

# Подготовка к ЕГЭ по математике

Базовый уровень  
Сложные задачи

Доцент кафедры математики и информатики,  
эксперт предметной комиссии  
ЕГЭ по математике  
Савин Владимир Николаевич

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Базовый уровень

## Справочные материалы

## Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ 

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

## Степень и логарифм

Свойства степени  
при  $a > 0, b > 0$ 

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^x)^n = a^{xn}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма

при  $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$ 

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

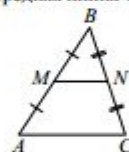
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

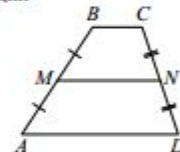
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

## Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

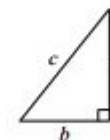
 $MN$  — ср. лин. $MN \parallel AC$ 

$$MN = \frac{AC}{2}$$

 $BC \parallel AD$  $MN$  — ср. лин. $MN \parallel AD$ 

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Теорема Пифагора



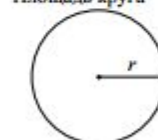
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности

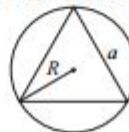
$$C = 2\pi r$$

Площадь круга

$$S = \pi r^2$$



Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

## Площади фигур

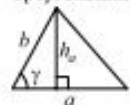
## Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = absin \gamma$$

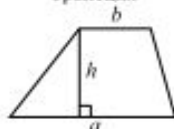
## Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

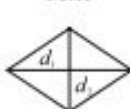
$$S = \frac{1}{2}absin \gamma$$

## Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

## Ромб

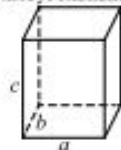


$$d_1, d_2 - \text{диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

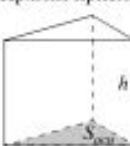
## Площади поверхностей и объёмы тел

## Прямоугольный параллелепипед



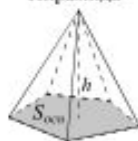
$$V = abc$$

## Прямая призма



$$V = S_{осн}h$$

## Пирамида



$$V = \frac{1}{3}S_{осн}h$$

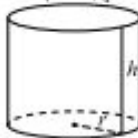
## Конус



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2h$$

$$S_{пол} = \pi rl$$

## Цилиндр



$$V = \pi r^2h$$

$$S_{пол} = 2\pi rh$$

## Шар

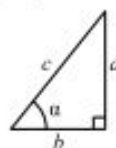


$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

## Тригонометрические функции

## Прямоугольный треугольник

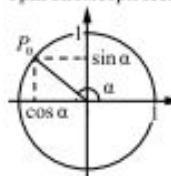


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

## Тригонометрическая окружность



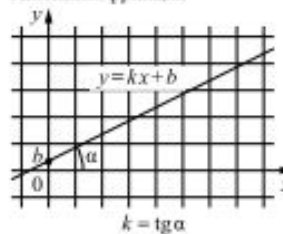
Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

## Некоторые значения тригонометрических функций

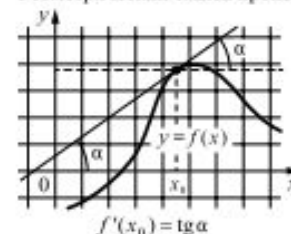
$\alpha$	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

## Функции

## Линейная функция



## Геометрический смысл производной



- **Первичные баллы базового уровня ЕГЭ по математике переводятся в следующие школьные оценки:**
- "2" (неудовлетворительно) - от 0 до 6 баллов
- "3" (удовлетворительно) - от 7 до 11 баллов
- "4" (хорошо) - от 12 до 16 баллов
- "5" (отлично) - от 17 до 20 баллов

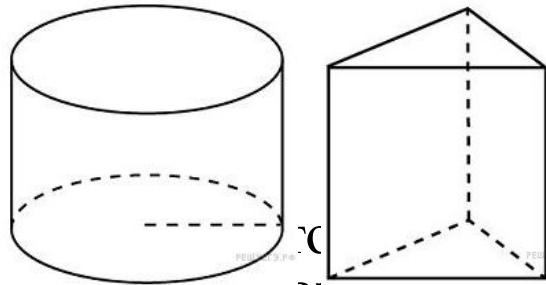
# Результаты ЕГЭ 2015

- Средний первичный балл 13,52 (максимум 20).
- Средний тестовый балл 3,97.
- Высокие показатели успешности – выше 80% – продемонстрированы при решении заданий
- 1 (вычислительный пример),
- 3 (решение простейшей задачи на проценты),
- 6 (решение простейшей задачи на действия с целыми числами),
- 9 (знание площадей, длин, масс реальных объектов),
- 11 (чтение диаграмм, графиков),
- 12 (решение простейших задач на действия с числами, получение информации из таблиц),
- 14 (чтение графика),
- 18 (логическая)

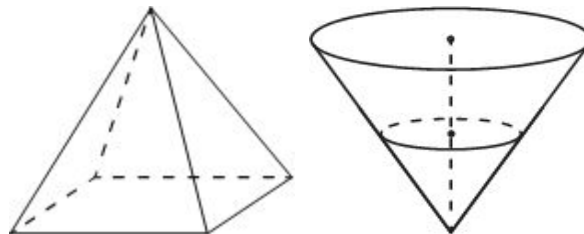
# Задание 13

В заданиях на объёмы важно помнить, что

- при увеличении всех размеров *плоской фигуры* в  $k$  раз площадь увеличивается в  $k^2$  раз,
- при увеличении всех размеров *объёмного тела* в  $k$  раз объём увеличивается в  $k^3$  раз,
- Если у фигуры два одинаковых основания (призма, цилиндр, параллелепипед), то объём  $V = S_{\text{осн}} * h$



- Если есть основание (пирамида, конус), то объём в 3 раза меньше  $V = S_{\text{осн}} * h / 3$

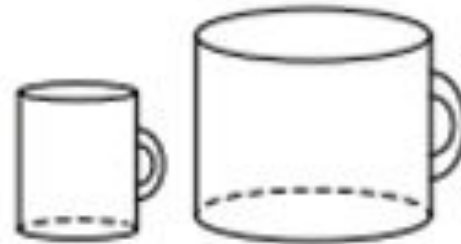


# Задание 13

В заданиях на объёмы важно помнить, что

- при увеличении всех размеров *плоской фигуры* в  $k$  раз площадь увеличивается в  $k^2$  раз,
- при увеличении всех размеров *объёмного тела* в  $k$  раз объём увеличивается в  $k^3$  раз,

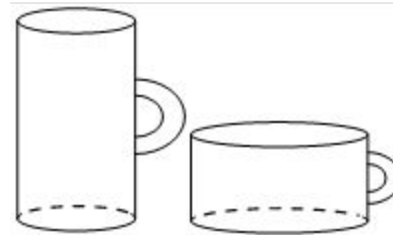
Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая вдвое шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?



- Площадь основания второй кружки больше в  $2^2=4$  раза, а высота больше в 1,5 раза, значит, объём больше в  $4*1,5=6$  раз.
- Ответ. 6

# Задание 13

- Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка вдвое выше второй, а вторая в четыре раза шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?
- Ответ: 8

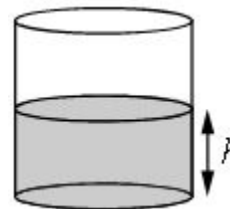


- Площадь основания увеличилась в  $4^2=16$  раз, а высота уменьшилась в 2 раза. Значит, объём увеличился в  $16/2=8$  раз



# Задание 13

- В сосуд цилиндрической формы была налита вода до уровня 80 см. Её перелили во второй цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого. На каком уровне будет вода во втором сосуде? Ответ дайте в сантиметрах.



## **Решение.**

Так как площадь основания увеличится в  $4 \cdot 4 = 16$  раз, то высота жидкости уменьшится в 16 раз и станет равна  $80/16 = 5$  см.

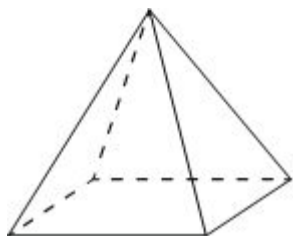
Ответ: 5

# Задание 13

Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота — 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 23 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.

	Основание	Высота
Оригинал	230 м	147 м
Копия	23 см	X см

$$x = \frac{23 \text{ см} \cdot 147 \text{ м}}{230 \text{ м}} = \frac{147 \text{ см}}{10} = 14,7 \text{ см}$$



● Ответ: 14,7

# Задание 14

Это задания на  
производные,  
возрастание, убывание  
функций

Функция $f(x)$	Производная $f'(x)$
Возрастает ↗	Положительна или 0 $f'(x) \geq 0$
Убывает ↘	Отрицательна или 0 $f'(x) \leq 0$

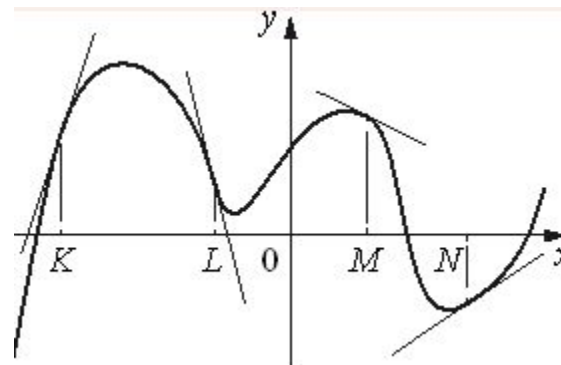
Для записи ответов  
удобно заранее  
построить таблицу для  
ответов:

А	Б	В	Г

# Задание 14 Сравнение производных

На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.

Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.



Производная положительна (№2 и 3), если функция возрастает, то есть в точках К и N.

В точке К касательная сильнее наклонена, значит, в точке К модуль производной больше, поэтому  $K=п.2)$   
 $N=п.3)$

В точке L наклон круче, чем в точке M, значит, модуль отрицательной производной больше в точке L. Но  $4 > 0,5$ , значит,  $L=п.1)$

ТОЧКИ

- А) К
- Б) L
- В) M
- Г) N

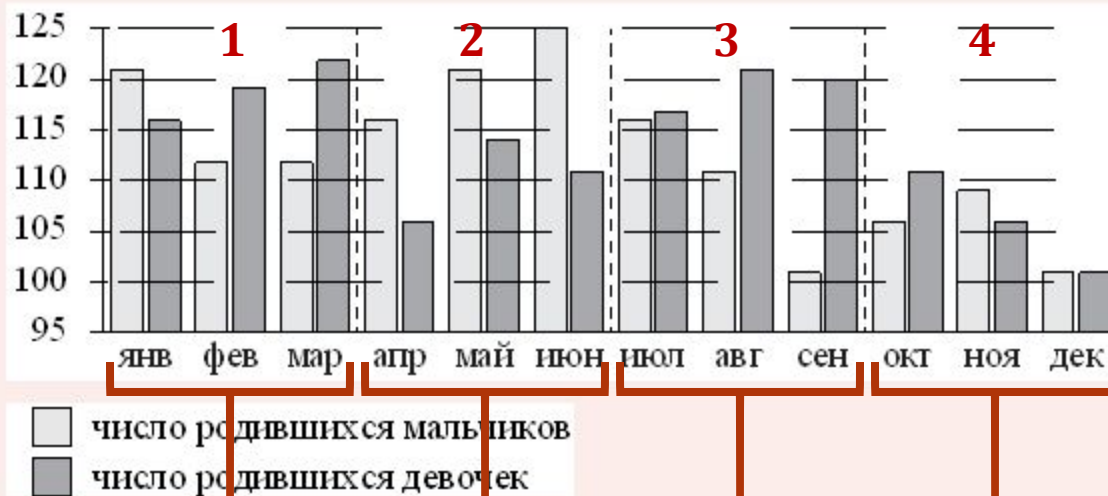
ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

Ответ. 2143

- 1) -4
- 2) 3
- 3) 2/3

# убывание

На рисунке изображена сравнительная диаграмма ежемесячной рождаемости девочек и мальчиков в городском роддоме в течение 2013 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество родившихся.



Пользуясь диаграммой, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику рождаемости в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЖДАЕМОСТИ
А) 1-й квартал года	1) в каждом месяце девочек рождалось больше, чем мальчиков
Б) 2-й квартал года	2) рождаемость мальчиков была примерно одинаковой в двух месяцах периода
В) 3-й квартал года	3) рождаемость девочек снижалась
Г) 4-й квартал года	4) в каждом месяце мальчиков рождалось больше, чем девочек

Можно идти методом исключения.

А: 1 не выполнено, 2 выполнено (февраль и март) А=п.2

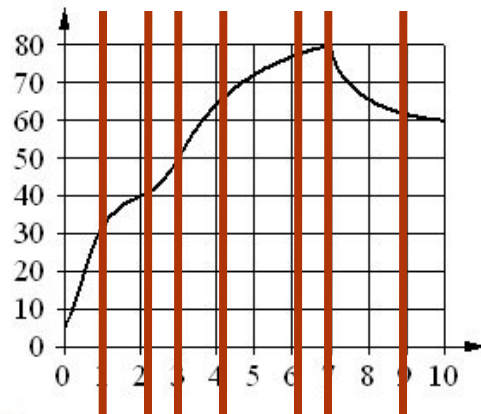
Б: п.1, 3 не выполнено. Б = п.4

В = п.1; Г=п.3 (последний пункт всё равно нужно проверять)

Ответ. 2413

# Задание 14 Возрастание - убывание

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры.

## ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

- А) 0–1 мин.
- Б) 2–3 мин.
- В) 4–6 мин.
- Г) 7–9 мин.

## ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) температура росла и на всём интервале была выше  $60^{\circ}\text{C}$
- 2) температура падала
- 3) температура росла быстрее всего
- 4) температура находилась в пределах от  $40^{\circ}\text{C}$  до  $50^{\circ}\text{C}$

А: п.1,2,4 не выполнены, значит, А=п.3

Б=п.4

В= п.1

Г=п.2

Ответ. 3412

# Задание 17 Решение

## неравенств

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений из правого столбца. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

### НЕРАВЕНСТВА

А)  $\log_2 x > 0$

Б)  $2^{-x} > 2$

В)  $\frac{x}{x-1} < 0$

Г)  $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

### РЕШЕНИЯ

1)  $x < 0$  или  $x > 1$

2)  $x > 1$

3)  $0 < x < 1$

4)  $x < -1$

Решаем в произвольном порядке.

А)  $\log_2 x > \log_2 1$

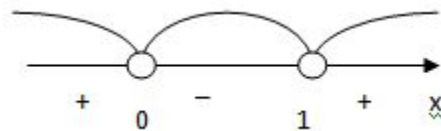
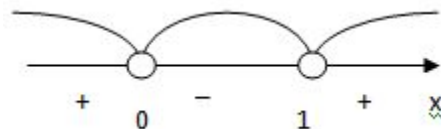
Б)  $-x > 1$ ;  $x < -1$  — п.4

В) методом интервалов

Значит, В=п.3

Г) методом интервалов

Г= п.1



Ответ. 2431

# Задание 17 Округление чисел

Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $\log_2 20$	1) [1; 2]
Б) $\frac{4}{3}$	2) [2; 3]
В) $\sqrt{11}$	3) [3; 4]
Г) $0,35^{-1}$	4) [4; 5]

$$4 = \log_2 16 < \log_2 20 < \log_2 32 = 5$$

$$A = \text{п.4}$$

$$1 = 3/3 < 4/3 < 6/3 = 2 \quad B = \text{п.1}$$

$$3 = \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16} = 4$$

$$1/0,35 = 1 / (35/100) = 100 / 35 > 70/35 = 2$$

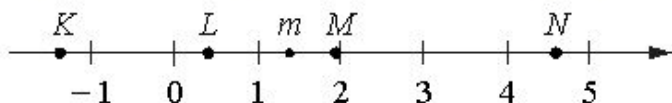
$$100 / 35 < 105 / 35 = 3; \quad \Gamma = \text{п.2}$$

Ответ. 4132



# Задание 17 Сравнение чисел

На прямой отмечено число  $m$  и точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$ .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
А) $K$	1) $6 - m$
Б) $L$	2) $m^2$
В) $M$	3) $m - 1$
Г) $N$	4) $-\frac{2}{m}$

$$1 < m < 2 \quad (*)$$

1)  $-2 < -m < -1$  прибавим 6:

$$4 < 6 - m < 5, \text{ значит, } N = \text{п.1}$$

2) Все части неравенства  $*$  положительны, поэтому

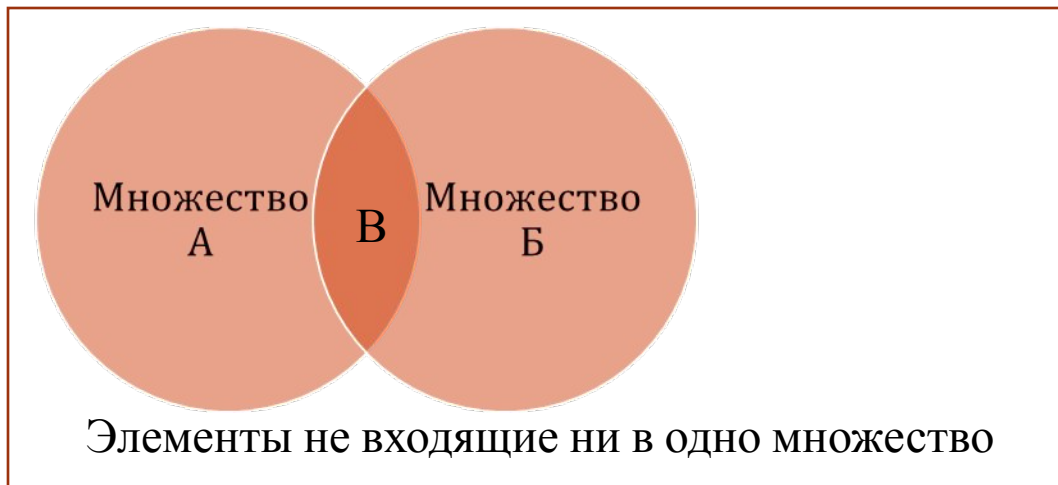
$$1 < m^2 < 4, \text{ значит, } M = \text{п.2}$$

3) Отнимем 1 от всех частей неравенства  $*$ :  $0 < m < 1$ , значит,  $L = \text{п.3}$

$$4) 1 < 2/m < 1/2 \quad -0,5 < -2/m < -1, \text{ значит, } K = \text{п.4}$$

Ответ. 4321

# Задание 18 Пересекающиеся множества (формула)



Множество В – это пересечение множеств А и Б. Тогда Общее количество элементов в множествах А и Б равно:

$$\text{Кол}(A+B) = \text{Кол}(A) + \text{Кол}(B) - \text{Кол}(B)$$

Различные варианты ответов получаются изменением  $\text{Кол}(B)$  от минимально возможного до максимально возможного

# Задание 18 Пересекающиеся множества (пример)



В компании из 30 человек 25 человек пользуется социальной сетью «Facebook», а 10 человек – социальной сетью «ВКонтакте». Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

В этой компании

- 1) найдётся человек, который не пользуется ни сетью «Facebook», ни сетью «ВКонтакте»
- 2) найдётся хотя бы 5 человек, пользующихся обеими сетями
- 3) не найдётся ни одного человека, пользующегося только сетью «Facebook»
- 4) не больше 10 человек пользуются обеими сетями

$$\text{Кол}(F+B) = \text{Кол}(F) + \text{Кол}(B) - \text{Кол}(\text{обе}) \quad 10 < 25 < 30.$$

1)  $10+25=35 > 30$ , поэтому все могут быть пользователями

2)  $35 - 30 = 5$ , поэтому действительно найдутся 5 человек в обеих сетях

3)  $25 > 10$ , поэтому не могут все из Facebook быть ВКонтакте

4) Это верно, так как ВКонтакте 10 человек

Ответ. 24

# Задание 18 Сравнение (пример)

В городе Z в 2013 г. мальчиков родилось больше, чем девочек. Мальчиков чаще всего называли Андрей, а девочек — Мария. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

Среди рождённых в 2013 г. в городе Z:

- 1) девочек с именем Мария больше, чем с именем Светлана.
- 2) мальчиков с именем Николай больше, чем с именем Аристарх.
- 3) хотя бы одного из родившихся мальчиков назвали Андреем.
- 4) мальчиков с именем Андрей больше, чем девочек с именем Мария.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- 1) Мария самое популярное имя, значит, их больше, чем Марий. Верно.
- 2) Про эти имена нет информации, значит, утверждение не следует из условия.
- 3) Мальчиков больше, чем девочек, значит, есть мальчики и среди них Андреев больше всего, значит, утверждение верно.
- 4) Это неверно, так как количество различных имён неизвестно. Например, 100 мальчиков из них 20 Андреев и по 10 других имён. При это 50 девочек, их них 30 Марий и и по 10 других имён

# Задание 18 Сравнение (пример)

Двадцать выпускников одного из 11 классов сдавали ЕГЭ по математике. Самый низкий балл, полученный среди них, был равен 36, а самый высокий – 75.

Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- 1) Среди этих выпускников есть человек, который получил 75 баллов за ЕГЭ по математике.
- 2) Среди этих выпускников есть два человека с равными баллами за ЕГЭ по математике.
- 3) Среди этих выпускников нет человека, получившего 72 балла за ЕГЭ по математике.
- 4) Баллы за ЕГЭ по математике любого из этих двадцати человек не ниже 35.

- 1) Так как максимум 75, то утверждение верно
- 2) Сравнения баллов в тексте нет, так что это не следует из условия задачи
- 3) Распределение баллов в тексте не описывается, поэтому п.3 не верен
- 4) Минимум  $36 \geq 35$ , поэтому утверждение верно.

Ответ. 14

# Задание 18 Сравнение

Школа приобрела стол, доску, магнитофон и принтер. Известно, что принтер дороже магнитофона, а доска дешевле магнитофона и дешевле стола. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

- 1) Магнитофон дешевле стола.
- 2) Принтер дороже доски.
- 3) Доска – самая дешёвая из покупок.
- 4) Принтер и стол точно не стоят одинаково.

$P > M > D$       $D < C$

- 1) Магнитофон и стол дороже доски, но не сказано насколько поэтому нельзя сравнить, а, значит, утверждение неверно
- 2) Верно
- 3) Верно
- 4) И принтер, и стол дороже доски, но не сказано насколько, поэтому они могут стоять одинаково. Утверждение неверно.

Ответ. 23

# Задание 19 Признаки делимости

- Число называется простым, если оно делится только на 1 и само на себя.
- Первые простые числа нужно запомнить: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 (все простые числа невозможно запомнить, так как их бесконечно много)
- Признаки делимости на числа:

Число	2	3	4	5
Признак	Последняя цифра – чётная (0,2,4,6,8)	Сумма цифр числа делится на 3	1) Число из последних двух цифр делится на 4 2) Сумма числа единиц + удвоенного числа десятков делится на 4	Последняя цифра 0 или 5

Число	6	9	10	11
Признак	Делится на 2 и на 3	Сумма цифр числа делится на 9	Последняя цифра 0	Разность суммы цифр на нечётных местах и суммы цифр на чётных местах делится на 11

# Задание 19

- Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.
- Решение. Сумма цифр постоянна. Порядок цифр неважен. Поэтому цифры будем брать в возрастающем порядке. Остаток от деления числа на 3 и на 9 совпадает с остатком суммы цифр этого числа
- 659 не проверяем, так как цифры совпадают с 569, значит, последняя цифра не 9. Пробуем последнюю цифру 8.

Цифры	Сумма	Сумма квадратов	Остаток при делении на 3	Остаток при делении на 9
299	20	166	1	4
389	20	154	1	1
479	20	146	2	2
569	20	142	1	7
488	20	144	0	0
578	20	138	0	3

Ответ: 578

Примечание. Есть ещё ответы 587, 758, 785, 857, 875.



# Задание 19

Приведите пример трёхзначного натурального числа большего 400, которое при делении на 6 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите ровно одно такое число.

Если число делится на  $5 \cdot 6 = 30$ , то оно делится на 5 и 6. Попробуем числа  $30n+k$ , где  $k$  от 0 до 4.

Например 420. 4 это среднее 2 и 6, но 426 делится на 6, но не на 5. Далее 450. 4 это среднее 5 и 3, значит, нам подойдёт 453.

Проверка.  $453:5=90$  (ост.3),  $453:6 = 75$  (ост.3)

$$(5+3) / 2 = 4$$

Ответ. 453

Примечание. Возможны также ответы 573 (ост.3), 693 (ост.3) Есть ещё 480 (ост.0), но оно не подходит, так как в условии говорится, что остатки ненулевые.

## Задание 19 Остатки от деления

Приведите пример трёхзначного натурального числа, большего 600, которое при делении на 4, на 5 и на 6 даёт в остатке 3 и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите ровно одно такое число.

Решение. Возьмём число на 3 меньше искомого, оно делится на 4, 5, 6, значит, делится на их НОК (наименьшее общее кратное), то есть  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ , значит, наше число  $60n + 3$ . Начинаем с 600, пока не выполнится условие: 603, 663, 723, 783, 843 – последнее подходит

Ответ. 843

Примечание. Ответ 963 также является верным

# Задание 19

Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 4536. Приведите ровно один пример такого числа.

Решение. Число кратно 5, значит, это  $abc0$  или  $abc5$ , но  $0cba$  – трехзначное число, значит было число  $abc5$ , а получилось  $5cba$ .

$a\ b\ c\ 5$

$5\ c\ b\ a$

$4\ 536$ , значит,  $abc5 = 5cba + 4536$ , поэтому цифра  $a$  не меньше 9, значит  $a = 9$ .

$9bc5 = 5cb9 + 4536$ .

$36+9=45$ , значит,  $c=b+4$  или  $c = b + 4 - 10 = b - 6$

Если  $c=b+4$ , то в следующий разряд ничего не переносится и получается  $b = c+5$ , чего быть не может ( $c$  больше и меньше  $b$  одновременно)

$c = b - 6$  (единица переносится в следующий разряд), тогда  $b = c+5+1$ , что совпадает с предыдущим условием. Осталось выбрать  $b$  и  $c$ , например,  $b = 6$ ;  $c=0$ .

Проверка.  $9605 - 5069 = 4536$  верно

Ответ. 9605

Примечание. Есть ещё ответы 9715, 9825, 9935

# Задание 20 На смекалку (пример 1)

- Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь спускается на 2 м. Высота дерева 10 м. Через сколько дней улитка впервые окажется на вершине дерева?
- Решение. Лучше сделать таблицей, указывая все состояния (на какой высоте будет улитка после каждого действия)

№ дня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вечер (после дня)	3	4	5	6	7	8	9	10	
Утро (после ночи)	1	2	3	4	5	6	7		

- Значит, улитка впервые окажется на вершине дерева через 8 дней.

Ответ. 8

Примечание. Популярна следующая ошибка: на  $3 - 2 = 1$  м в день поднимается улика, значит,  $10/1=10$  дней. Однако, в данном случае улитка через 10 дней СПУСТИТСЯ на вершину дерева, значит, она должна раньше была подняться. Такое решение неверно.

# Задание 20 На смекалку (пример 2)

- В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:
- 1) за 4 золотых монеты получить 5 серебряных и одну медную;
- 2) за 7 серебряных монет получить 5 золотых и одну медную.
- У Николы были только серебряные монеты. После посещения обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 90 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николы?
  
- Решение. Выделяем особые моменты:
  1. При каждом обмене добавляется 1 медная монета, значит, всего было 90 обменов.
  2. В итоге нет золотых монет, значит их нужно сразу разменивать, но 5 золотых не имеет общих множителей с 4, значит нужно сначала сделать 4 обмена 2 типа:  $4 \cdot 7 = 28$  серебряных монет меняется на 20 золотых и 4 медных, а затем 5 обменов 1-го типа: 20 золотых меняется на  $5 \cdot 5 = 25$  серебряных и 5 медных.
- В итоге за  $4 + 5 = 9$  обменов мы из 28 серебряных получаем 25 серебряных (на 3 меньше, чем было) и  $4 + 5 = 9$  медных.
- Так как нужно сделать 90 обменов (см.п.1), то нужно провести  $90 / 9 = 20$  обменов по п.2, тогда количество серебряных монет уменьшится на  $3 \cdot 10 = 30$  монет.

Ответ: 30

## Задание 20 На смекалку (пример 3)

- В корзине лежат 25 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 11 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 16 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?
- Решение. Смотрим по самому плохому варианту, так как среди 11 точно есть один рыжик, значит, не рыжиков (груздей) не наберётся больше 10.

Аналогично, не груздей (рыжиков) не больше 15.

$r+g \leq 25$ , но так как  $r+g=25$  по условию, то  $g=10$ ,  $r=15$

Ответ. 15

# Полезные ссылки

- <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>
- <http://practice.opengia.ru/> - официальный (ФИПИ) генератор вариантов базовых заданий (с таймером и возможностью многократной проверки правильности ответов)
- <http://alexlarin.net/ege/baza/main.html> - альтернативный генератор вариантов базовых заданий (неофициальный сайт, без ответов)
- <http://mathb.ege.sdamgia.ru/test?a=catlistwstat> - список рассмотренных задач (неофициальный сайт, с ответами и решениями)

# Генератор заданий fipi.ru

<http://practice.opengia.ru/>

Математика • ЕГЭ • Базовый уровень • Вариант №17243

⌚ 00:00:03

1

Найдите значение выражения  $\frac{7}{5} : 0,25 - \frac{2}{5}$ .

Ответ:

Подтвердить ответ

2

Найдите значение выражения  $\frac{3^{-7} \cdot 3^2}{3^{-9}}$ .

Ответ:

Подтвердить ответ

3

Цена на электрический чайник была повышена на 21% и составила 3025 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?



# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Доцент кафедры математики и информатики,  
эксперт предметной комиссии

ЕГЭ по математике

Савин Владимир Николаевич