

СИЛОВОЕ ПОЛЕ

Силковое поле – форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и передающая действие одних частиц на другие.

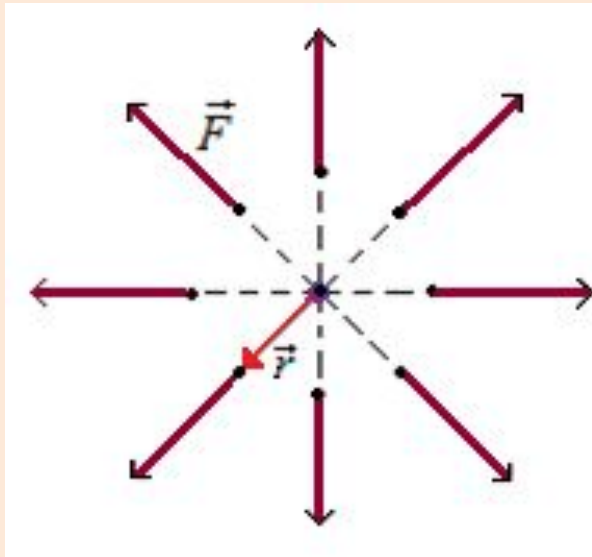


Каждой точке пространства сопоставляется вектор силы, который действовал бы на частицу, помещённую в исследуемую точку пространства.

Центральное силовое поле

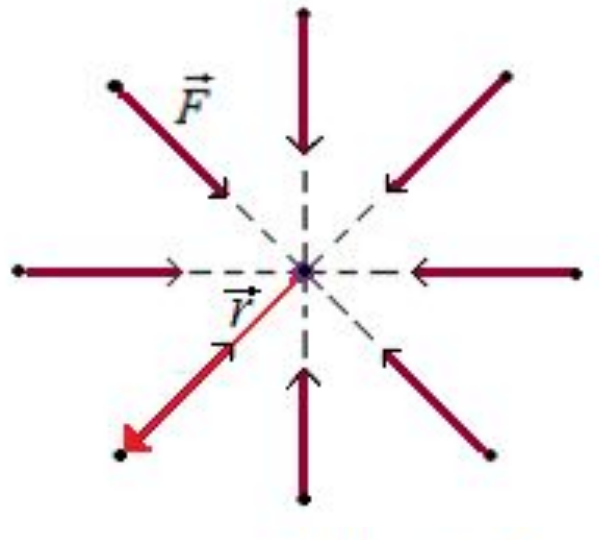
В поле центральных сил на МТ действуют силы, которые направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же точку – центр сил. Величина этих сил зависит только от расстояния до центра сил.

$$\vec{F} = F_r \cdot \vec{e}_r$$



$$F_r > 0$$

(отталкивание)



$$F_r < 0$$

(притяжение)

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

ед.
вектор \vec{r}
напр.

Примеры центральных сил:

- Силы тяготения в гравитационном поле Земли;

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

- Упругие силы;
- Кулоновские силы, создаваемые точечными зарядами.

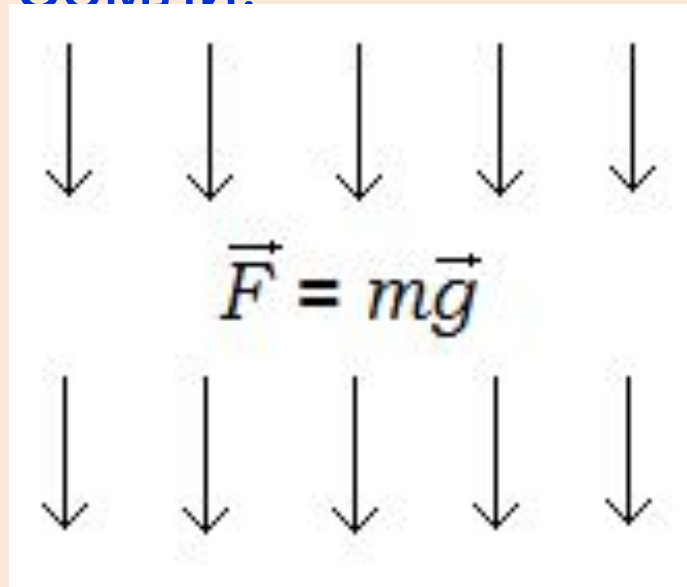
Однородное силовое поле

В однородном силовом

$$\vec{F} = \text{const.}$$

поле

Пример: поле силы тяжести вблизи поверхности Земли.



Однородное поле – предельный случай центрального поля при $r \rightarrow \infty$.

ЭНЕРГИЯ. РАБОТА СИЛ ПОЛЯ

Энергия – общая мера различных форм движения материи.

В механике это перемещение тел в пространстве и силовое взаимодействие между телами. Им соответствуют кинетическая и потенциальная энергии.

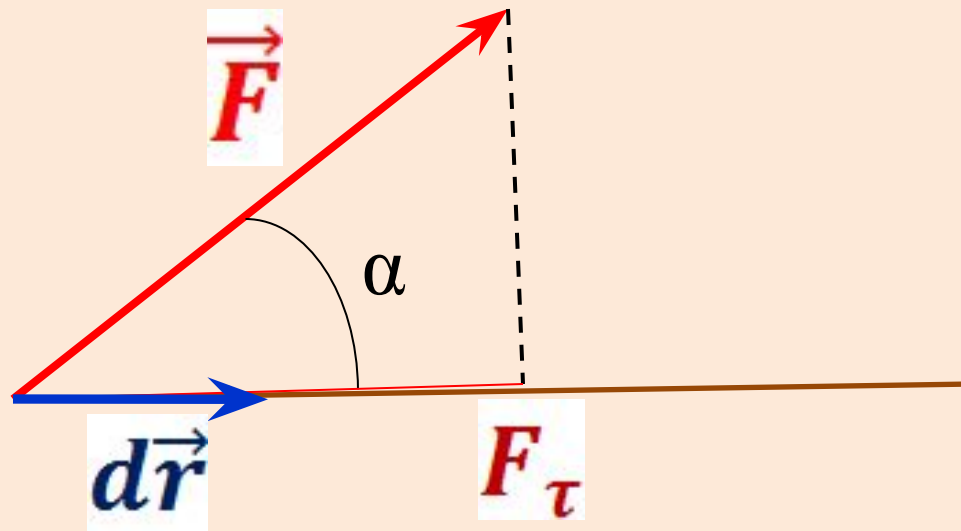
При превращении одной формы движения в другую совершается работа, равная переходу энергии от одного вида к другому.

Энергия и работа измеряются в одних и тех же единицах. В системе СИ такой единицей является 1 Джоуль (Дж).

Механическая работа

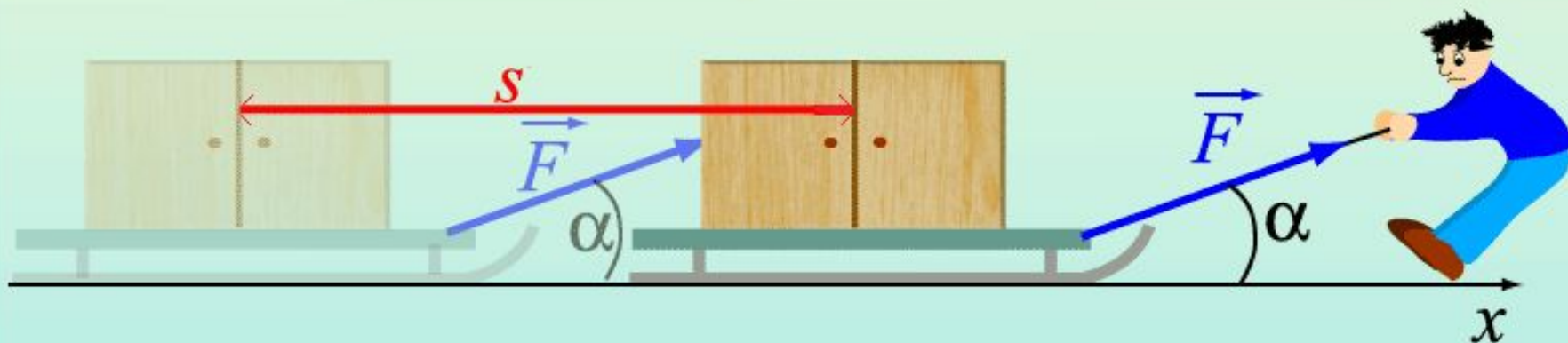
Элементарная работа на перемещении $d\vec{r}$ - это величина равная скалярному произведению силы и перемещения.

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r}) = F \cdot dr \cdot \cos\alpha = F \cdot ds \cdot \cos\alpha = F_{\tau} \cdot ds$$



Работа может быть как положительной, так и отрицательной. Знак работы зависит от величины угла между векторами силы и перемещения.

$$A = F s \cos \alpha$$



$$\alpha > 90^{\circ}$$
$$A < 0$$

$$\alpha = 90^{\circ}$$
$$A = 0$$

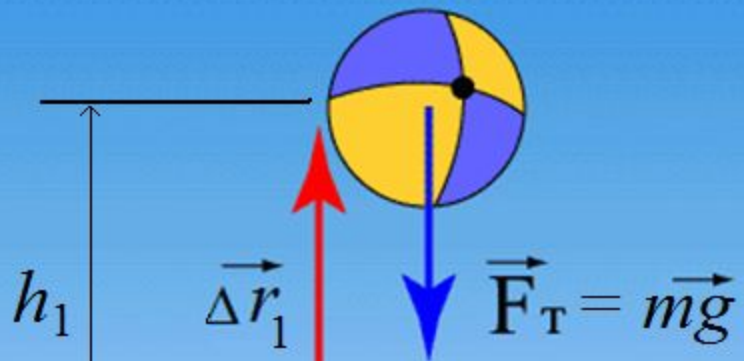
$$\alpha < 90^{\circ}$$
$$A > 0$$

Работа на всем
пути:

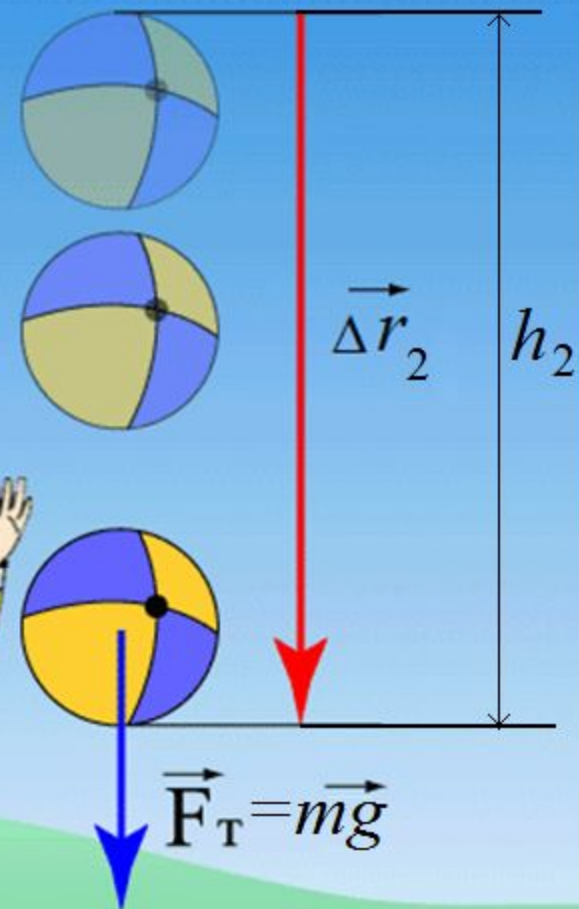
$$A = \int F_{\tau} ds = \int F ds \cos \alpha = \int \overset{\sphericalangle}{F} d\overset{\sphericalangle}{r}$$

Если $F_{\tau} = \text{const.}$, то

$$A = \int F_{\tau} ds = F_{\tau} \int ds = F_{\tau} \cdot s$$

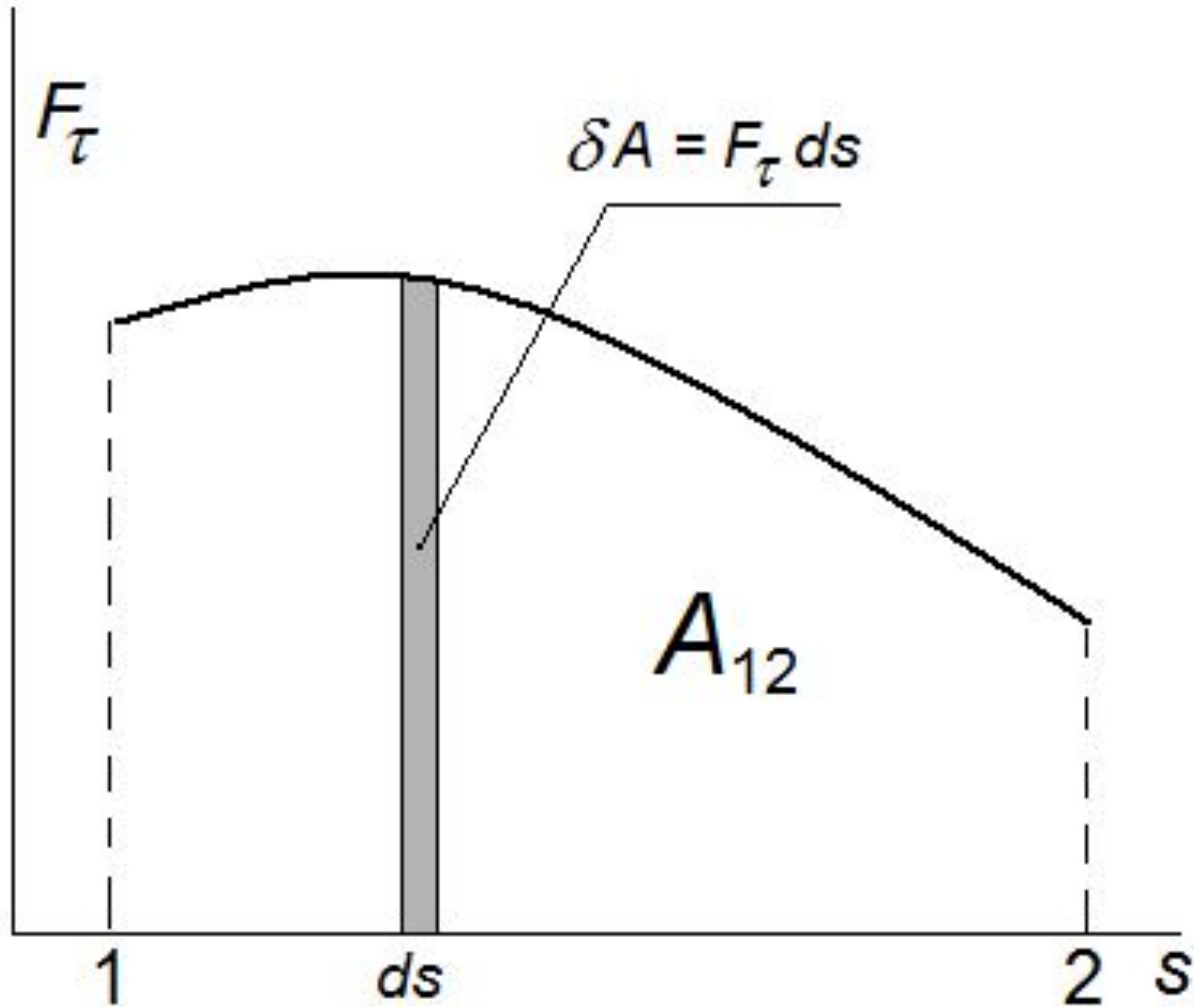


$$A = -mgh_1$$



$$A = mgh_2$$

Графическое представление работы



Мощность

Мощность - это работа, совершаемая в единицу времени.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

$$N = \frac{F_{\tau} ds}{dt} = F_{\tau} v = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Единица измерения мощности – 1 Ватт (Вт). 1 Вт = 1 Дж/1 с.

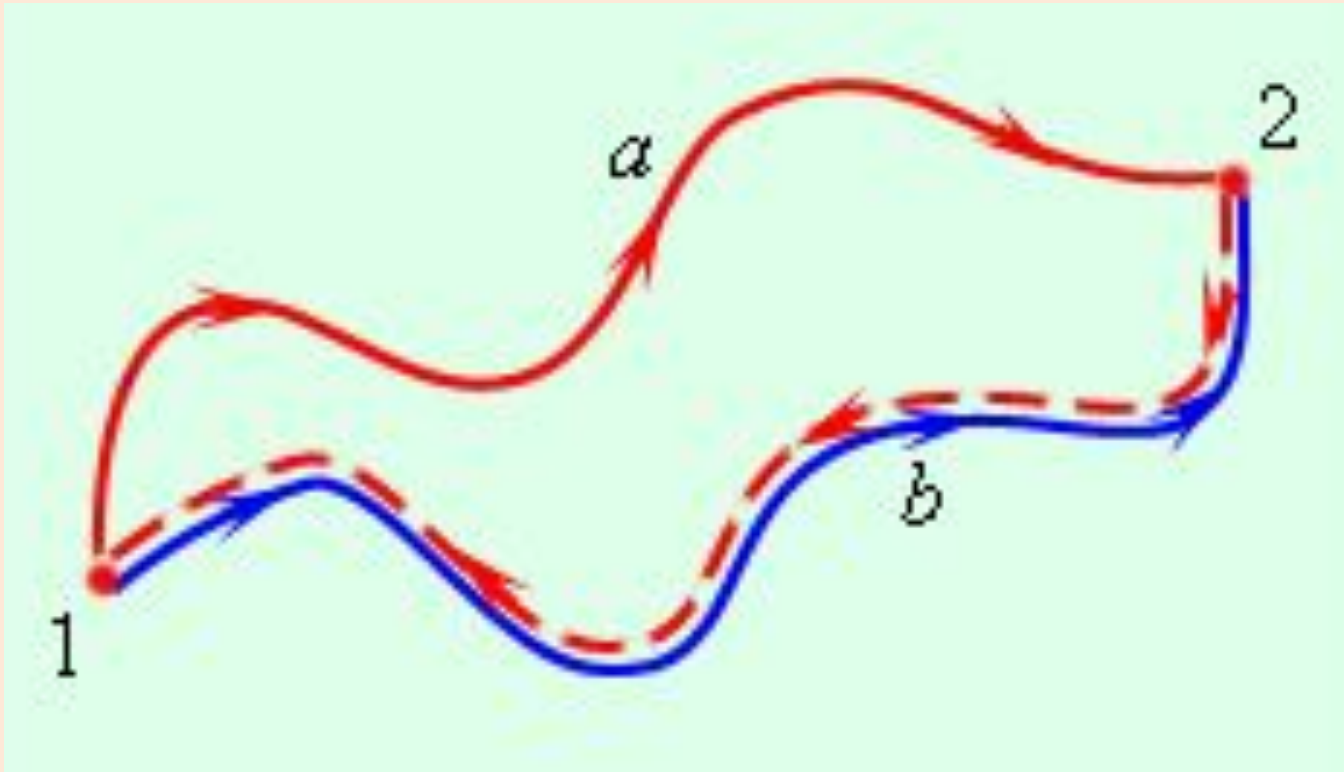
Средняя мощность: $\langle N \rangle = \frac{A}{t}$

Потенциальные силовые поля. Консервативные силы.

Силовое поле называют потенциальным, а силы, действующие в нём, консервативными, если работа сил поля по перемещению материальной точки не зависит от вида траектории движения, а зависит только от положений материальной точки в исходном и конечном состояниях.

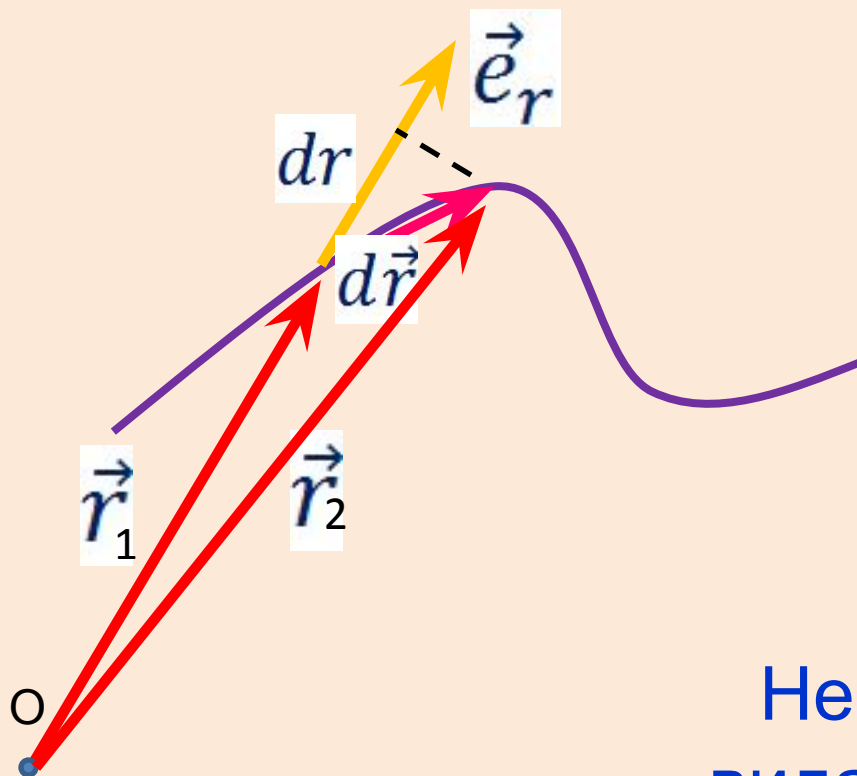
Работа консервативных сил по замкнутой траектории равна нулю.

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$



Все центральные поля потенциальны

$$A = \int_1^2 F dr = \int_1^2 F_r \cdot e_r \cdot dr$$



$$e_r \cdot dr = dr$$

$$A = \int_1^2 F_r \cdot dr$$



Не зависит от
вида траектории

Примеры консервативных сил:

- Силы тяготения;
- Упругие силы;
- Кулоновские силы.

Соответствующие силовые поля
потенциальны.

Диссипативные силы

Силы, работа которых зависит от траектории движения, называют диссипативными.

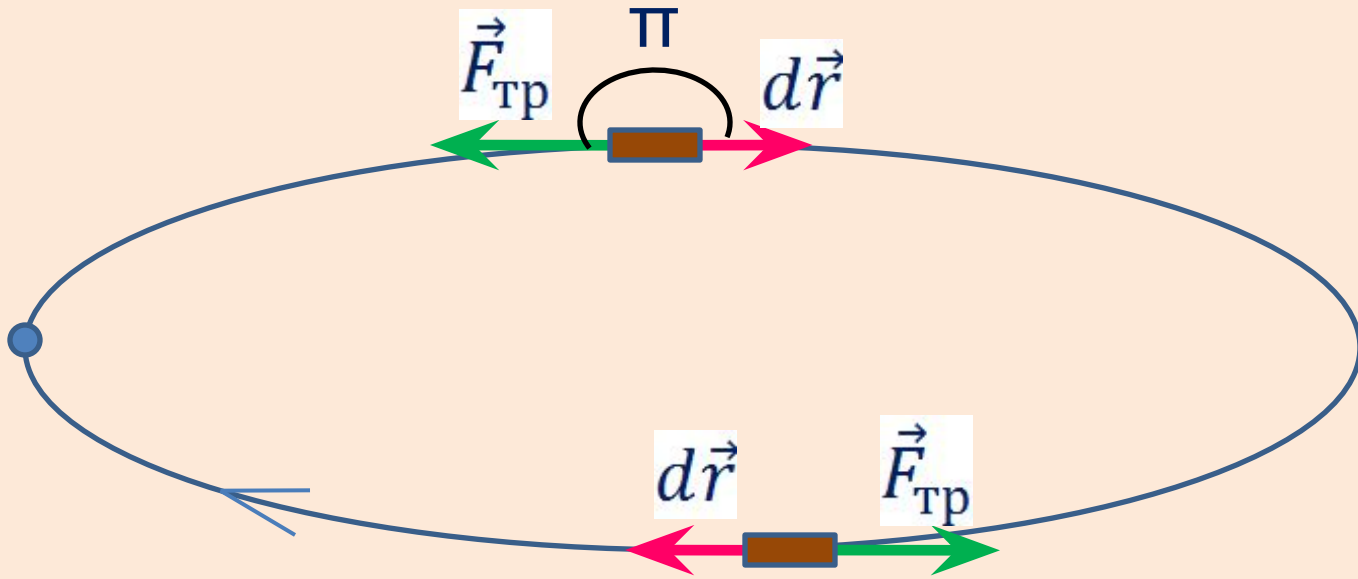
Работа диссипативных сил по замкнутой траектории не равна нулю.

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

Чаще всего работа диссипативных сил отрицательна.

Примеры диссипативных сил:

- Силы трения скольжения;
- Силы сопротивления среды.



$$A = \oint \vec{F}_{\text{тр}} \cdot d\vec{r} < 0$$

Кинетическая энергия

Энергию, которой обладают движущиеся тела, называют кинетической энергией

W_k .

$$\delta A = F_{\tau} ds = ma_{\tau} v \cdot dt = m \frac{dv}{dt} v \cdot dt = m v dv = d \left(\frac{mv^2}{2} \right)$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad dW_k = \delta A \quad W_{k,2} - W_{k,1} = A_{12}$$

Изменение кинетической энергии материальной точки равно работе равнодействующей силы.

Потенциальная энергия

Так как работа консервативных сил зависит только от начального и конечного положений материальной точки в силовом поле, можно ввести понятие потенциальной энергии материальной точки в этом поле.

Потенциальная энергия – это энергия взаимодействия тел.

Силы поля, перемещая материальную точку, совершают работу, которая равна уменьшению потенциальной энергии:

$$dW_{\Pi} = -\delta A$$

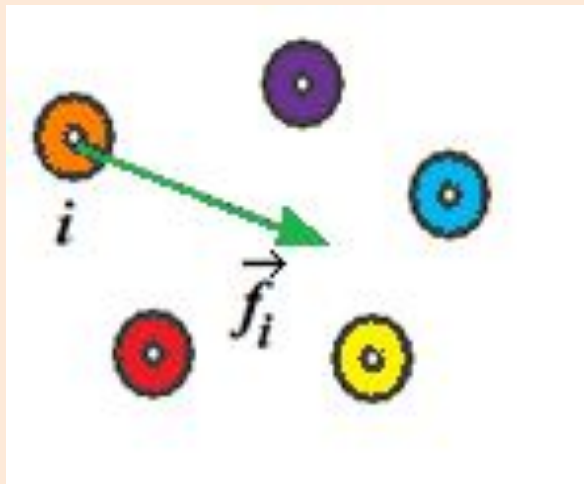
$$dW_{\Pi} = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W_{\Pi} = - \int \vec{F} d\vec{r} + C$$

Потенциальная энергия определяется с точностью до константы.

$$W_{\Pi,2} - W_{\Pi,1} = -A_{12}$$

Потенциальная энергия взаимодействия

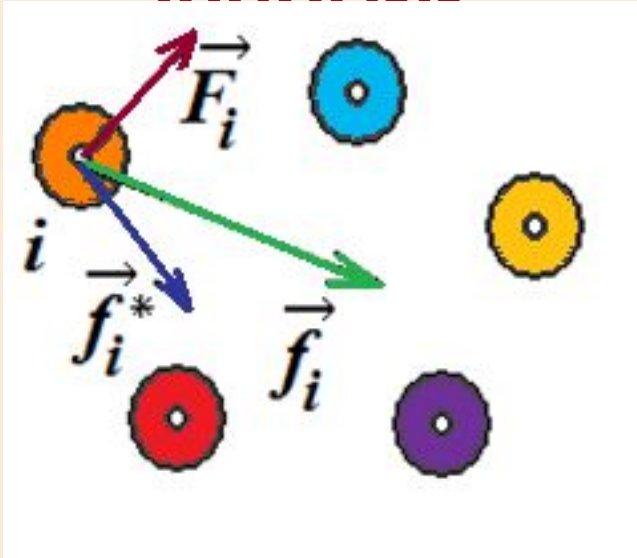


\vec{f}_i – равнодействующая внутренних сил, действующих на i -е тело

Потенциальная энергия взаимодействия

тел системы – это физическая величина, равная работе, совершаемой силами взаимодействия при изменении расположения тел из данного состояния в состояние, в котором потенциальная энергия взаимодействия условно принимается равной нулю.

Закон сохранения механической энергии



\overline{f}_i - внутренняя консервативная сила;

\overline{f}_i^* - внутренняя диссипативная сила;

\overline{F}_i - внешняя консервативная сила.

Запишем второй закон Ньютона для i -го тела

$$\overline{F}_i + \overline{f}_i + \overline{f}_i^* = m_i \frac{d\overline{v}_i}{dt}$$

Умножим скалярно обе части равенства $d\vec{r}_i$

:

Учитывая, что $d\vec{r}_i = \vec{v}_i \cdot dt$ получим:

$$\vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i^* \cdot d\vec{r}_i = m_i \vec{v}_i d\vec{v}_i$$

$$\vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i^* \cdot d\vec{r}_i = d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)$$

Просуммируем равенства по всем частицам:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^n \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^n \vec{f}_i^* \cdot d\vec{r}_i = \sum_{i=1}^n d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)$$

$$\sum_{i=1}^n F_i \cdot dr_i + \sum_{i=1}^n f_i \cdot dr_i + \sum_{i=1}^n f_i^* \cdot dr_i = \sum_{i=1}^n d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)$$

Работа внешнего
потенциального
поля



$$-dW_{\Pi}$$

Работа сил
вза-
имодействия



$$-dW_{\Pi, \text{взаим}}$$

Работа
дисси-
пативных
сил



$$+ \delta A^*$$

Изменение
кинетической
энергии



$$= dW_k$$

$$\delta A^* = d(W_{\text{к}} + W_{\Pi} + W_{\text{взаим}})$$

Полная механическая энергия системы тел:

$$W = W_{\Pi} + W_{\Pi, \text{взаим}} + W_{\text{к}}$$

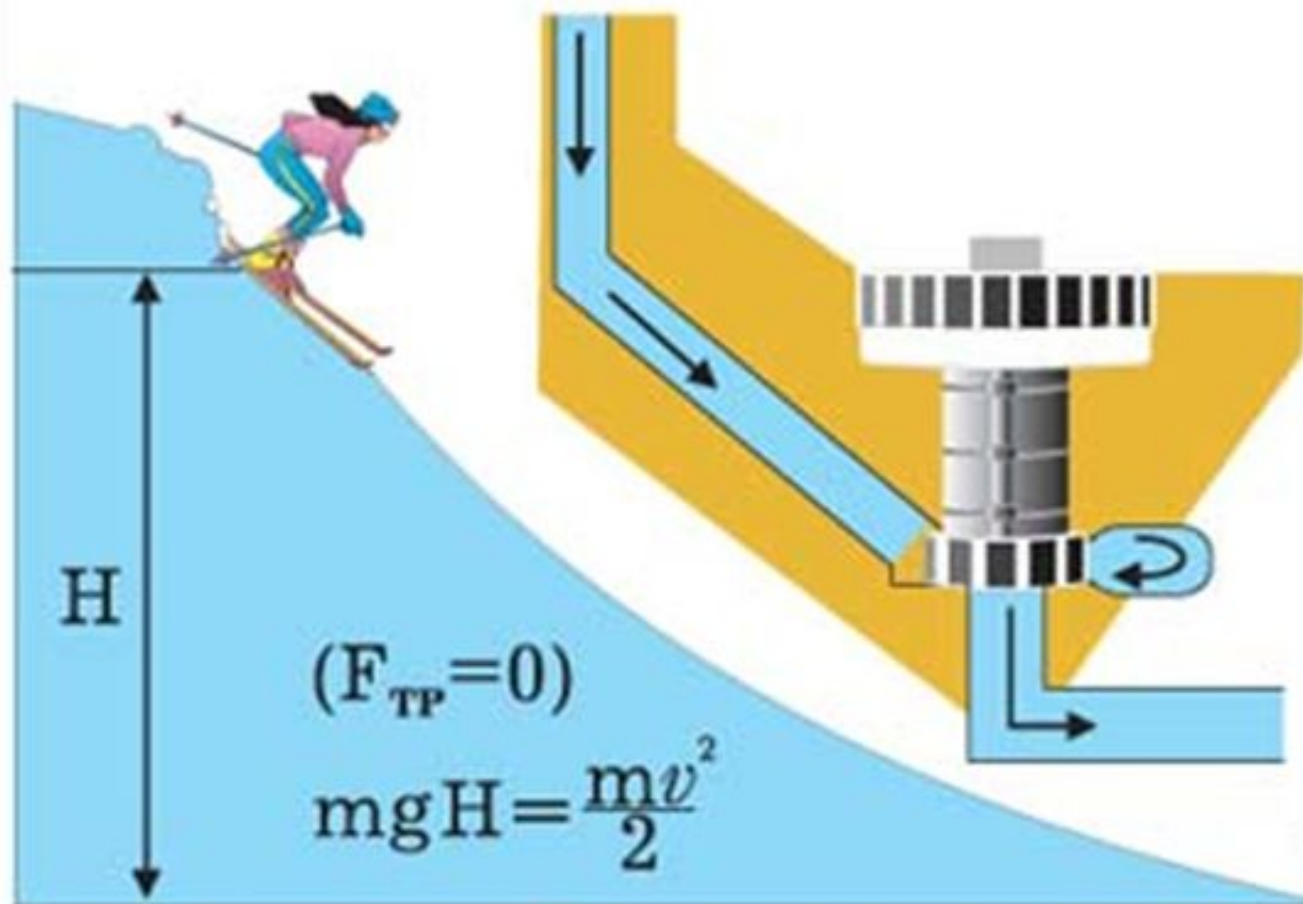
**Изменение механической энергии
системы тел равно работе
диссипативных сил.**

$$\delta A^* = dW$$

Если диссипативных сил нет, то приходим к
**закону сохранения механической
энергии:**

**В системе , на тела которой
действуют только консервативные
силы, полная механическая энергия
не изменяется**

$$W = const.$$



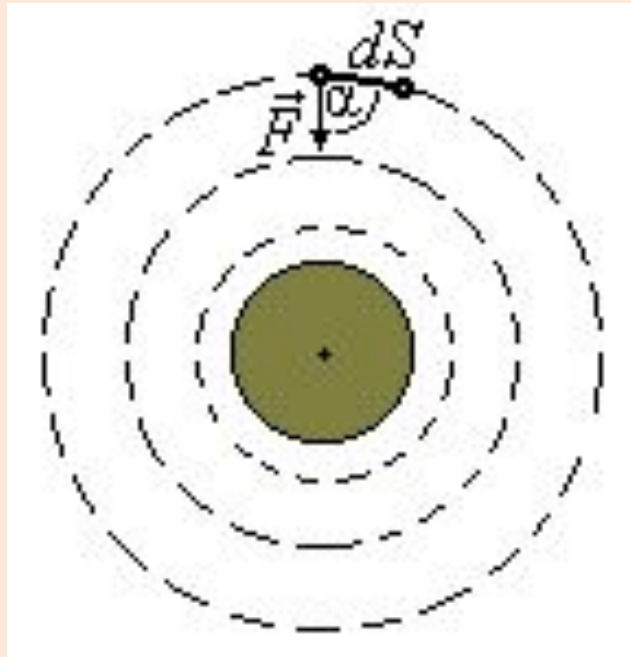
$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$



Связь силы и потенциальной энергии

Градиент скалярного поля

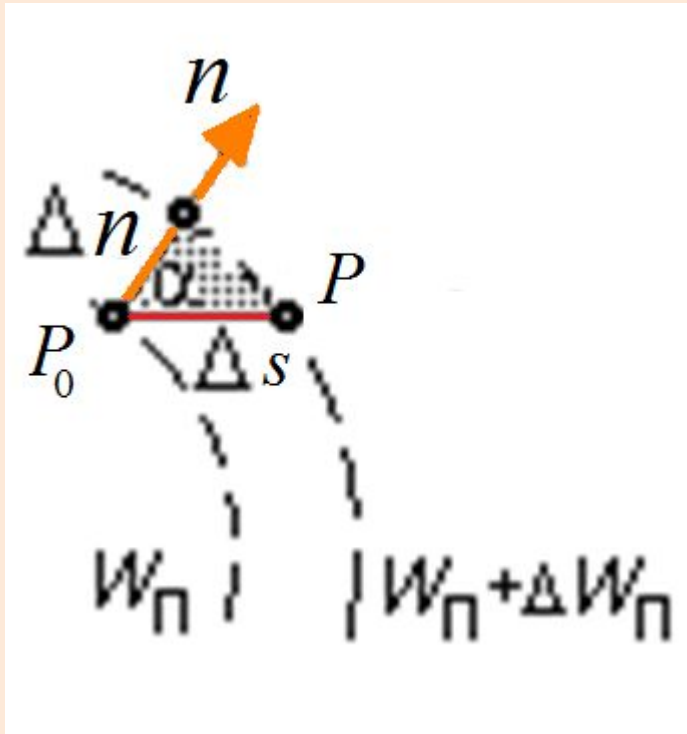
Скалярным полем называют область пространства, каждая точка которого характеризуется некоторой скалярной величиной, например, потенциальной энергией.



Поверхностью уровня

скалярного поля называют совокупность точек пространства, в которых скалярная величина имеет одно и то же значение.

Силы поля перпендикулярны к поверхности уровня.



Вектор градиента скалярного поля:

$$\text{grad } W_\Pi = \frac{dW_\Pi}{dn} \mathbf{n}$$

\mathbf{n} - единичный вектор, направленный в сторону максимального увеличения поля

Градиент скалярного поля – это вектор, по модулю равный изменению скалярной величины на единицу длины в направлении нормали к поверхности уровня. Направлен вектор градиента перпендикулярно поверхности уровня в сторону возрастания этой скалярной величины.

В координатной
форме

$$\mathit{grad} W_{\Pi} = \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z} \vec{k}$$

ИЛИ

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

∇ - оператор набла

Связь силы и потенциальной энергии

$$\vec{F} = -\mathit{grad} W_{\Pi}$$