

«Неравенства»

Число a больше числа b ,
если разность $a - b$ – положительное число
 $a > b$, если $a - b > 0$

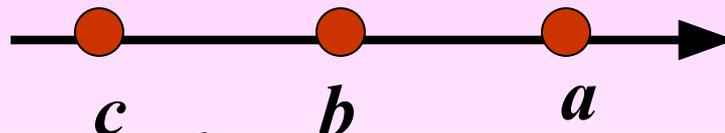
Число a меньше числа b ,
если разность $a - b$ – отрицательное число
 $a < b$, если $a - b < 0$

Если $a - b = 0$, то $a = b$

**На координатной прямой большее число
изображается точкой, лежащей правее, а меньшее
– точкой, лежащей левее**

Свойства числовых неравенств:

Если $a > b$ и $b > c$, $a > c$



Если $a > b$, c любое число, то $a+c > b+c$

Если к обеим частям верного неравенства прибавить одно и то же число, то получится верное неравенство

Если $a > b$ и c -положительное число ($c > 0$), то $ac > bc$

Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится верное неравенство

Если $a > b$ и c - отрицательное число ($c < 0$), то $ac < bc$

Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, и изменить знак неравенства на противоположный, то получится верное неравенство

Примеры заданий из ОГЭ

1. Известно, что $a > b$.
Сравните $a - b$ и $b - a$

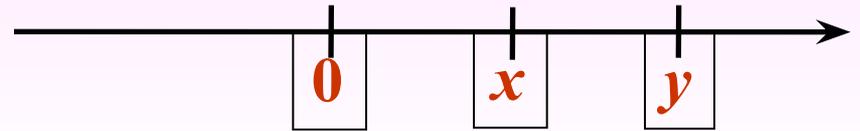
А) $a - b > b - a$ *верно*

Б) $a - b < b - a$ *неверно*

В) $a - b = b - a$ *неверно*

Г) Данных для сравнения
недостаточно *неверно*

2. На координатной прямой
отмечены числа x и y .
Сравните числа $-x$ и $-y$.



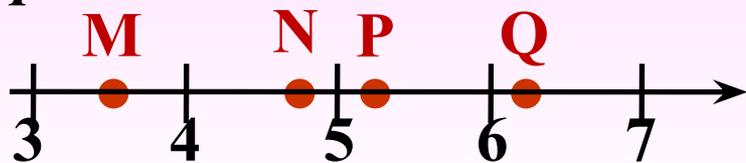
А) $-x < -y$ *неверно*

Б) $-x > -y$ *верно*

В) $-x = -y$ *неверно*

Г) Сравнить
невозможно. *неверно*

3. Каждое из чисел соотнесите с соответствующей ему точкой координатной прямой.



$$\sqrt{40}$$

M, N, P, Q

верно
неверно

$$\sqrt{15}$$

M, N, P, Q

верно
неверно

$$\sqrt{23}$$

M, N, P, Q

верно
неверно

4. Известно, что a и b – положительные числа и $a > b$. Сравните $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$.

А. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

неверно

Б. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

верно

В. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$

неверно

Г. Сравнить

неверно

невозможно.

5. О числах a , b , c и d известно, что $a < b$, $b = c$, $d > c$.
Сравните d и a .

А. $d = a$ *неверно*

Б. $d < a$ *неверно*

В. $d > a$ *верно*

Г. Сравнить *неверно*
невозможно.

6. Известно, что a и b – отрицательные числа и $a > b$. Сравните $-a$ и $-b$

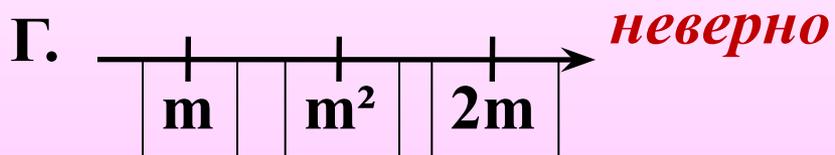
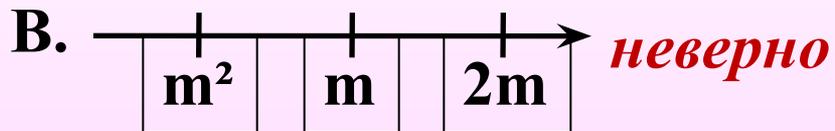
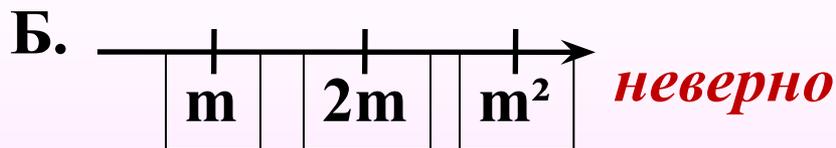
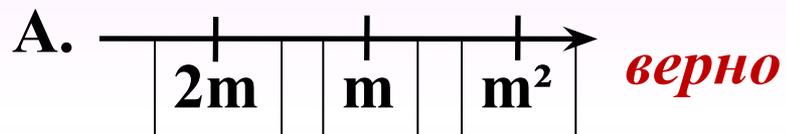
А. $-a > -b$ *неверно*

Б. $-a < -b$ *верно*

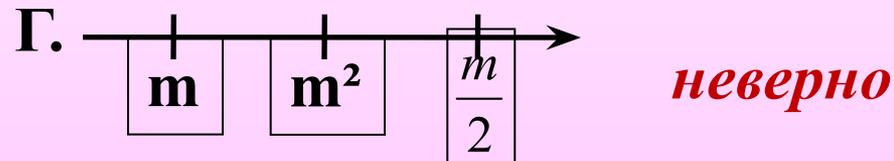
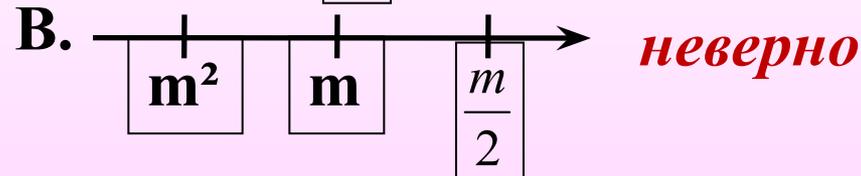
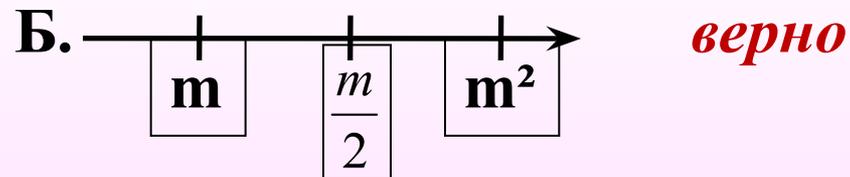
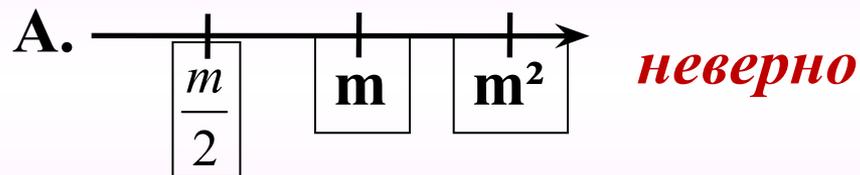
В. $-a = -b$ *неверно*

Г. Сравнить *неверно*
невозможно.

7. Известно, что число m – отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами $2m$, m , m^2 расположены на координатной прямой в правильном порядке?



8. Известно, что число m – отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами $\frac{m}{2}$, m , m^2 расположены на координатной прямой в правильном порядке?

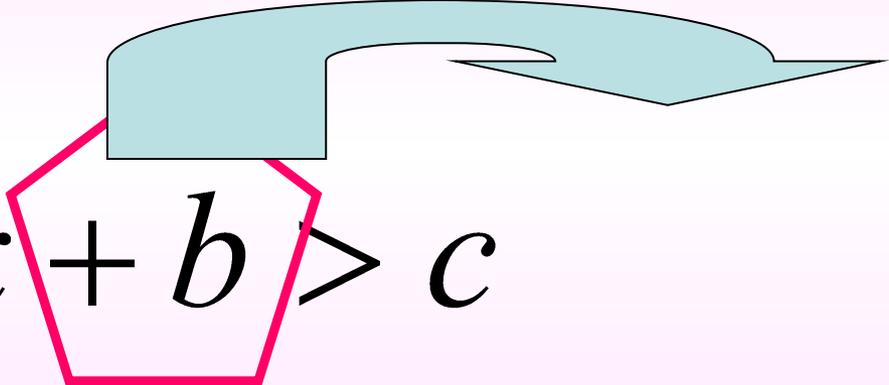


Определение неравенства

1. *Линейное неравенство – неравенство вида $ax+b>0$ (<0 , ≥ 0 , ≤ 0), где a и b – любые числа, за исключением: $a \neq 0$.*
2. *Квадратное неравенство – неравенство вида $ax^2+bx+c>0$ (<0 , ≥ 0 , ≤ 0), где $a \neq 0$.*

Основные правила решения неравенств.

Правило 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, не изменив при этом знак неравенства.


$$ax + b > c$$

$$ax > c - b$$

Правило 2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не изменив при этом знак неравенства.

$$ax > b \quad | \quad \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ a \end{array}$$
$$a > 0 \quad \longrightarrow \quad x > \frac{b}{a}$$

Правило 3. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный.

$$ax > b \quad | \quad \begin{matrix} \bullet \\ \bullet \\ a \end{matrix}$$

$a < 0 \quad \longrightarrow \quad x < \frac{b}{a}$

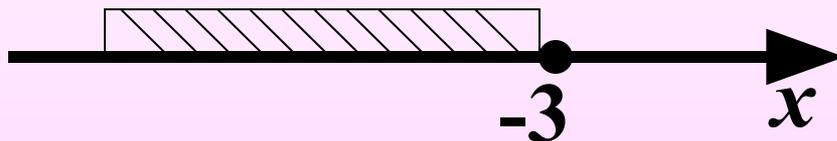
Решаем неравенство.

$$6x + 2 \leq 3x - 7$$

$$6x - 3x \leq -7 - 2$$

$$3x \leq -9 \quad | \quad : 3$$

$$x \leq -3$$



Ответ: $(-\infty; -3]$

Решите неравенство

$$17 - x \geq 10 - 6x$$

$$-x + 6x \geq 10 - 17$$

$$5x \geq -7$$

$$x \geq -1,4$$

Ответ: $[-1,4; +\infty)$

Решите неравенство

$$5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2)$$

$$5x - 5 + 7 \leq 1 - 3x - 6$$

$$5x + 3x \leq 5 - 7 + 1 - 6$$

$$8x \leq -7$$

$$x \leq -\frac{7}{8}$$

Ответ: $(-\infty; -\frac{7}{8}]$

Решите неравенства

$$6y(y - 1) - 2y(3y - 2) < 6$$

$$\frac{3x - 1}{4} \geq 2$$

$$\frac{3y}{2} - \frac{y}{3} \leq 2$$

$$x - \frac{x - 3}{5} + \frac{2x - 1}{10} \leq 4$$

Алгоритм решения квадратного неравенства.

1. Находят дискриминант квадратного трехчлена ax^2+bx+c и выясняют, имеет ли трехчлен корни;

$ax^2 + bx + c < 0$ $D > 0$, два корня x_1 и x_2

$$D = b^2 - 4ac$$

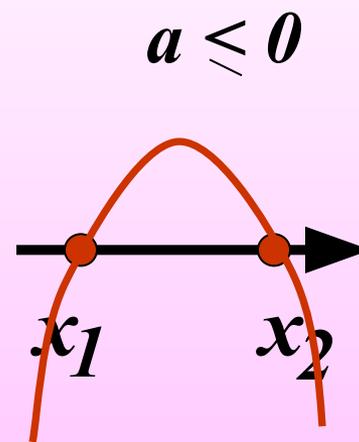
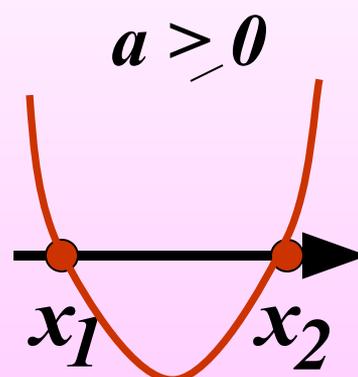
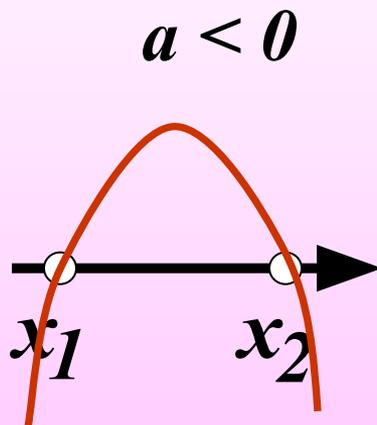
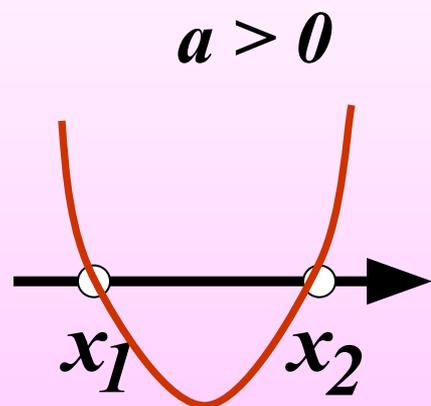
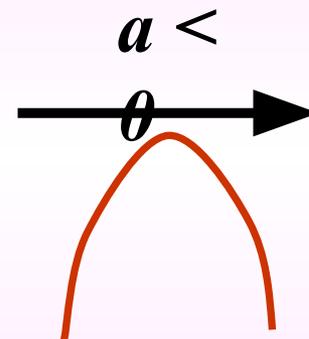
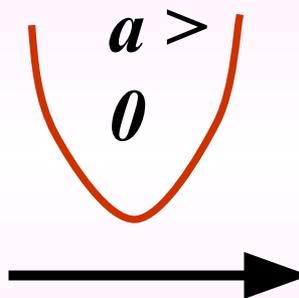
$D=0$, один корень x

$D < 0$ корней нет

$$x_{1, 2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

2. Если трехчлен имеет корни, то отмечают их на оси X и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены вверх при $a > 0$ или вниз при $a < 0$; если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при $a > 0$ или в нижней при $a < 0$;

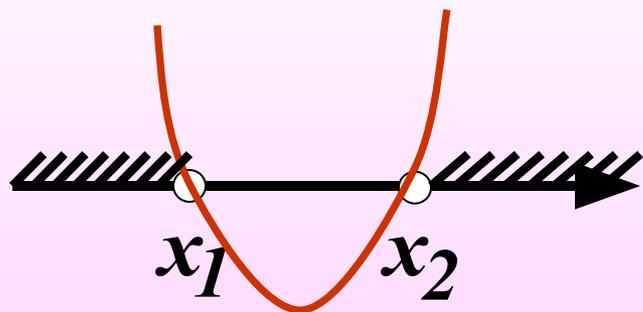
Трехчлен не имеет корней



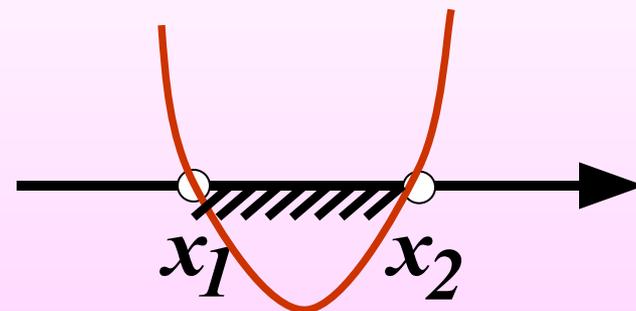
3. Находят на оси X промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси X (если решают неравенство $ax^2 + bx + c > 0$

или ниже оси X (если решают неравенство $ax^2 + bx + c < 0$

$$ax^2 + bx + c > 0$$



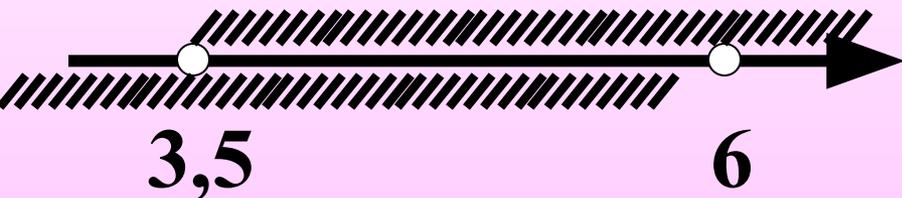
$$ax^2 + bx + c < 0$$



Решаем систему неравенств.

Решить систему неравенств – найти значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы.

$$\begin{cases} 2x - 1 > 6, \\ 5 - 3x > -13 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 7, \\ -3x > -18 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3,5, \\ x < 6 \end{cases}$$



Ответ: $3,5 < x < 6$

Примеры заданий из ОГЭ

Решите неравенство

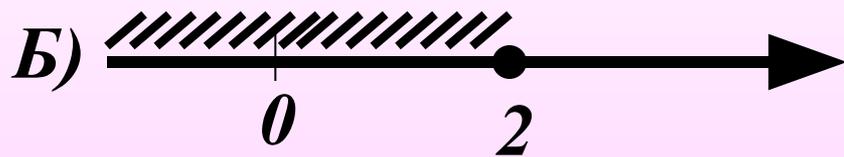
$$3x + 5 \leq 7x - 3$$

и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений.

ВЕРНО



НЕВЕРНО



НЕВЕРНО



НЕВЕРНО

Решите неравенство

$$3(1 - x) - (2 - x) < 5$$

A) $x > -2$

НЕВЕРНО

Б) $x < -2$

НЕВЕРНО

В) $x < 2$

НЕВЕРНО

Г) $x > 2$

ВЕРНО

Решите неравенство

$$5x + 20 < 2(4x - 5)$$

A) (-10; +∞) НЕВЕРНО

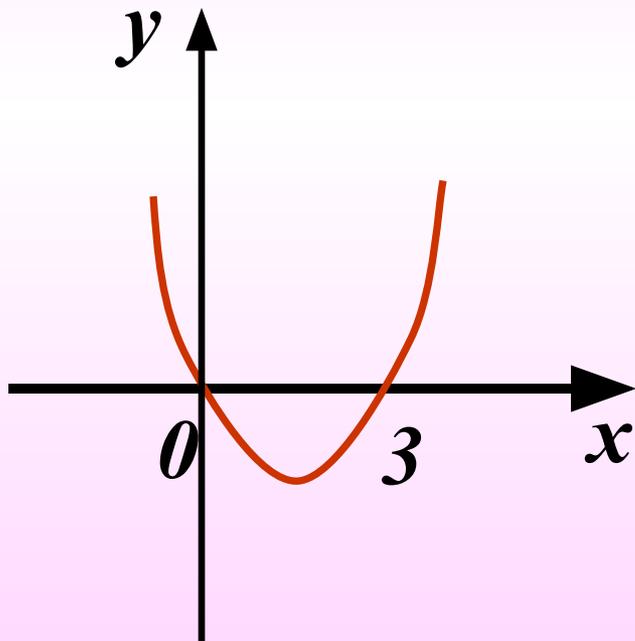
Б) (-∞; -10) НЕВЕРНО

В) (10; +∞) ВЕРНО

Г) (-∞; 10) НЕВЕРНО

На рисунке изображен график функции
 $y = x^2 - 3x$.

Используя этот график, решите неравенство
 $x^2 - 3x \geq 0$



Ответ: $(-\infty; 0] [3; +\infty)$

Решите неравенство

$$(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$$

Решите:

$$\sqrt{19} - 4,5 = \sqrt{19} - \sqrt{20,25} < 0$$

$$5 - 3x < 0$$

$$-3x < -5$$

$$x > \frac{5}{3}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$$

Решите неравенство

$$(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$$

Решите:

$$\sqrt{19} - 4,5 = \sqrt{19} - \sqrt{20,25} < 0$$

$$5 - 3x < 0$$

$$-3x < -5$$

$$x > \frac{5}{3}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$$

Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{(x - 2)(x - 15)(x + 3)}$$

Ответ : $[-3; 2] \cup [15; +\infty)$

Решите неравенство

$$(x + 9)(x - 5)^2(x - 18) > 0$$

Ответ : $(-\infty; -9) \cup (18; +\infty)$