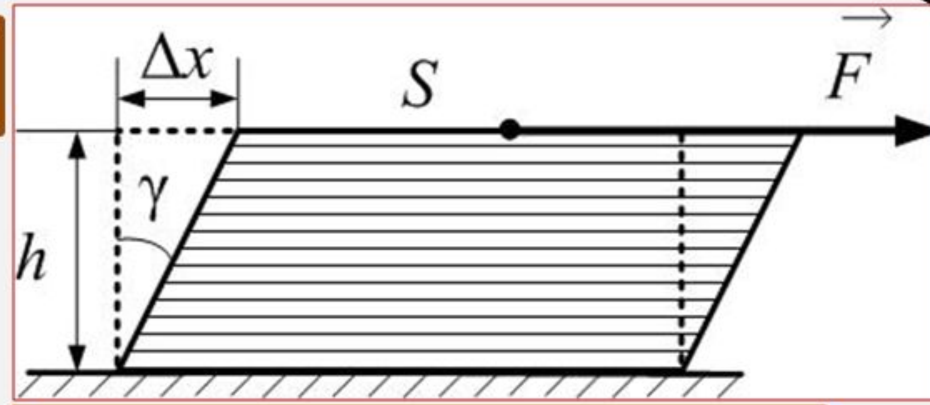
$$K_{\text{ï}} = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$$

Коэффициент Пуассона

Относительное поперечное сжатие

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\Delta d}{d}$$

Деформация сдвига



Тангенциальное (касательное) механическое напряжение

$$\tau = \frac{dF}{dS}$$

Относительный сдвиг

$$\gamma = \frac{\Delta x}{h}$$

Закон Гука для деформации сдвига

$$\tau = G \cdot \gamma$$

G – модуль сдвига

$$G = \frac{E}{2(1 + K_{\Pi})}$$

Связь между модулем Юнга и модулем сдвига

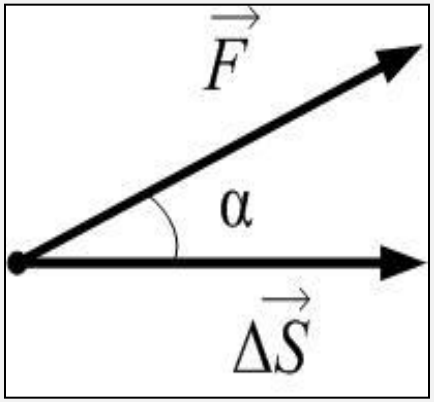
$$K_{\text{п}} = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}$$

Коэффициент Пуассона

Относительное поперечное сжатие

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\Delta d}{d}$$

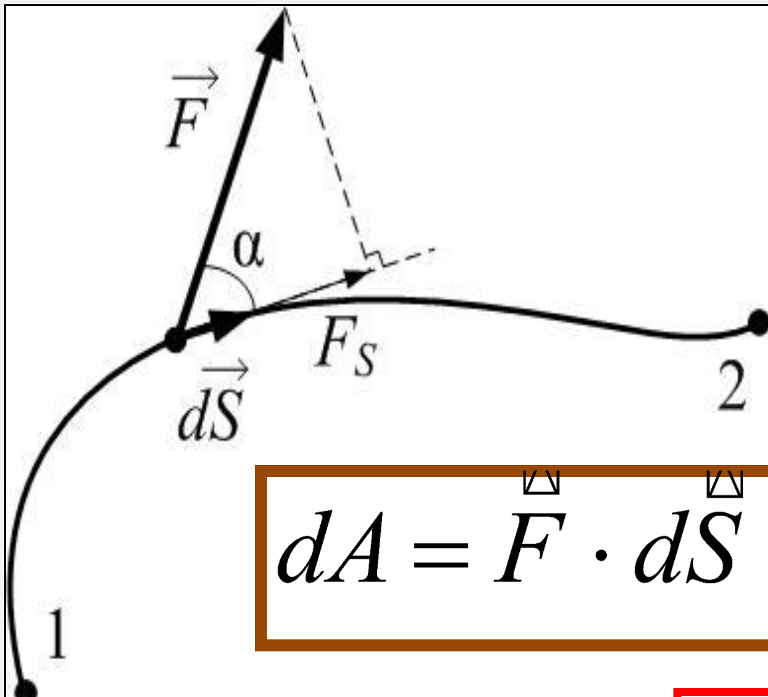
Работа



$\vec{F} = const$

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = F \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha$$

[A]=Í ·ì = Äæ

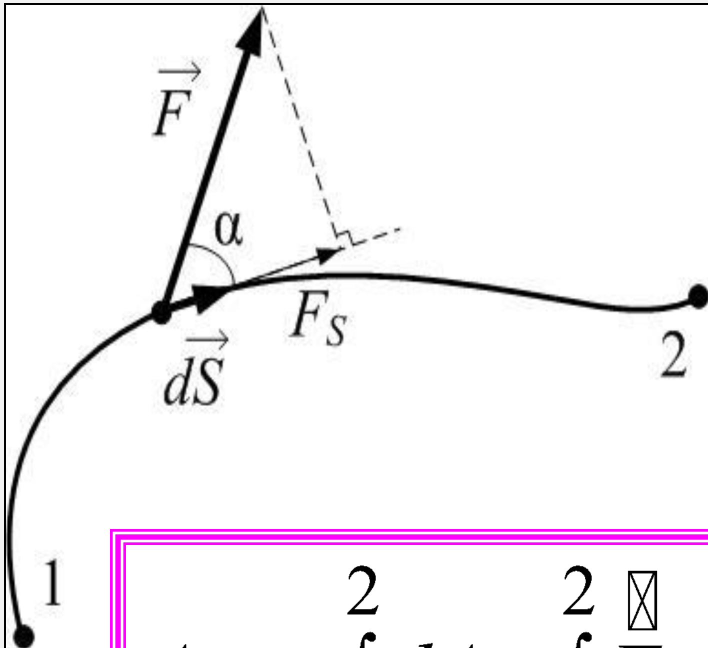


$\vec{F} \neq const$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S} = F \cdot dS \cdot \cos\alpha = F_S \cdot dS$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

Работа

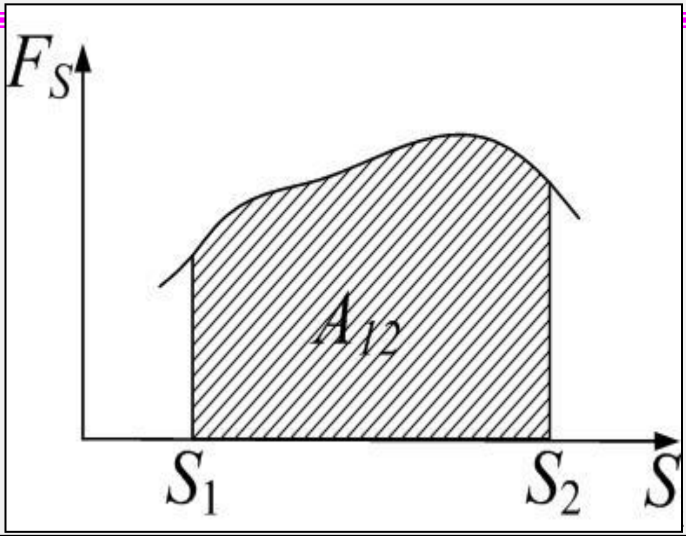


$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

$$\Downarrow$$

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 F \cdot \cos\alpha \cdot dS = \int_1^2 F_S \cdot dS$$

$$\boxed{A_{12} = \int_1^2 F_S \cdot dS}$$



Мощность

Мощность **– быстрота совершения работы**

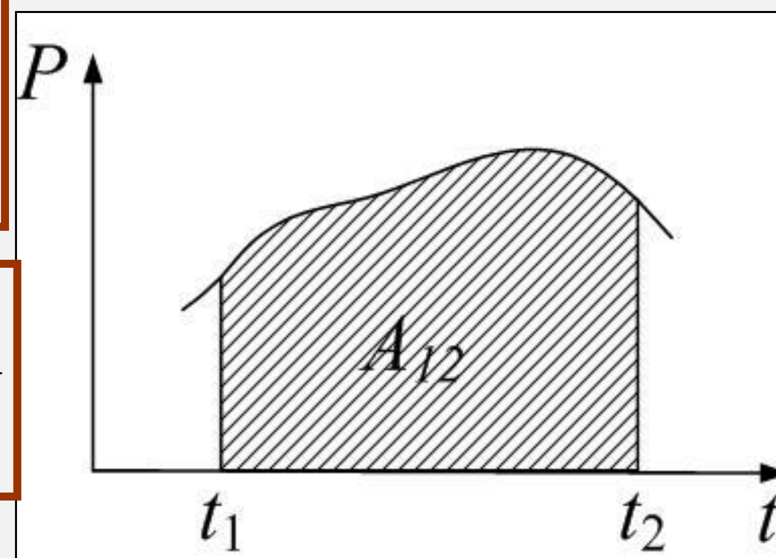
Средняя мощность $$P_{\tilde{n}\eth.} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$[P] = \frac{\ddot{A}\text{æ}}{\tilde{n}} = \hat{A}\grave{o}$$

Мгновенная мощность $$P = \frac{dA}{dt}$$

$$dA = P \cdot dt \quad \Rightarrow \quad A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt$$

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{S}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{\mathrm{v}}$$



Мощность

Мощность **– быстрота совершения работы**

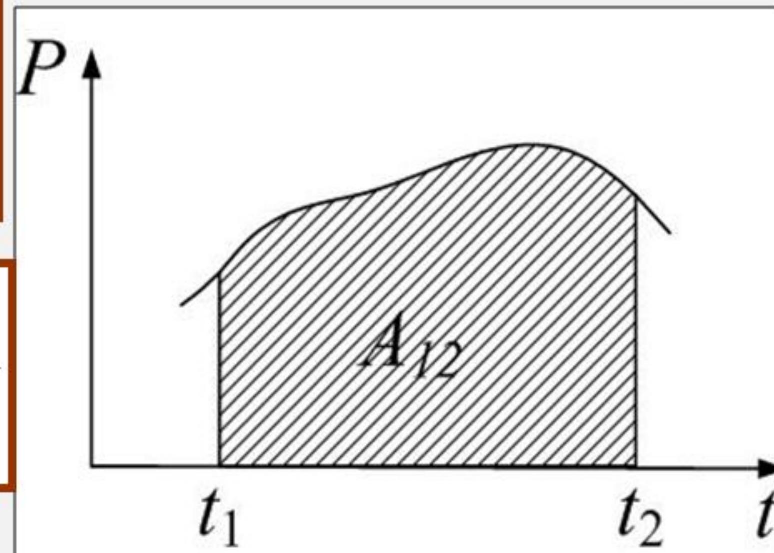
Средняя мощность $P_{ср.} = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$

$[P] = \dfrac{Дж}{с} = Вт$

Мгновенная мощность $P = \dfrac{dA}{dt}$

$$dA = P \cdot dt \quad \Rightarrow \quad A_{12} = \int_1^2 dA = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt$$

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{S}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$



Энергия

Энергия – мера взаимодействия и движения всех видов материи

Энергия – функция состояния,
однозначно определяется состоянием системы

Изменить энергию системы можно, совершив над системой работу

Изменение энергии системы равно работе внешних сил

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{âíåøí\ .ñèë}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{A = -A_{âíåøí\ .ñèë}}$$

$$\boxed{W_1 = W_2 + A}$$

$$[W] = [A] = Äæ$$

Полная энергия замкнутой системы сохраняется

Если $\sum_i \vec{F}_i^{\,âíåø} = 0 \Rightarrow W_{ïîëíàÿ} = const$

Энергия

<u>Энергия</u> – мера взаимодействия и движения всех видов материи

Энергия – функция состояния, однозначно определяется состоянием системы

Изменить энергию системы можно, совершив над системой работу

Изменение энергии системы равно работе внешних сил

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{внешн.сил}$$

$$\Downarrow \quad \boxed{A = -A_{внешн.сил}}$$

$$\boxed{W_1 = W_2 + A} \qquad [W] = [A] = Дж$$

Полная энергия замкнутой системы сохраняется

Если $\sum_i \vec{F}_i^{внеш.} = 0 \Rightarrow W_{полная} = const$

Механическая энергия

Кинетическая
(энергия движения)

Потенциальная
(энергия взаимодействия; положения, поскольку величина взаимодействия зависит от положения тел)

Кинетическая энергия

Пусть под действием внешней силы скорость тела изменяется:

изменение энергии равно работе внешних сил

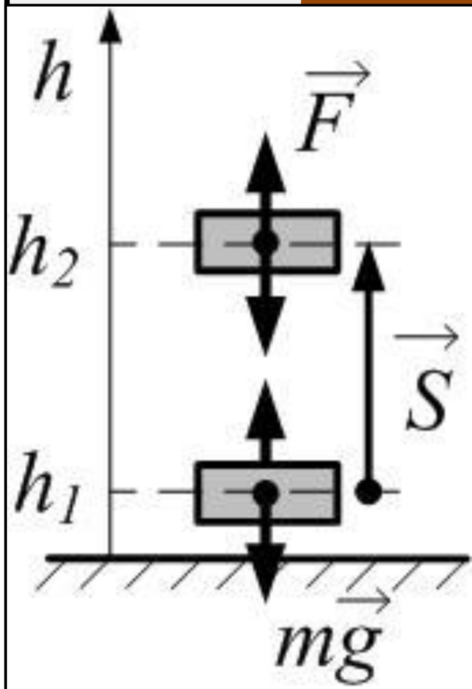
$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{\hat{a}\acute{\imath}\mathring{a}\o\acute{\imath}\ .\tilde{n}\grave{e}\ddot{e}} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 m\vec{a} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{S} =$$

$$= \int_1^2 m\frac{d\vec{S}}{dt} \cdot d\vec{v} = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{W_{\hat{e}\grave{e}\acute{\imath}\ .} = \frac{m\,v^2}{2}}$$

Потенциальная энергия в однородном поле тяготения



Внешняя сила сила совершает работу, равную приращению потенциальной энергии:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{\hat{a}\acute{i}\mathring{a}\o\acute{i}\ \ .\tilde{n}\grave{e}\ddot{e}} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 F \cdot dS =$$

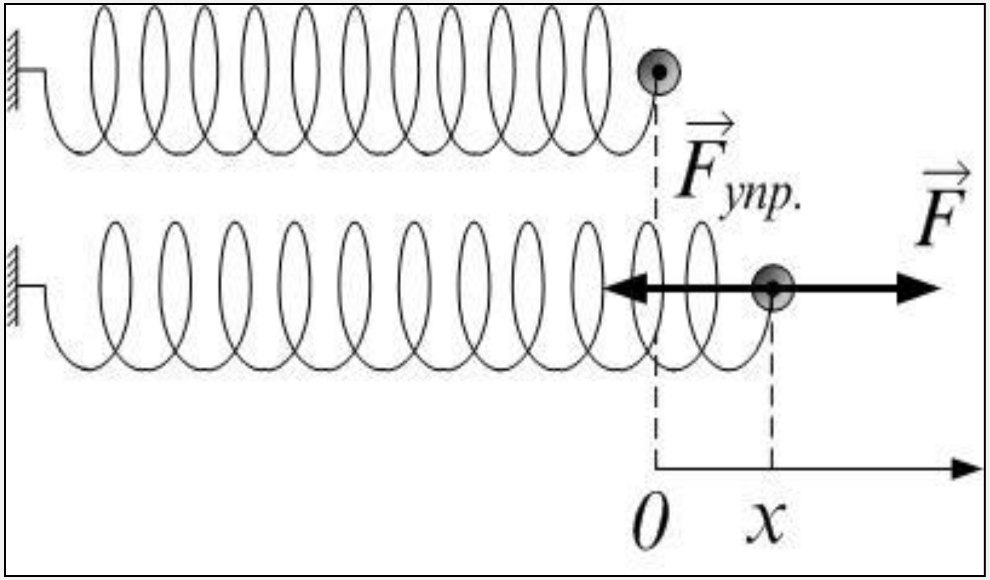
$$= F\int_1^2 dS = mg \cdot \int_{h_1}^{h_2} dh = mg \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{W_{\ddot{i}\hat{i}\grave{o}\ .} = mgh}$$

Начало отсчёта энергии можно задавать произвольно

Потенциальная энергия упругой деформации



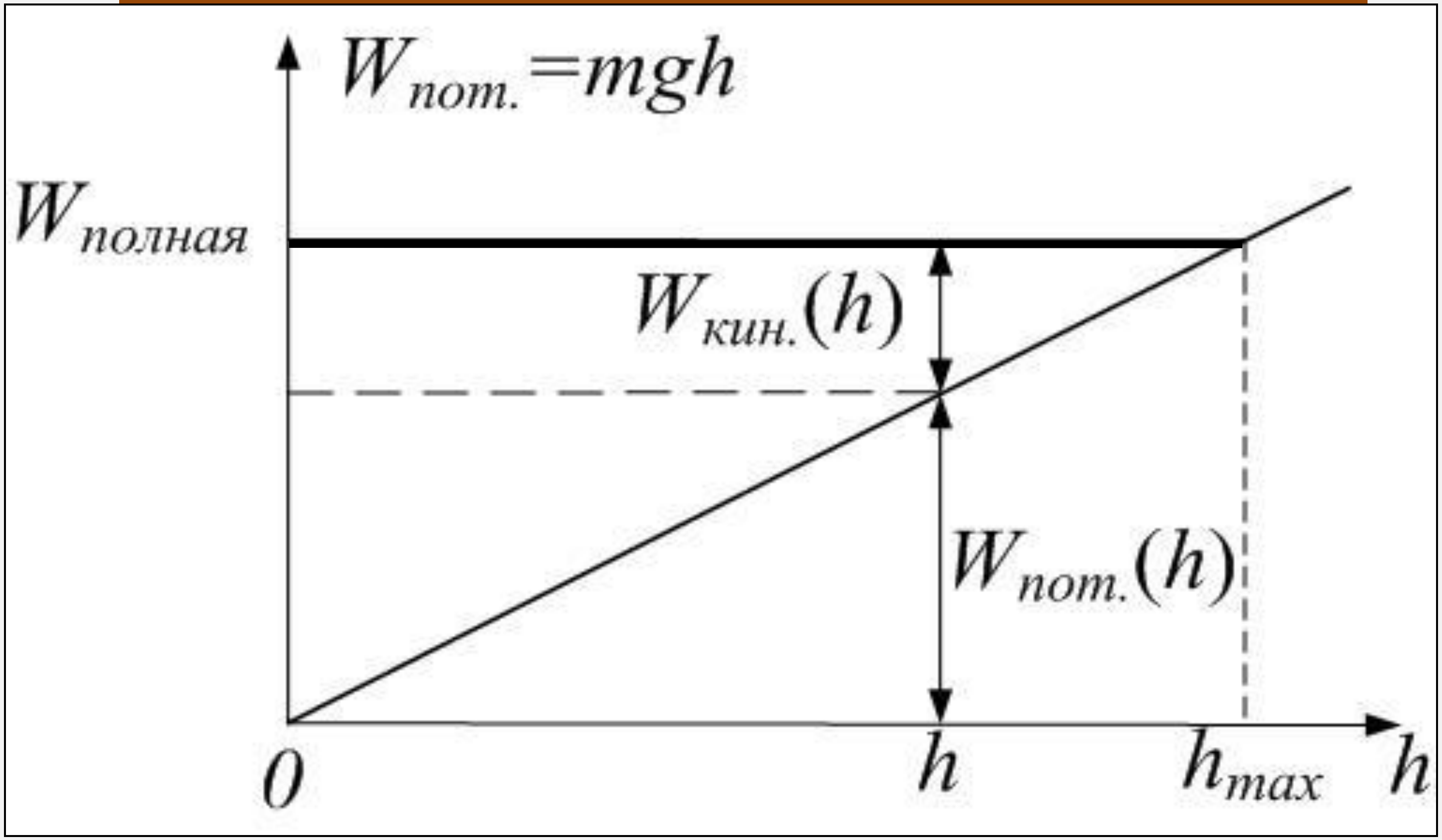
Внешняя сила сила совершает работу, равную приращению потенциальной энергии:

$$A_{\text{âíåøí}\ .\text{ñèë}} = \int_0^x F_{\text{âíåø}\ .} dx = \int_0^x kx \cdot dx = \frac{kx^2}{2} - 0 = \Delta W_{\text{ïîò}\ .} = W_{\text{ïîò}\ .} - 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{W_{\text{ïîò}\ .} = \frac{kx^2}{2}}$$

Графическое представление энергии

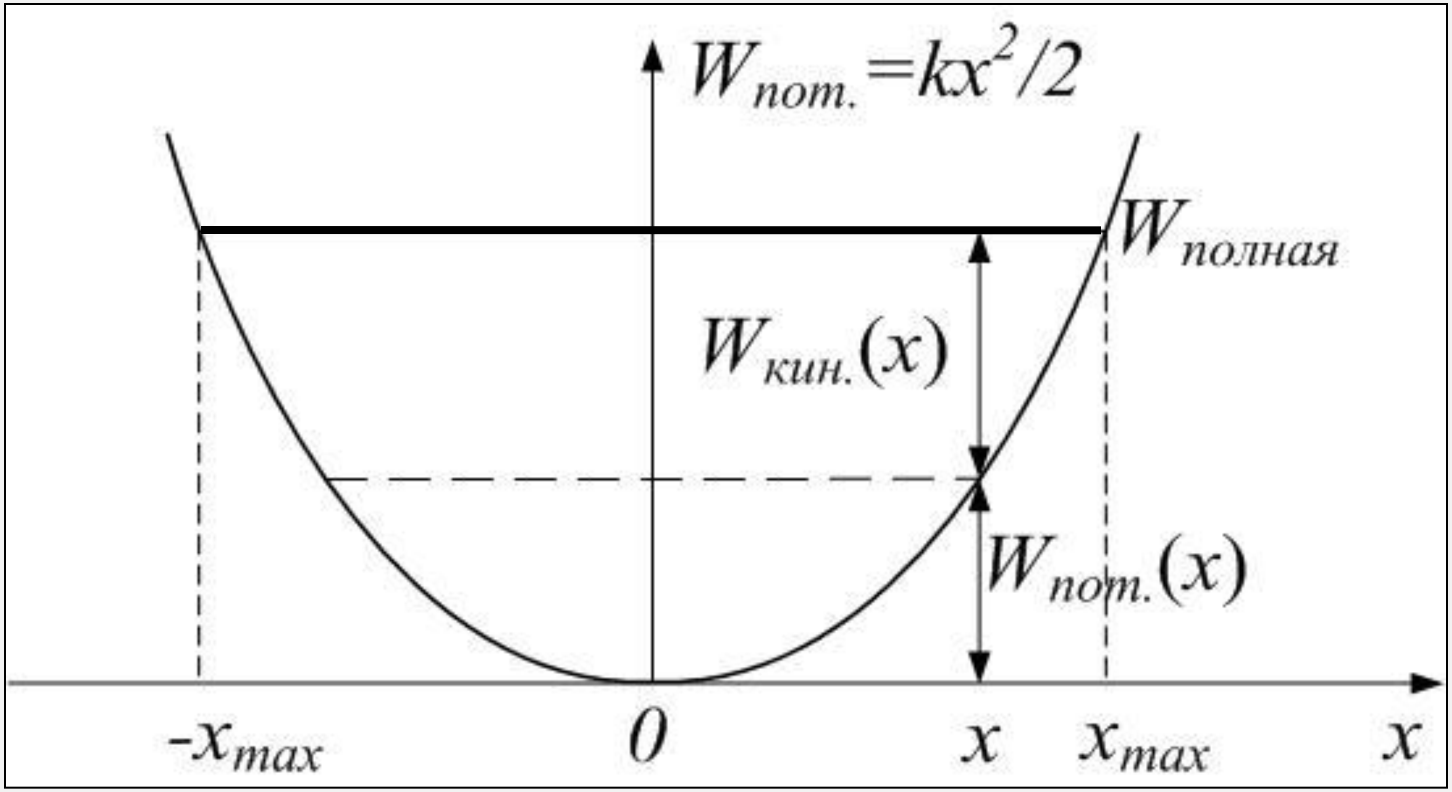


$$W_{ïîëíàÿ} = W_{ïîò.} + W_{êèí.}$$

$$\Downarrow$$

$$mgh_{\max} = mgh + W_{êèí.}$$

Графическое представление энергии

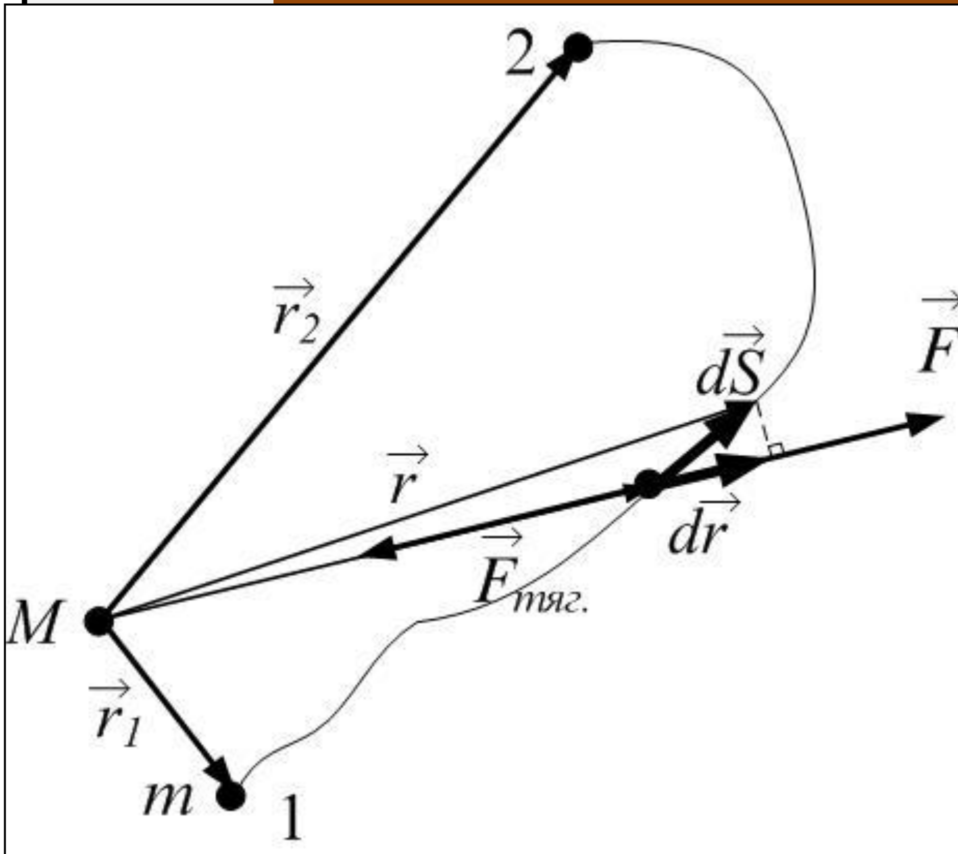


$$W_{ïîëíàÿ} = W_{ïîò.} + W_{êèí.}$$

$$\Longrightarrow$$

$$\boxed{\frac{kx_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + W_{êèí}.}$$

Работа в центральном поле тяготения



$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{\text{âíåøí .ñèë}} =$$

$$= \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot dr =$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot dr = -\gamma \frac{M \cdot m}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \left(-\gamma \frac{M \cdot m}{r_2}\right) - \left(-\gamma \frac{M \cdot m}{r_1}\right)$$

$$W_{\text{ïîò .}} = -\gamma \frac{M \cdot m}{r} \Leftarrow$$

Работа в центральном поле тяготения

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A_{\hat{a}\acute{\imath}\mathring{a}\o\acute{\imath}\ .\tilde{n}\grave{e}\ddot{e}} = -A_{\tilde{a}\eth\grave{a}\hat{a}.\tilde{n}\grave{e}\ddot{e}} = \left(-\gamma\frac{M\cdot m}{r_2}\right) - \left(-\gamma\frac{M\cdot m}{r_1}\right)$$

Выводы:

1. Потенциальная энергия взаимодействия точечных масс

$$\boxed{W_{\ddot{\imath}\hat{\imath}\grave{o}\ .} = -\gamma\frac{M\cdot m}{r}}$$ (при $r\to\infty \quad W\to 0$)

2. Работа сил гравитационного поля не зависит от траектории, а только от начального и конечного положения точки. Такие поля называются ***<u>потенциальными</u>***

3. Потенциал гравитационного поля:

$$\boxed{\varphi = \frac{W_{\ddot{\imath}\hat{\imath}\grave{o}\ .}}{m}} \qquad [\varphi] = \frac{\ddot{A}æ}{\hat{e}\tilde{a}}$$

Признак потенциальности поля
Консервативные силы
Диссипативные силы

Сила называется **консервативной**, если её работа не зависит от траектории, а только от начального и конечного положения тела
Поле таких сил называется **потенциальным**
Примеры: гравитационное поле; поле упругих сил

Если работа силы зависит от траектории, то силы называются **диссипативными**
Поле таких сил – **непотенциальное**
Примеры: силы трения; силы вязкости; силы неупругой деформации

При наличии диссипативных сил механическая энергия необратимо превращается в другие виды, например, в тепловую

<u>При наличии диссипативных сил</u> закон сохранения (изменения) <u>**механической**</u> энергии системы при её переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$W_{1\text{ìåõ}.} = W_{2\text{ìåõ}.} + A_{\substack{\text{ïðîòèâ}\\ \text{äèññèïàòèâ íûõ}\\ \text{ñèë}}} + A_{\substack{\text{ïðîòèâ}\\ \text{âíåøíèõ}\\ \text{ñèë}}}$$

В замкнутой системе механическая энергия сохраняется, если <u>нет диссипативных</u> сил, а есть только <u>консервативные</u>

Связь между консервативной силой и потенциальной энергией

Система совершает работу за счёт уменьшения своей потенциальной энергии:

$$dA = -dW_{\text{ïîò}}\,.$$

Работа силы по определению:

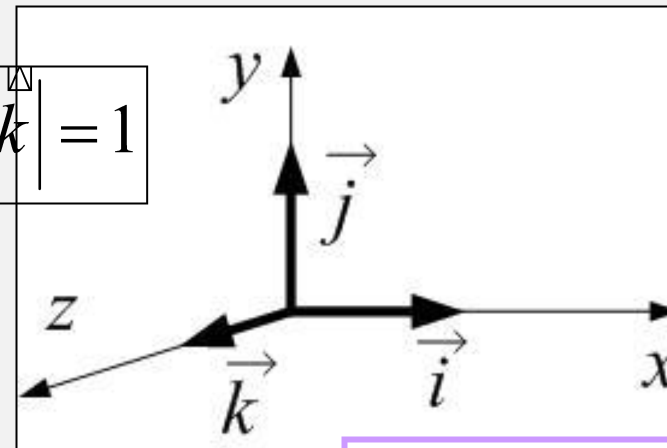
$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = -dW_{\text{ïîò}}\,.$$

$$\vec{F} = -gradW_{\text{ïîò}}\,.$$

Градиент – это вектор, компоненты которого равны производным по соответствующим координатам:

$$\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$$



$$F_x = -\frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial x}\,.$$

$$gradW_{\text{ïîò}}\,. \equiv \frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial x}\cdot\vec{i} + \frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial y}\cdot\vec{j} + \frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial z}\cdot\vec{k}$$

Градиент показывает быстроту изменения величины в пространстве, направлен в сторону наибольшего возрастания величины

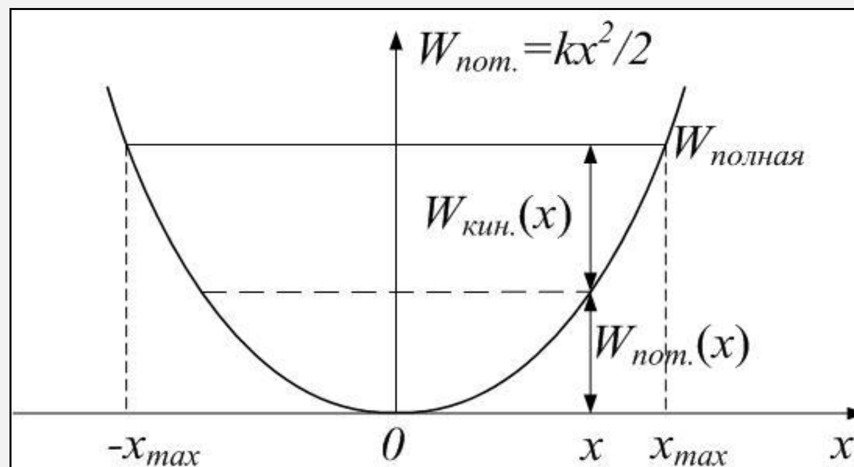
$$\vec{F} = -gradW_{\text{ïîò}}.$$

$$gradW_{\text{ïîò}} \equiv \frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial W_{\text{ïîò}}}{\partial z} \cdot \vec{k}$$

Сила направлена в сторону максимального убывания потенциальной энергии

Пример: одномерный случай

$$F_x = -\frac{dW_{\text{ïîò}}}{dx}.$$



$$W_{\text{ïîò}} = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow F_{\text{óïð}} = -\frac{dW_{\text{ïîò}}}{dx} = -kx$$

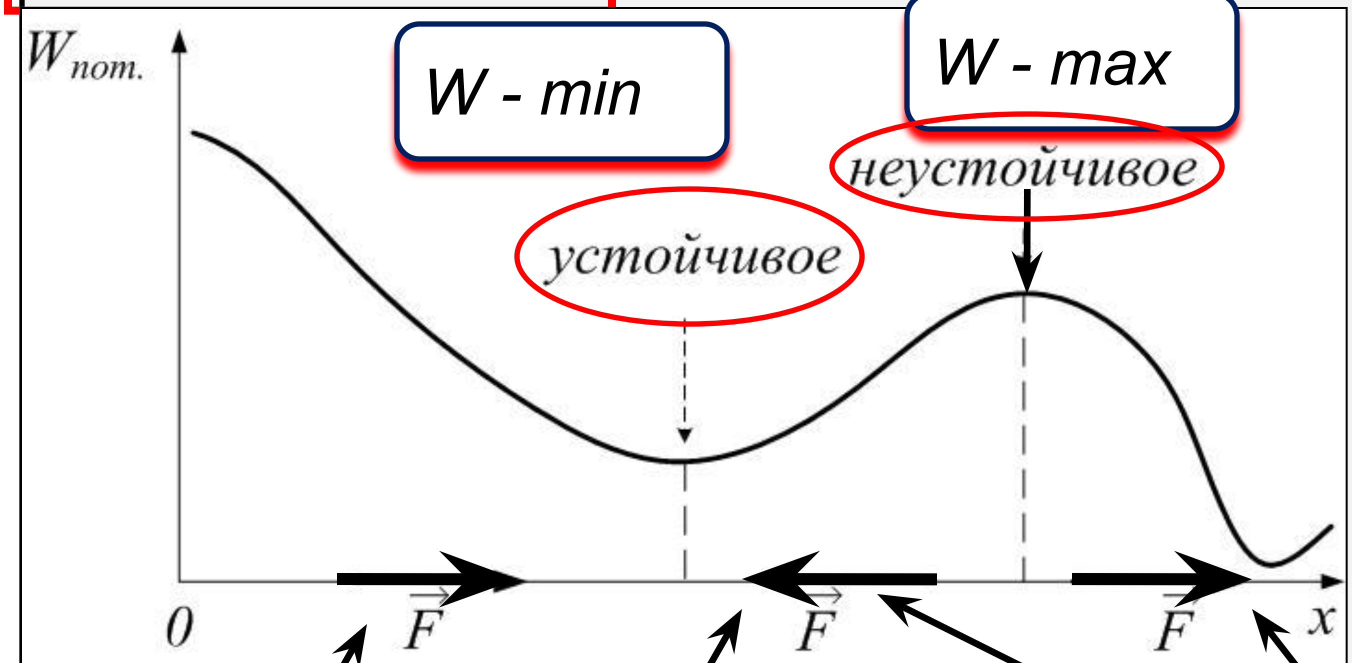
Условие равновесия

$$F_x = -\frac{dW_{ïîò}}{dx}.$$

В равновесном положении сила равна нулю

$$F = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dW_{ïîò}}{dx}. = 0$$

Энергия экстремальна



W убывает

$F_x > 0$

W возрастает

$F_x < 0$

При небольших отклонениях от равновесия возникают силы, возвращающие тело к положению равновесия

При небольших отклонениях от равновесия возникают силы, направленные от положения равновесия