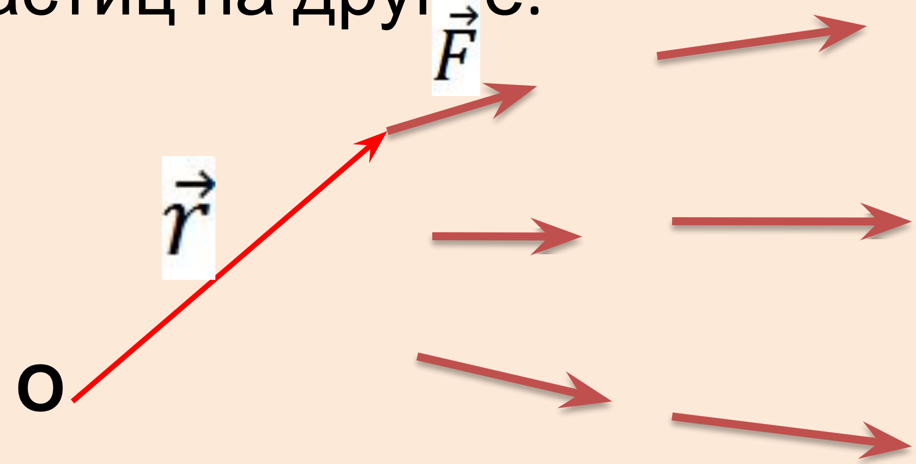
СИЛОВОЕ ПОЛЕ

Силовое поле – форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и переда-ющая действие одних частиц на другие.



Каждой точке пространства сопоставляется вектор силы, который действовал бы на частицу, помещён-ную в исследуемую точку пространства.

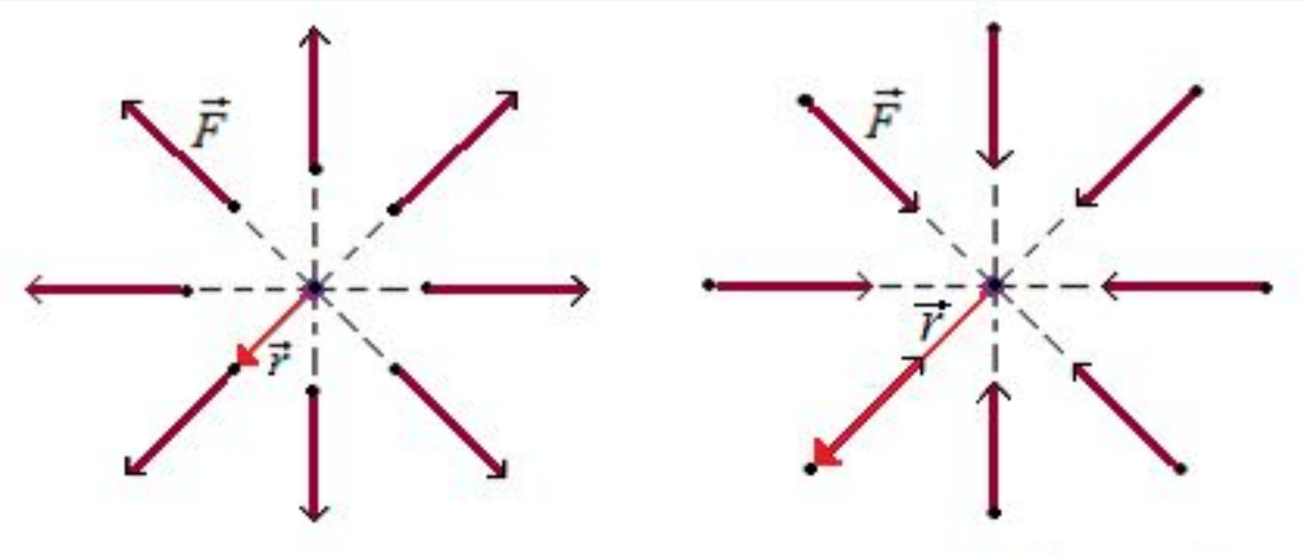
Центральное силовое поле

В поле центральных сил на МТ действуют силы, которые направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же точку – центр сил. Величина этих сил зависит только от расстояния до центра сил.

$$\vec{F} = F_r \cdot \vec{e}_r$$

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

ед. вектор $\vec{r}$ напр.



$F_r > 0$ (отталкивание)

$F_r < 0$ (притяжение

Примеры центральных сил:

- Силы тяготения в гравитационном поле Земли;

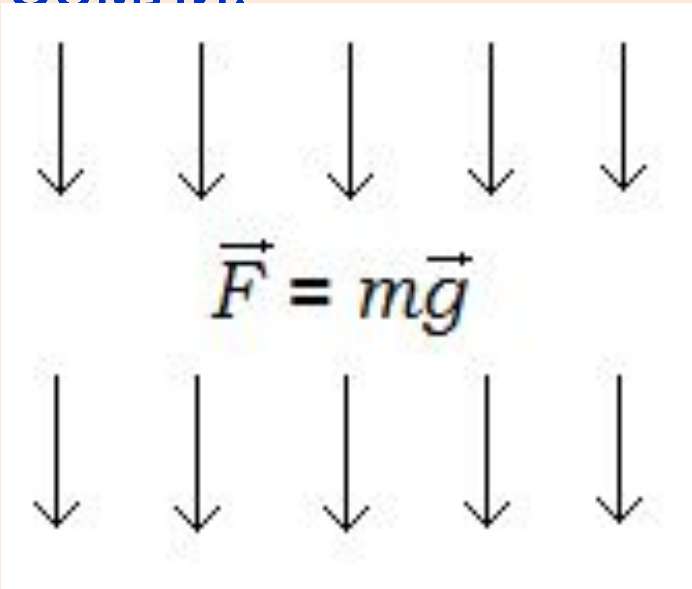
$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$$

- Упругие силы;
- Кулоновские силы, создаваемые точечными зарядами.

Однородное силовое поле

В однородном силовом поле $\vec{F} = const.$

Пример: поле силы тяжести вблизи поверхности Земли.



Однородное поле – предельный случай центрального поля при $r \to \infty$.

ЭНЕРГИЯ. РАБОТА СИЛ ПОЛЯ

Энергия – общая мера различных форм движения материи.

В механике это перемещение тел в пространстве и силовое взаимодействие между телами. Им соответствуют *кинетическая* и *потенциальная* энергии.

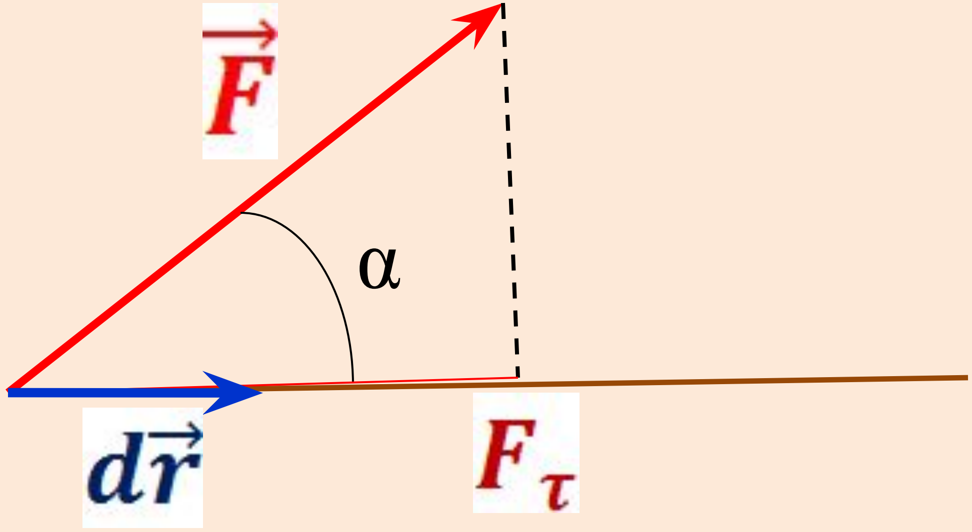
При превращении одной формы движения в другую совершается *работа*, равная переходу энергии от одного вида к другому.

Энергия и работа измеряются в одних и тех же единицах. В системе СИ такой единицей является 1 Джоуль (Дж).

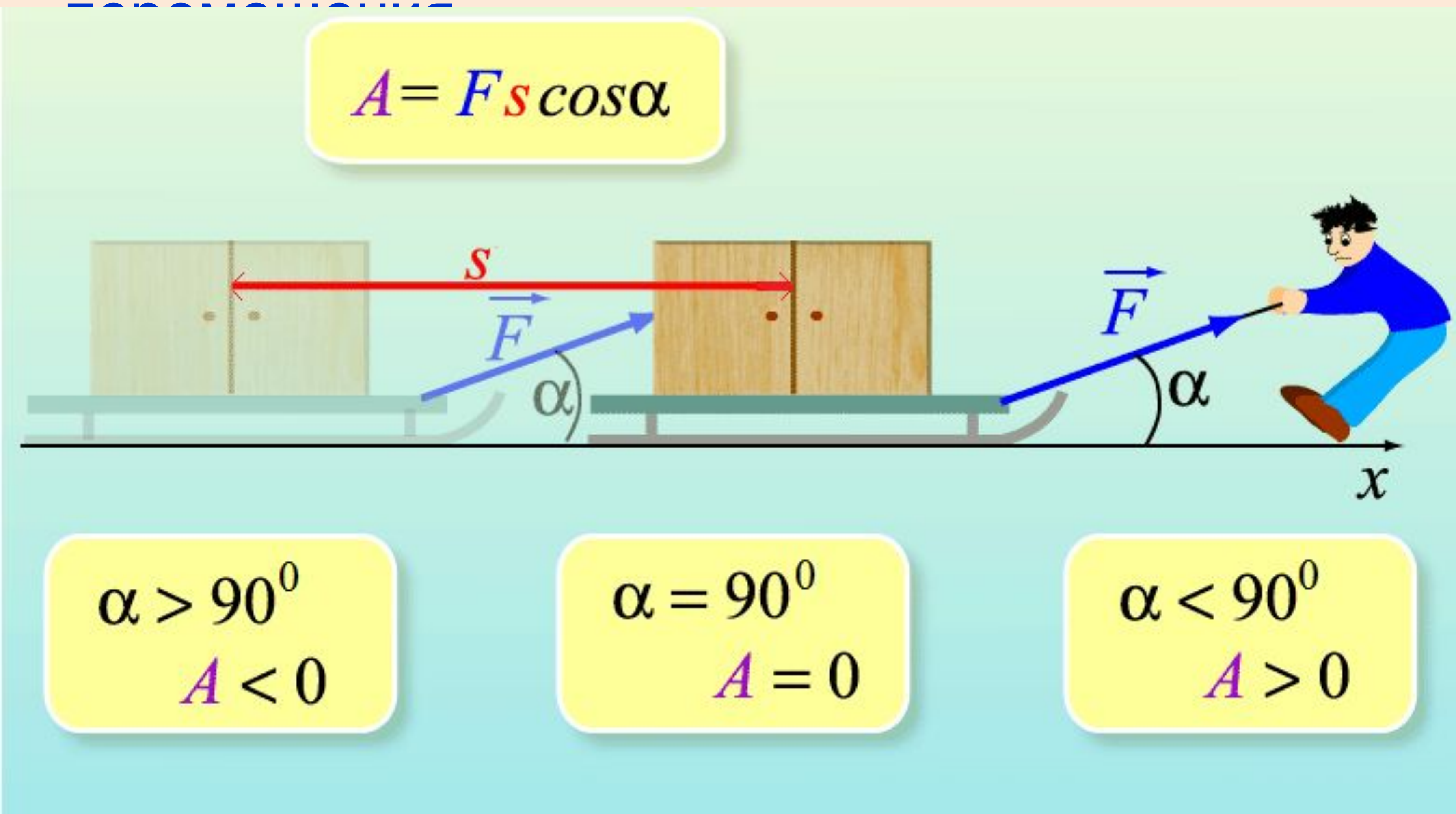
Механическая работа

Элементарная работа на перемещении $d\vec{r}$ - это величина равная скалярному произведению силы и перемещения.

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r}) = F \cdot dr \cdot cos\alpha = F \cdot ds \cdot cos\alpha = F_\tau \cdot ds$$



Работа может быть как положительной, так и отрицательной. Знак работы зависит от величины угла между векторами силы и перемещения.

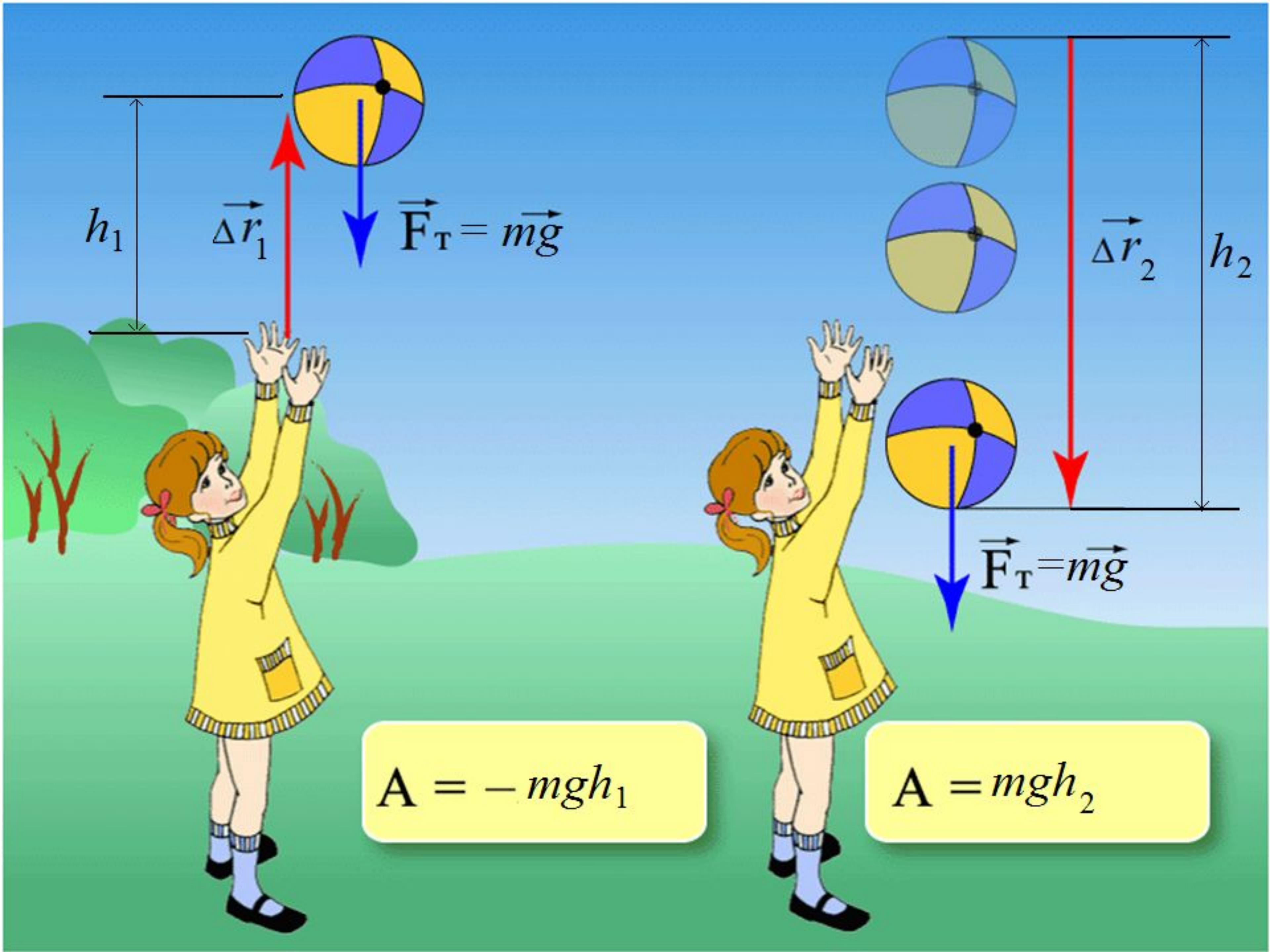


Работа на всем пути:

$$A = \int F_\tau ds = \int F\, ds \cos\alpha = \int \vec{F} d\vec{r}$$

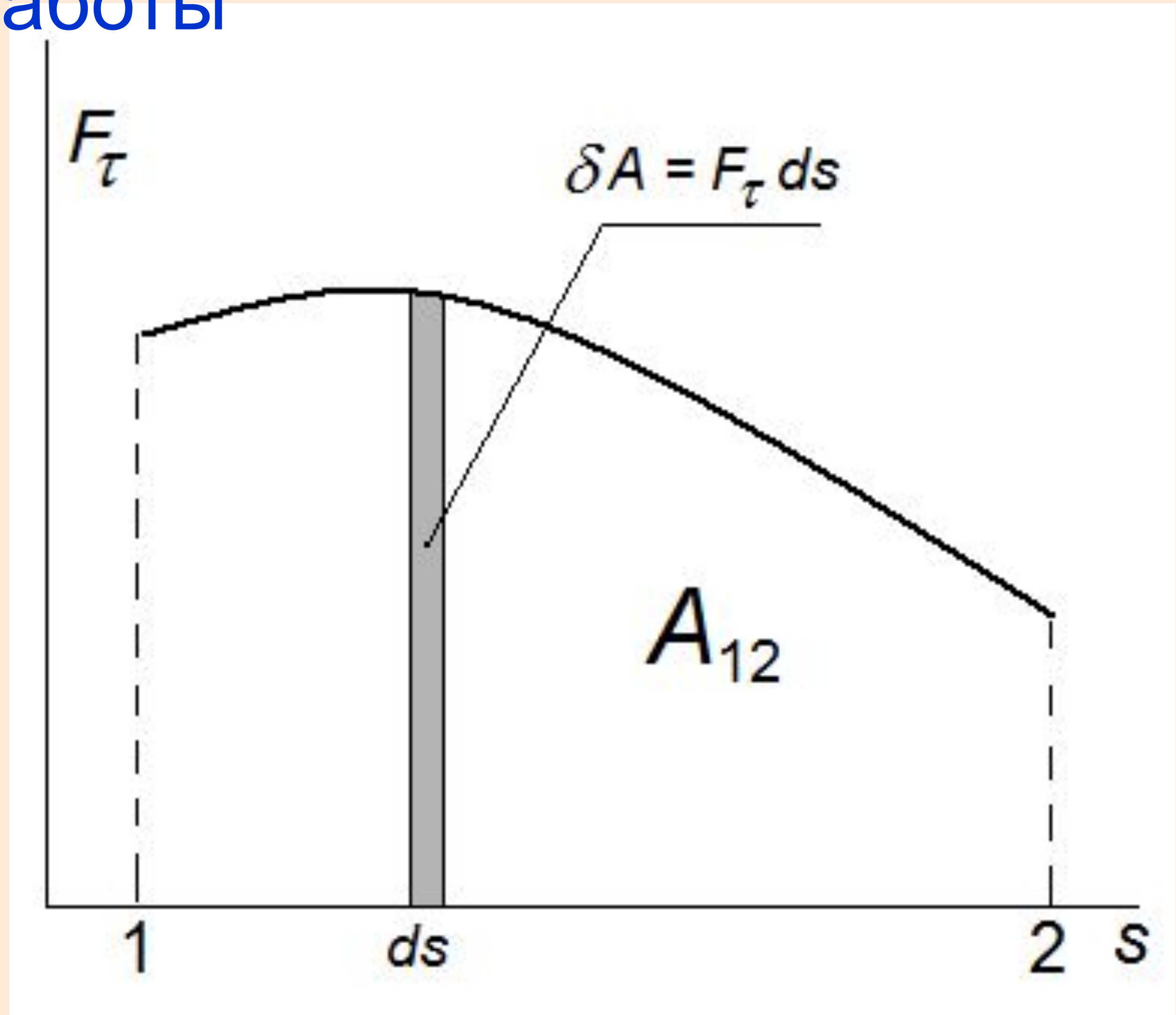
Если $F_\tau = const.$, то

$$A = \int F_\tau ds = F_\tau \int ds = F_\tau \cdot s$$



h_1
$\overrightarrow{\Delta r_1}$
$\vec{F}_т = m\vec{g}$
$A = -mgh_1$
$\overrightarrow{\Delta r_2}$
h_2
$\vec{F}_т = m\vec{g}$
$A = mgh_2$

Графическое представление работы



Мощность

Мощность - это работа, совершаемая в единицу времени.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

$$N = \frac{F_\tau ds}{dt} = F_\tau v = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Единица измерения мощности – 1 Ватт (Вт). 1 Вт = 1 Дж/1 с.

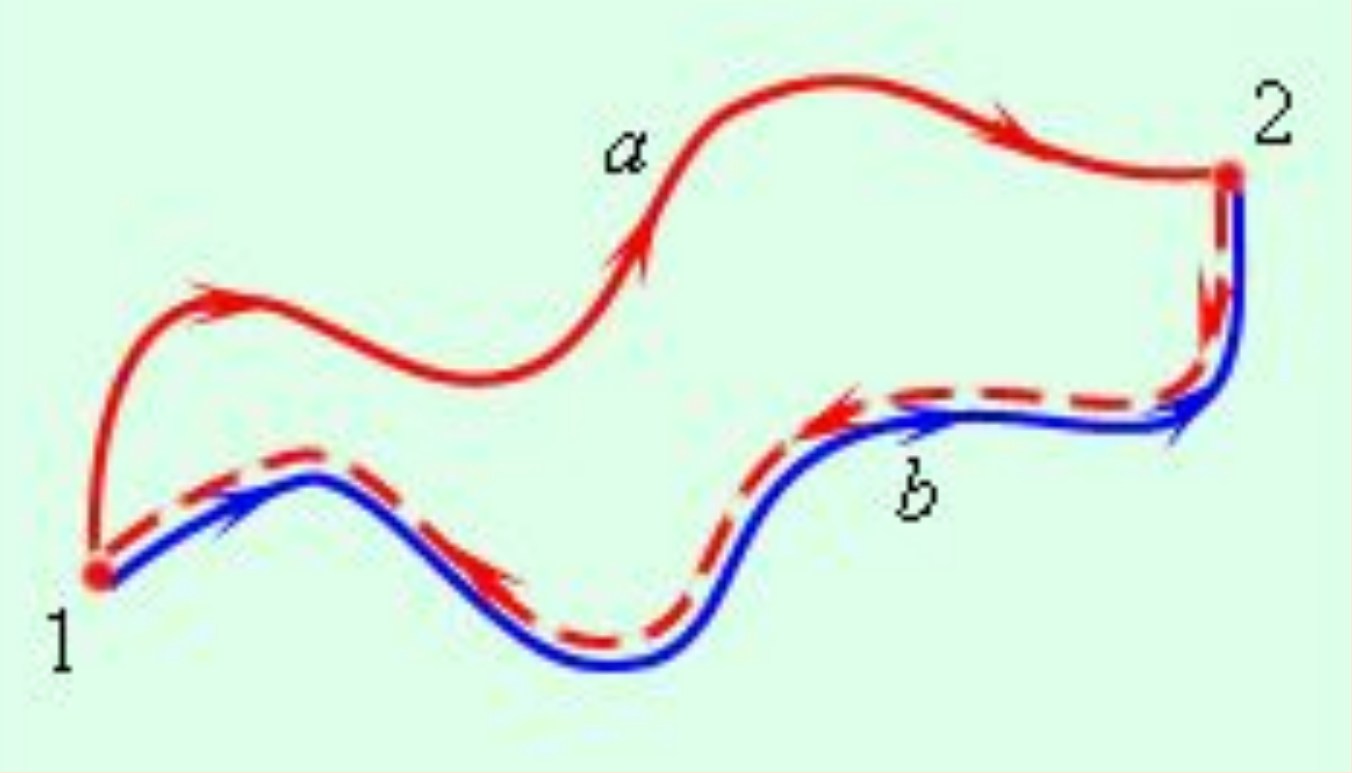
Средняя мощность: $\langle N \rangle = \frac{A}{t}$

Потенциальные силовые поля. Консервативные силы.

Силовое поле называют *потенциальным*, а силы, действующие в нём, *консервативными*, если работа сил поля по перемещению материальной точки не зависит от вида траектории движения, а зависит только от положений материальной точки в исходном и конечном состояниях.

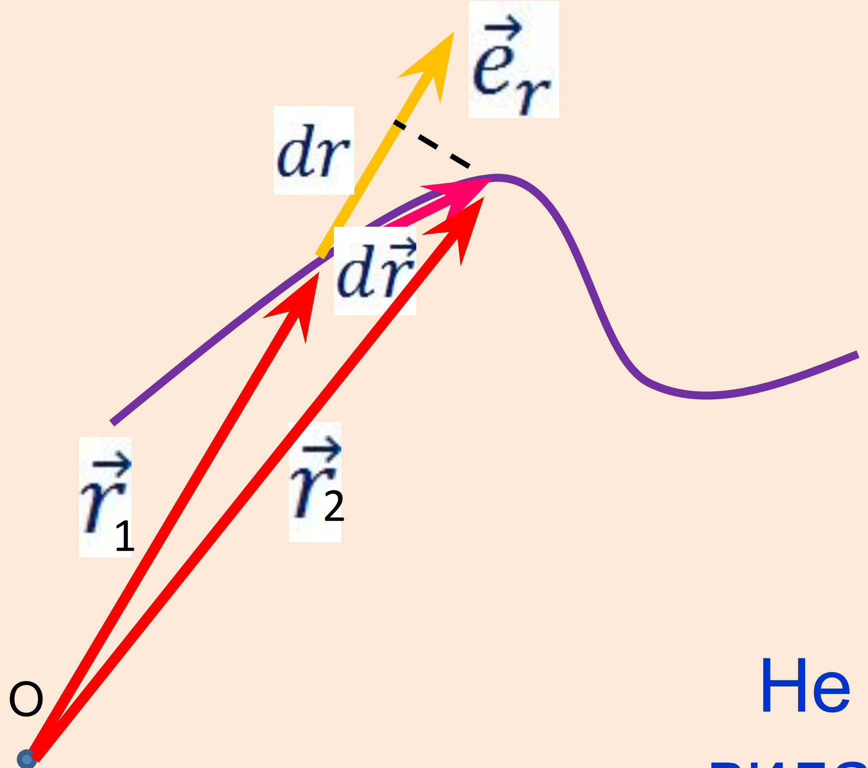
Работа консервативных сил по замкнутой траектории равна нулю.

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$



Все центральные поля потенциальны

$$A=\int_1^2 \vec{F}d\vec{r}=\int_1^2 F_r\cdot\vec{e}_r\cdot d\vec{r}$$



$$\vec{e}_r\cdot d\vec{r}=dr$$

$$A=\int_1^2 F_r\cdot dr$$

Не зависит от вида траектории

Примеры консервативных сил:

- Силы тяготения;
- Упругие силы;
- Кулоновские силы.

Соответствующие силовые поля потенциальны.

Диссипативные силы

Силы, работа которых зависит от траектории движения, называют ***диссипативными***.

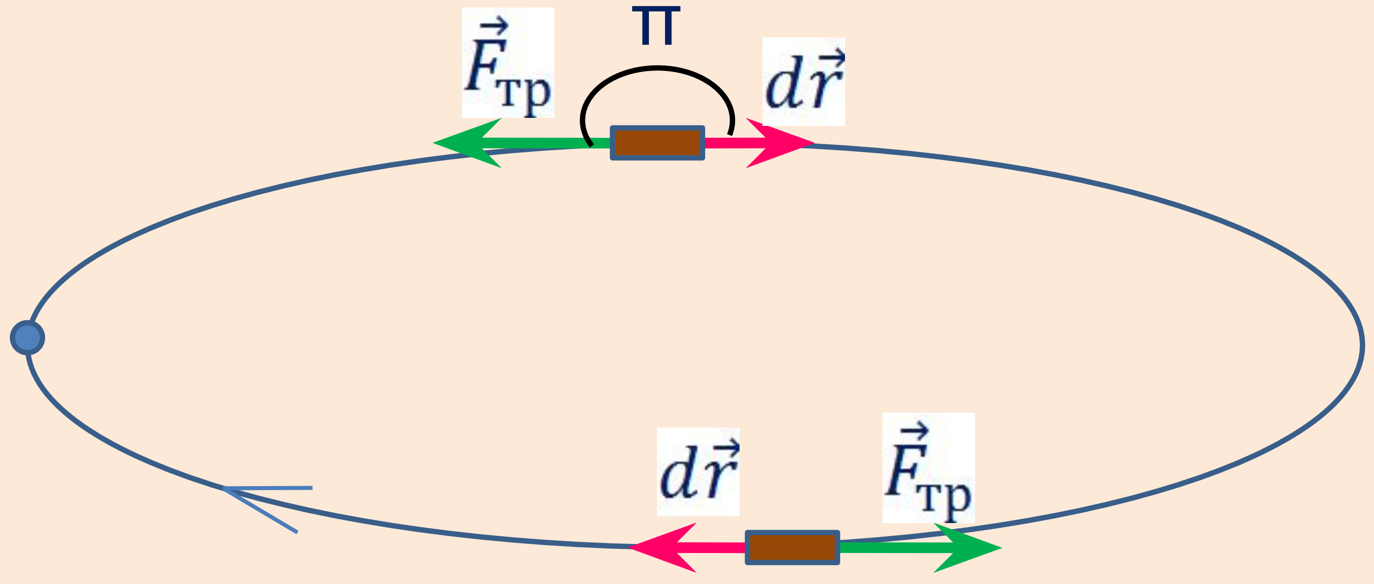
Работа диссипативных сил по замкнутой траектории не равна нулю.

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

Чаще всего работа диссипативных сил отрицательна.

Примеры диссипативных сил:

•Силы трения скольжения;
•Силы сопротивления среды.



$$A = \oint \vec{F}_{тр} \cdot d\vec{r} < 0$$

Кинетическая энергия

Энергию, которой обладают движущиеся тела, называют *кинетической энергией* W_k.

$$\delta A = F_\tau ds = ma_\tau v \cdot dt = m\frac{dv}{dt}v \cdot dt = mv\,dv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \qquad dW_k = \delta A \qquad W_{k,2} - W_{k,1} = A_{12}$$

Изменение кинетической энергии материальной точки равно работе равнодействующей силы.

Потенциальная энергия

Так как работа консервативных сил зависит только от начального и конечного положений материаль-ной точки в силовом поле, можно ввести понятие потенциальной энергии материальной точки в этом поле.

Потенциальная энергия – это энергия взаимодействия тел.

Силы поля, перемещая материальную точку, совершают работу, которая равна уменьшению потенциальной энергии:

$$dW_П = -\delta A$$

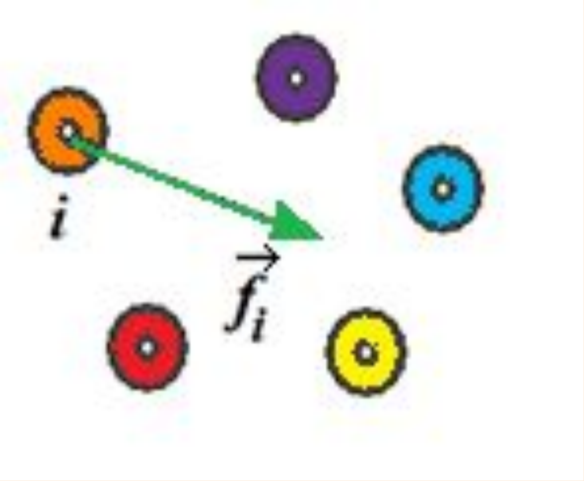
$$dW_П = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W_п = -\int \vec{F}\, d\vec{r} + C$$

Потенциальная энергия определяется с точностью до константы.

$$W_{П,2} - W_{П,1} = -A_{12}$$

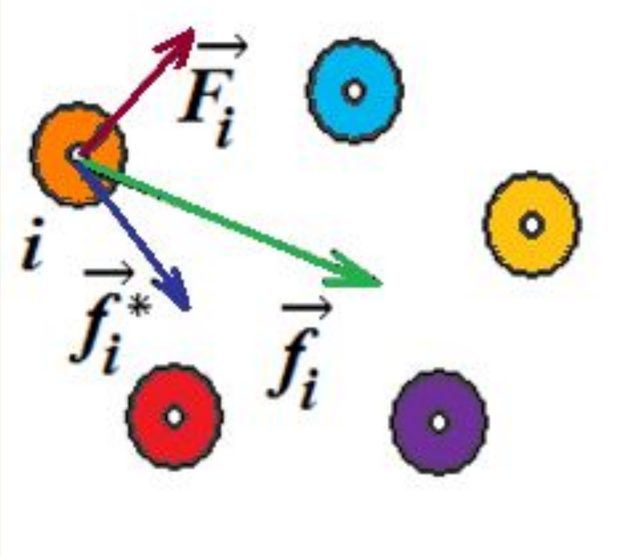
Потенциальная энергия взаимодействия



$\vec{f}_i$ – равнодействующая внутренних сил, действующих на *i*-е тело

[*Потенциальная энергия взаимодействия*]() тел системы – это физическая величина, равная работе, совершаемой силами взаимодействия при изменении расположения тел из данного состояния в состояние, в котором потенциальная энергия взаимодействия условно принимается равной нулю.

Закон сохранения механической энергии



$\vec{f}_i$ - внутренняя консервативная сила;

$\vec{f}_i^{\,*}$ - внутренняя диссипативная сила;

$\vec{F}_i$ - внешняя консервативная сила.

Запишем второй закон Ньютона для *i*-го тела

$$\vec{F}_i + \vec{f}_i + \vec{f}_i^{\,*} = m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}$$

Умножим скалярно обе части равенства на $d\vec{r}_i$:

Учитывая, что $d\vec{r}_i = \vec{v}_i \cdot dt$ получим:

$$\vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i^{\,*} \cdot d\vec{r}_i = m_i \vec{v}_i d\vec{v}_i$$

$$\vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \vec{f}_i^{\,*} \cdot d\vec{r}_i = d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)$$

Просуммируем равенства по всем частицам:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i^{\,*} \cdot d\vec{r}_i = \sum_{i=1}^{n} d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i^{\,*} \cdot d\vec{r}_i = \sum_{i=1}^{n} d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)$$

Работа внешнего потенциального поля

Работа сил вза-имодействия

Работа дисси-пативных сил

Изменение кинетической энергии

$$-dW_{П} - dW_{П,взаим} + \delta A^* = dW_k$$

$$\delta A^* = d(W_k + W_{П} + W_{П,взаим})$$

Полная механическая энергия системы тел:

$$W = W_{\text{П}} + W_{\text{П,взаим}} + W_{\text{к}}$$

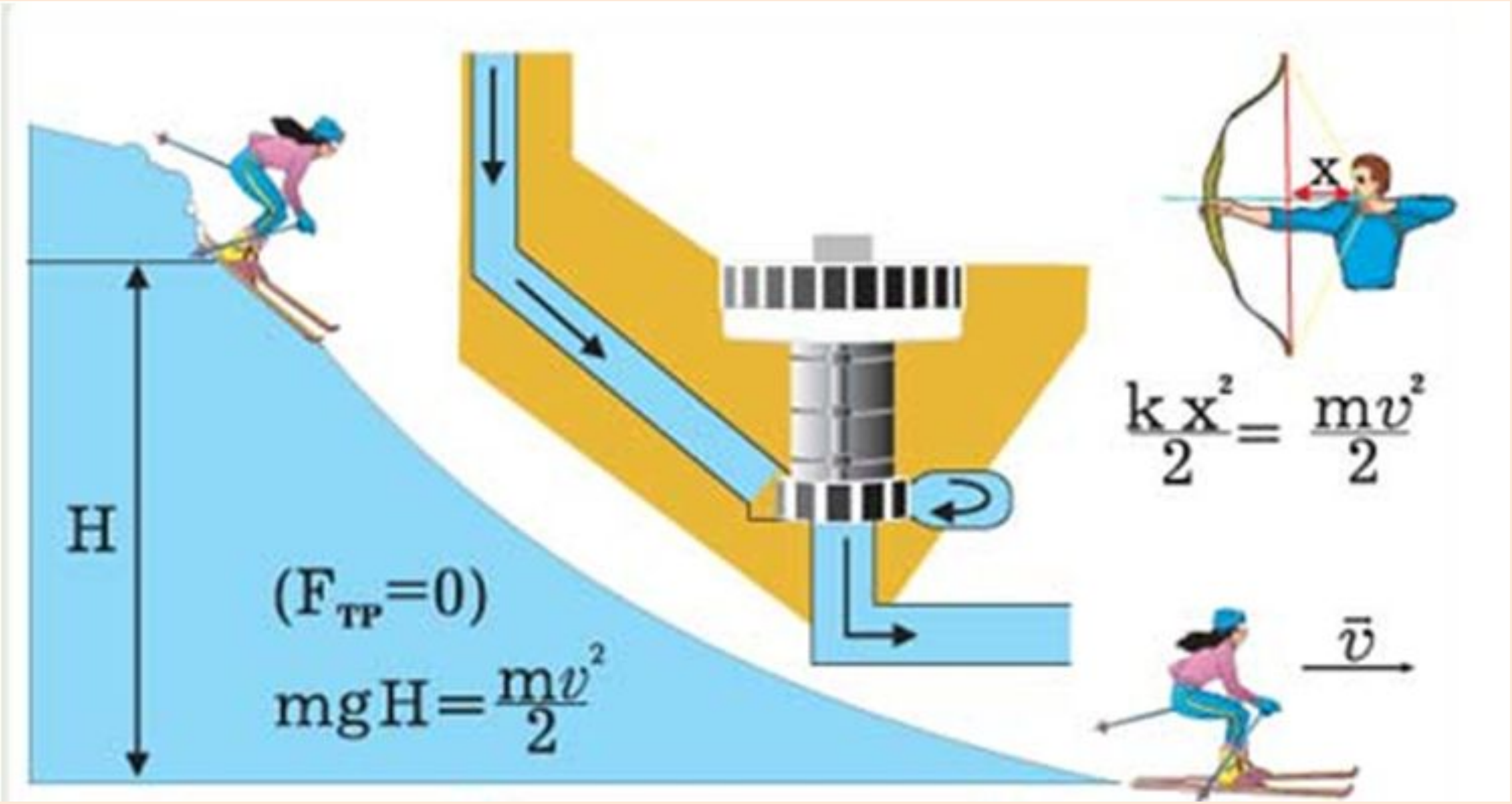
Изменение механической энергии системы тел равно работе диссипативных сил.

$$\delta A^* = dW$$

Если диссипативных сил нет, то приходим к **закону сохранения механической энергии:**

В системе , на тела которой действуют только консервативные силы, полная механическая энергия не изменяется

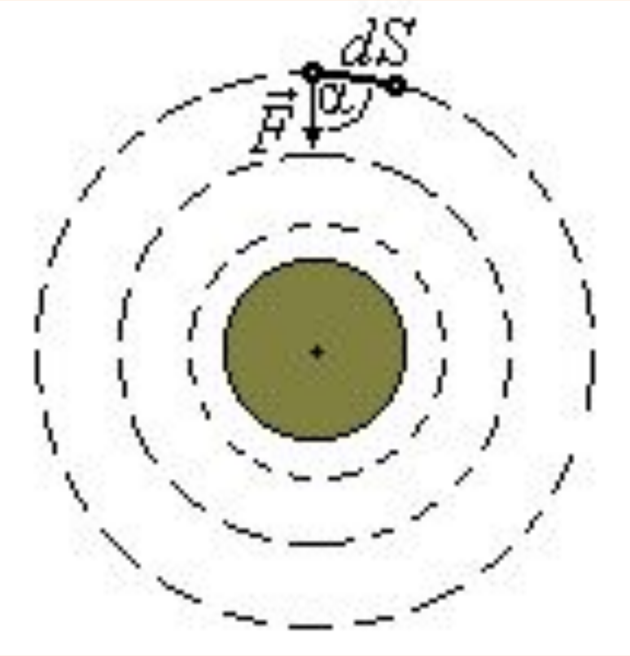
$$W = const.$$



H
$(F_{тр}=0)$
$mgH=\frac{mv^2}{2}$
x
$\frac{kx^2}{2}=\frac{mv^2}{2}$
$\vec{v}$

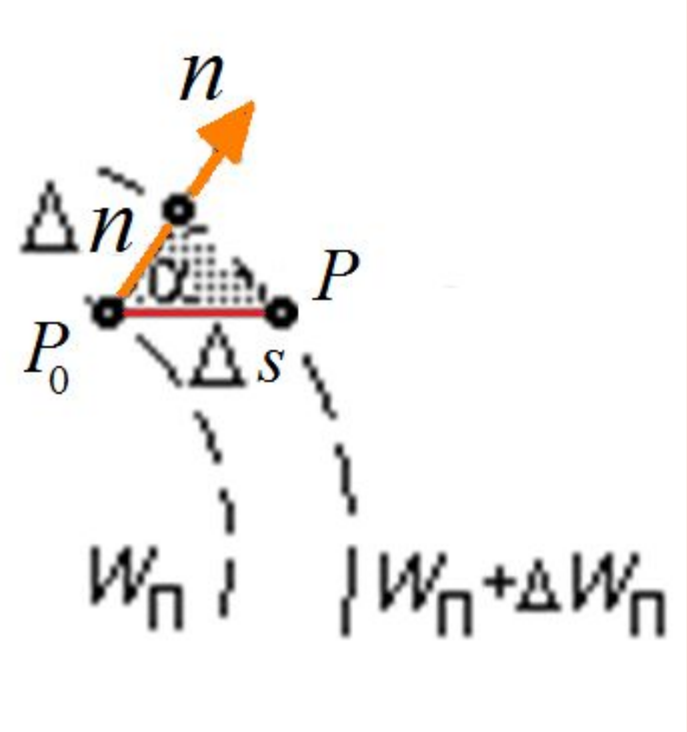
Связь силы и потенциальной энергии
Градиент скалярного поля

Скалярным полем называют область пространства, каждая точка которого характеризуется некоторой скалярной величиной, например, потенциальной нергией.



Поверхностью уровня скалярного поля называют совокупность точек пространства, в которых скалярная величина имеет одно и то же значение.

Силы поля перпендикулярны к поверхности уровня.



Вектор градиента скалярного поля:

$$grad\ W_{П} = \frac{dW_{П}}{dn}\vec{n}$$

$\vec{n}$ - единичный вектор, направленный в сторону максимального увеличе-ния поля

Градиент скалярного поля – это вектор, по модулю равный изме-нению скалярной величины на единицу длины в направлении нормали к поверхности уровня. Направлен вектор градиента перпендикулярно поверхности уровня в сторону возрастания этой скалярной величины.

В координатной форме

$$grad\, W_{\Pi} = \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z}\vec{k}$$

или

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

∇ - оператор набла

Связь силы и потенциальной энергии

$$\vec{F} = -gradW_{\Pi}$$