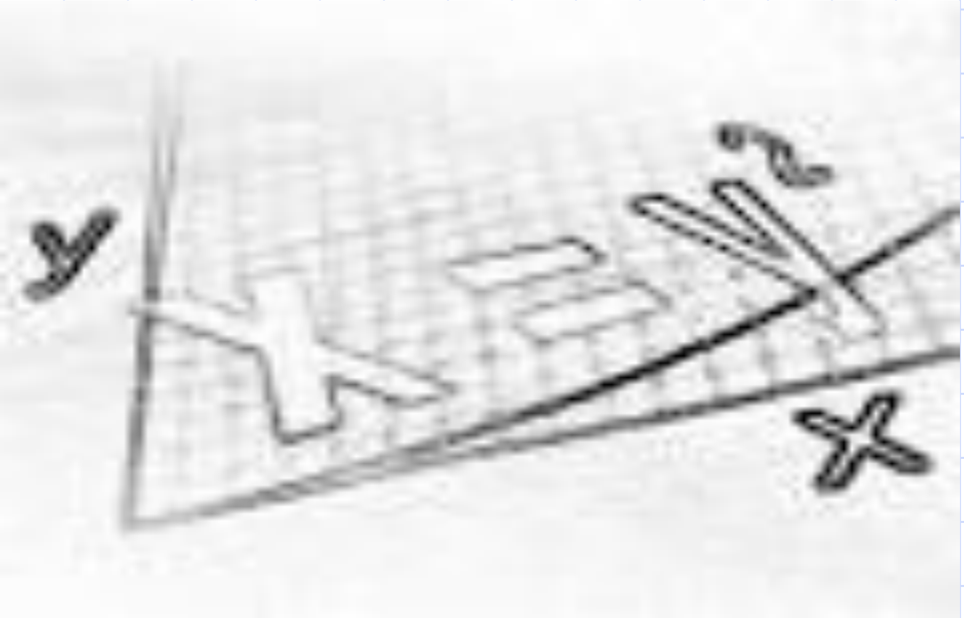
Решение квадратных уравнений различными способами



А.А. Вахрушев
Ученик МОУ СОШ № 32 8 «Г» класса

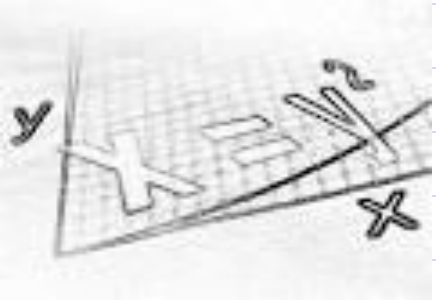
Л.Н. Радионова
Учитель математики МОУ СОШ № 32

Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

е любить - её

ко не знать»

Цель реферата:



Научиться правильно отображать формулы с применением различных способов решения уравнений

Задачи реферата:

- улучшить навыки решения уравнений;
- наработать новые способы решения уравнений;
- выучить некоторые новые способы и формулы для решения этих уравнений.

История квадратных уравнений

Необходимость решать уравнения еще в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земельными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Решения этих уравнений, совпадает с современными.

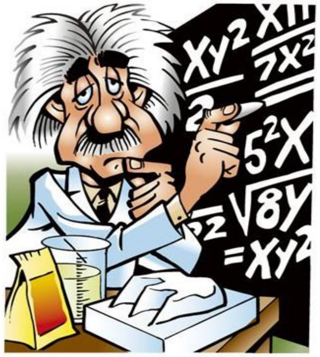
- Некоторые алгебраические приемы решения линейных и квадратных уравнений были известны еще 4000 лет назад в Древнем Вавилоне.

- Задачи на квадратные уравнения встречаются в 499 году составленные индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Индийский ученый, Брахмагупта (VII век), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой конической форме:
  $ax^2 + bx = c$, *где* $a > 0$

- Решения квадратных уравнений по образцу ал-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 г. итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы.

Нестандартные способы решения уравнений

Решение уравнений способом «переброски»

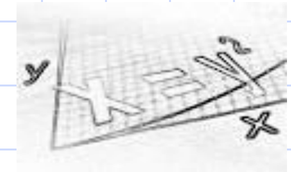


Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

Геометрический способ решения квадратных уравнений

Решение уравнений способом «переброски»



Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

Умножая обе его части на a

$ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ $\qquad$ $a^2x^2 + a\,bx + ac = 0$

Перейдем к уравнению

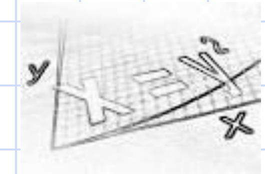
Пусть $ax = y$, откуда $x = \dfrac{y}{a}$ $\qquad$ $y^2 + by + ac = 0$

корни y_1 и y_2 найдем с помощью теоремы Виета

получим

$x_1 = \dfrac{y_1}{a}$ и $x_1 = \dfrac{y_2}{a}$.

Свойства коэффициентов квадратного уравнения



А. $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

1. Если a + b + c = 0, то $x_1 = 1,\ x_2 = \dfrac{c}{a}$

Разделим обе части уравнения на a ≠ 0

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Согласно теореме Виета
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$
по условию $a + b + c = 0$

откуда $b = -a - c$

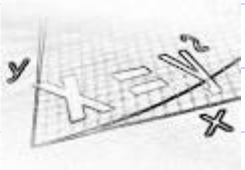
Таким образом

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{-a-c}{a} \\ x_1 x_2 = 1 \cdot \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

получим

x_1 и -1 $\quad x_2 = \dfrac{c}{a}$

Свойства коэффициентов квадратного уравнения



А. $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

2. Если $a - b + c = 0$ или $b = a + c$, то $x_1 = -1$, $x_2 = -\dfrac{c}{a}$

по теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$ по условию $a - b + c = 0$

откуда $b = a + c$ Таким образом $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{a+b}{a} = -1 - \dfrac{c}{a} \\ x_1 x_2 = -1 \cdot \left(-\dfrac{c}{a}\right) \end{cases}$ получим $x_1 = -1$ и $x_2 = \dfrac{c}{a}$

Свойства коэффициентов квадратного уравнения

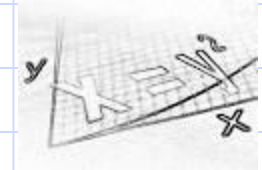
Б. $ax^2 + \text{б}x + c = 0,\ a \neq 0$

Если второй коэффициент $b = 2k$ – четное число, то

формулу корней $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ можно записать в виде

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Свойства коэффициентов квадратного уравнения



В. уравнение $x2 + px + q = 0$ **совпадает с уравнением общего вида**

где $a = 1$, p и $c = q$, то формула корней $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Примет вид $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$,

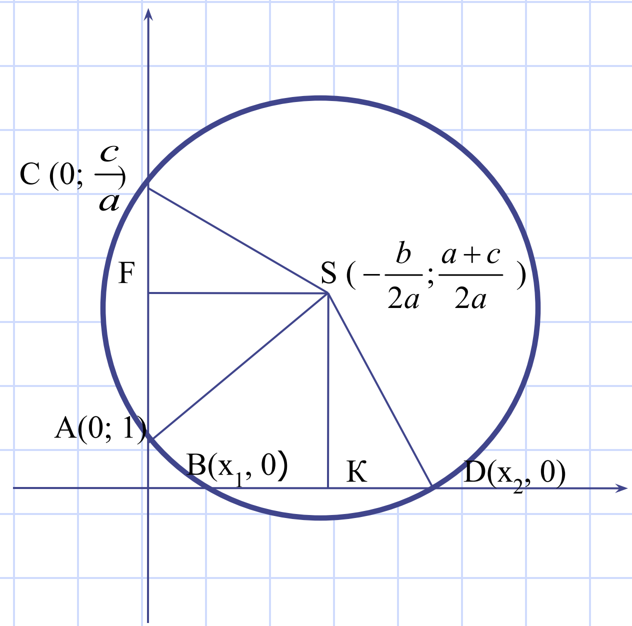
или $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$.

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

$$ax2 + бx + c = 0,\ a \neq 0$$

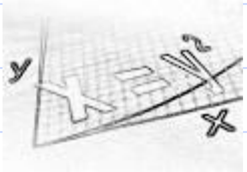
По теореме о секущих имеем $OB \cdot OD = OA \cdot OC$, откуда $OC = \dfrac{OB \cdot OD}{OA} = \dfrac{x_1 \cdot x_2}{1} = \dfrac{c}{a}$

Центр окружности находиться в точке пересечения перпендикуляров SF и SK, восстановленных в серединах хорд AC и BD, поэтому



$$SK = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a},\quad SF = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + \frac{c}{a}}{2} = \frac{a+c}{2a}$$

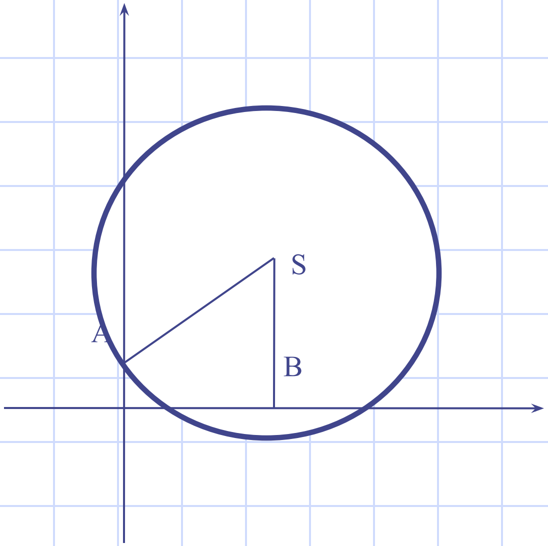
Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки



при этом возможны три случая

1. Радиус окружности больше ординаты центра ($AS > SK$, или $R > \frac{a+c}{2a}$), окружность пересекает ось Ox в двух точках B (x_1; 0) и D (x_2;0), где x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения

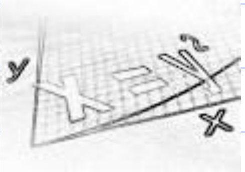
$ax^2 + bx + c = 0$.



$$AS > SB, \text{ или } R > \frac{a+c}{2a}$$

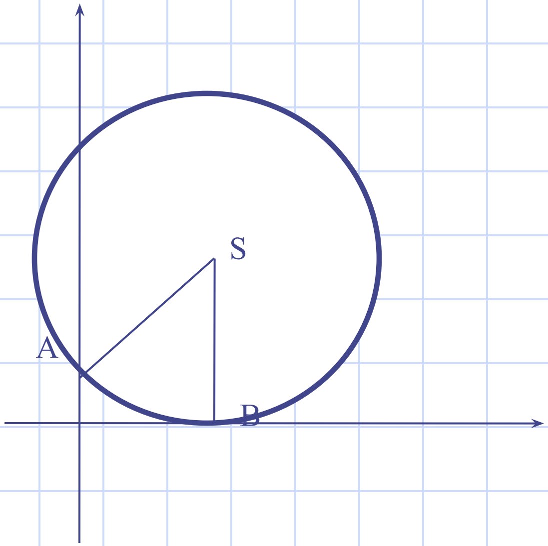
Два решения x_1 и x_2

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки



2 случай

Радиус окружности равен ординате центра ($AS = SB$, или $R = \frac{a+c}{2a}$), окружность касается оси Ox в точке $B(x_1; 0)$, где x_1 – корень квадратного уравнения.



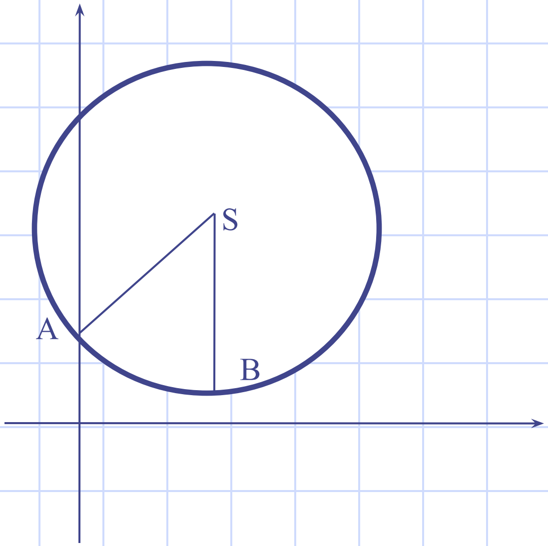
$AS = SB$, или $R =$

Одно решение $x_1 \; \frac{a+c}{2a}$

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

3 случай

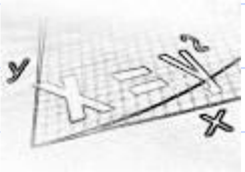
Радиус окружности меньше ординаты центра ($AS < SB$, или $R < \frac{a+c}{2a}$), окружность не имеет общих точек с осью абсцисс, в этом случае уравнение не имеет решения.



$AS < SB$, или $R < \frac{a+c}{2a}$

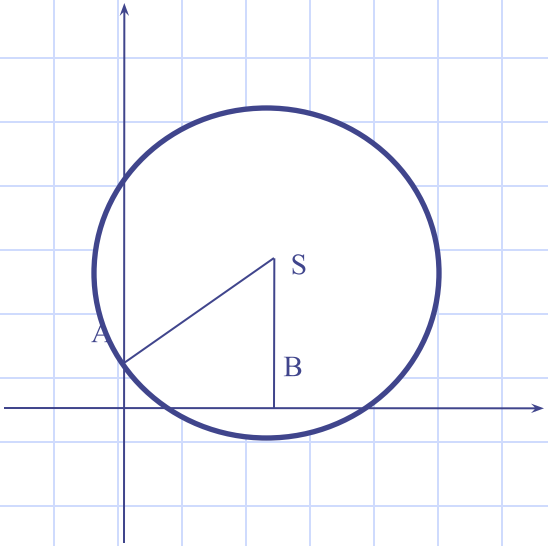
Нет решения

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки



при этом возможны три случая

1. Радиус окружности больше ординаты центра ($AS > SK$, или $R > \frac{a+c}{2a}$), окружность пересекает ось Ox в двух точках B (x_1; 0) и D (x_2;0), где x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения
$ax^2 + bx + c = 0$.



$$AS > SB, \text{ или } R > \frac{a+c}{2a}$$

Два решения x_1 и x_2

Геометрический способ решения квадратных уравнений

В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, квадратные уравнения решали не алгебраически, а геометрически

1. древние *греки решали уравнение* $y^2 + 6y - 16 = 0$

y y 3

y

3

y^2	3y
3y	9

2. ...кое уравнение $y^2 - 6y - 16 = 0$

y y 3

y – 3 y – 3	3
3	9

Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и трансцендентных уравнений и неравенств

Вывод:

Квадратные уравнения играют огромную роль в развитии математики. Все мы умеем решать квадратные уравнения со школьной скамьи. Эти знания могут пригодиться нам на протяжении всей жизни

методы решения квадратных уравнений просты в применении, то они,

словно, должно
нтересовать
щихся математикой
учеников

Спасибо за внимание!