УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА В УПРАВЛЕНИИ ПРОМЫШЛЕННЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ: МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОАНИЯ

Выполнил: ст.гр.МТП-21-16-01 Д.К. Хасанов

Руководитель: канд. экон. наук, доц О. А. Александрова

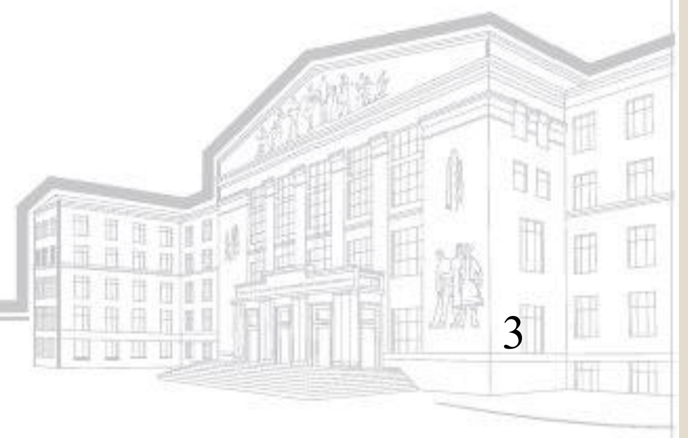
Цели и задачи экономического анализа производства

Общая цель любого экономического анализа – выявление и реализация резервов повышения эффективности деятельности организации.

Задачи экономического анализа:

- изучение и объективная оценка показателей, отражающих эффективность функционирования организации, выявление размера и динамики отклонений от базисных значений показателей;
- диагностика хозяйственных процессов, установление количественных характеристик действия различных факторов на результативность производства;

- выявление резервов повышения эффективности производства;
- обоснование принимаемых управленческих решений;
- контроль за деятельностью организации и её подразделений;
- установление экономических закономерностей в развитии организации для стратегического прогнозирования и текущего планирования хозяйственной деятельности.



Математическое программирование включает такие разделы как

- линейное программирование
- нелинейное программирование
- динамическое программирование
- теория игр.

Линейное программирование

Линейное программирование – это наука о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения.

Общие задачи линейного программирования

- 1) определение оптимального ассортимента продукции, в котором каждому ее виду свойственны свои издержки и потребности в ресурсах;
- 2) сведение к минимуму отходов при раскрое материала;
- 3) определение оптимальных уровней запасов на складе предприятия;

- 4) составление оптимального графика отгрузки с учетом распределения продукции между производственными предприятиями и складами, складами и магазинами розничной торговли;
- 5) определение наилучшего пункта местоположения производства путем оценки затрат на транспортировку между альтернативными местами размещения нового предприятия и местами его снабжения и сбыта готовой продукции;
- 6) минимизация издержек при распределении рабочих по станкам и рабочим местам

Линейное программирование широко применяется в сфере военной деятельности, сельском хозяйстве, промышленности, управлении производственными процессами и запасами, в экономике и на транспорте

Общая задача линейного программирования

Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении max (min) значения функции

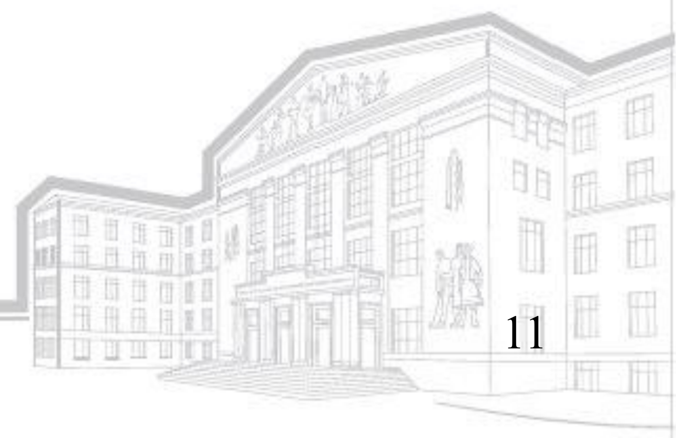
$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j \cdot x_j \qquad (1)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j+1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i (i = \overline{1, m_1}), \\ \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i (i = \overline{m_1 + 1, m_2}), \\ \sum\limits_{j+1}^{n} a_{ij}x_j \ge b_i (i = \overline{m_2 + 1, m}) \\ x_j \ge 0 (j = \overline{1, n_1}), \\ x_j - произвольные (j = \overline{n_1 + 1, n}), \end{cases} \qquad (2)$$

где c_j, a_{ij}, b_i -заданные действительные числа, (1) - целевая функция, (2) - ограничения, - план задачи.

Цель построения модели состоит в определении *уровней* (объемов производства) каждого вида производственной деятельности x_j, при которых оптимизируется (максимизируется или минимизируется) общий результат производственной деятельности системы в целом без нарушения ограничений, накладываемых на использование ресурсов.



Геометрическая интерпретация и графический метод решения задачи линейного программирования

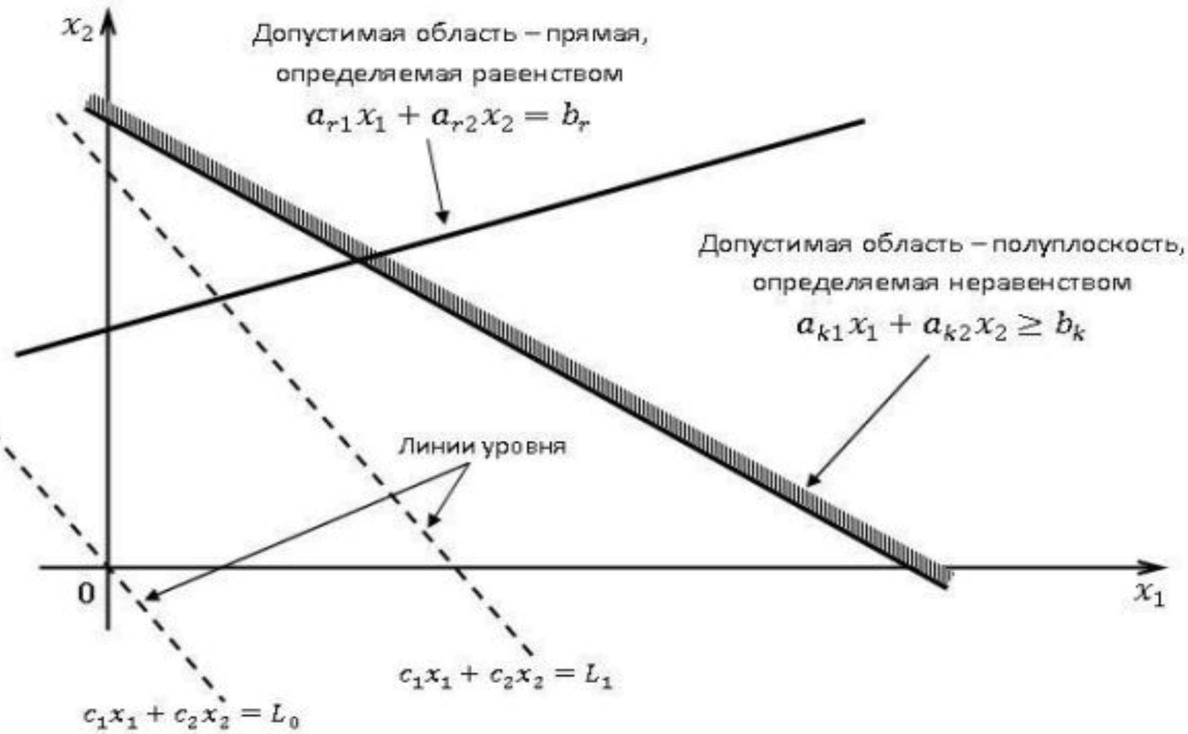


Рисунок 1 - Геометрическая интерпретация ограничений и целевой функции задачи линейного программирования

Симплексный метод решения задачи линейного программирования

В основе метода лежит идея последовательного улучшения решения (направленного перебора вершин) , в которой линейная функция принимает лучшее (по крайней мере, не худшее) значение до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение – вершина, где достигается оптимальное значение функции цели (если задача имеет конечный оптимум).

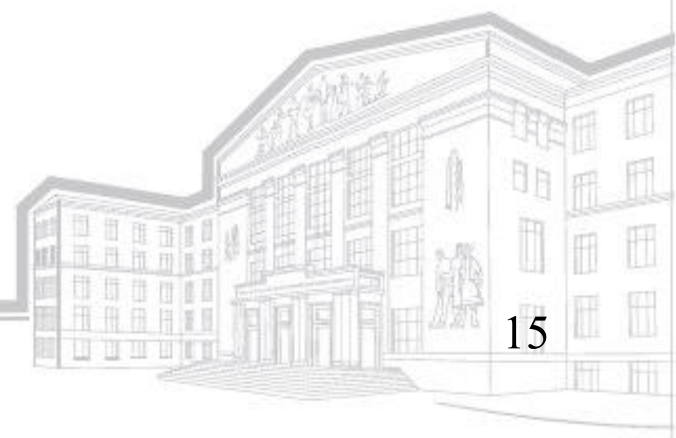
ЗАДАЧА 1

Предприятие ООО "Пшеница" предполагает выпускать два вида продукции: печенье и пряники, для производства которых используется сырьё трех видов: мука, сахар, дрожжи. Производство обеспечено сырьем каждого вида в количествах: 750, 807, 840 кг. На изготовление печенья требуется затратить сырья каждого вида 5, 4, 1 кг, соответственно, а для пряников - 2, 5, 7 кг. Прибыль от реализации печенья составляет 30 ден. ед., для пряников - 49 ден. ед.

РЕШЕНИЕ

Таблица 1 – Исходные данные

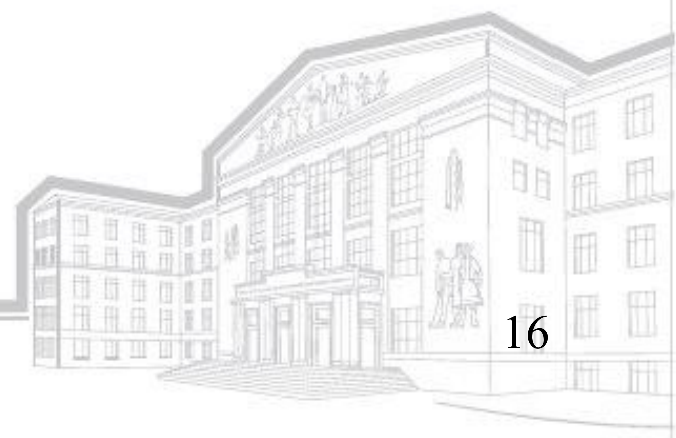
Вид сырья	Продукция		Ограничения по сырью
	печенье	пряники	
Мука	5	2	750
Сахар	4	5	807
Дрожжи	1	7	840
Прибыль	30	49	



Пускай *X* 1 и *X* 2 - количество печенья и пряников, запланированных к изготовлению. Так как число материала согласно любому типу ограничено, то обязаны осуществляться соответствующие неравенства:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 750 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 807 \\ x_1 + 7x_2 \leq 840 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$$



Данная система неравенств считается и концепцией ограничений этой проблемы. Целевая роль (линейная форма), выражающая доход компании, имеет вид:

$$F = 30x_1 + 49x_2 \to \max$$

Итак, задача сводится к нахождению максимума функции

ограничениях:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \le 750 \\ 4x_1 + 5x_2 \le 807 \\ x_1 + 7x_2 \le 840 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \; x_2 \ge 0$$

После внедрения добавочных переменных приобретаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 750 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_4 = 807 \\ x_1 + 7x_2 + x_5 = 840 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0,\ i = 1 \ldots 5$$

Необходимо отыскать такое возможное базисное решение данной концепции ограничений, которое бы максимизировало линейную форму

$$F = 30x_1 + 49x_2.$$

Решая задачу, приходим к следующему выводу.

$$\begin{cases} x_1 = 63 + \dfrac{35}{161}x_5 - \dfrac{7}{23}x_4 \\ x_2 = 111 - \dfrac{35}{161}x_5 - \dfrac{72}{161}x_4 \\ x_3 = 213 - \dfrac{833}{1127}x_5 + \dfrac{231}{161}x_4 \end{cases}$$

$$F = 5880 + 23\left(63 + \frac{35}{161}x_5 - \frac{7}{23}x_4\right) - 7x_5 = 7329 - 2x_5 - 7x_4.$$

Таким образом, для получения наибольшей прибыли, равной 7329 ден. ед., из данных запасов сырья предприятие должно изготовить 63 кг печенья и 111 кг пряников

ЗАДАЧА 2

Рассмотрим симплекс-метод на примере решения задачи о производстве сыров. Математическая модель этой задачи имеет следующий вид:

$$F = 156x_1 + 168x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 \le 66, \\ 3x_1 + 5x_2 \le 45, \\ 2x_1 + 4x_2 \le 58, \\ 1x_1 + 6x_2 \le 72, \\ x_1 \le 15, \\ x_2 \le 12, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_1 \ge 0.$$

РЕШЕНИЕ

Приведем ограничения задачи к каноническому виду, добавив к их левым частям дополнительные неотрицательные переменные x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, и запишем расширенную систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 66, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_4 = 45, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_5 = 58, \\ 1x_1 + 6x_2 + x_6 = 72, \\ x_1 + x_7 = 15, \\ x_2 + x_8 = 12, \end{cases}$$

$$F - 156x_1 - 168x_2 = 0.$$

Дополнительные неотрицательные переменные будут базисными, так как каждая из них входит только в одно уравнение системы с коэффициентом единица. Занесем условия задачи в симплексную таблицу 2.

Таблица 2 – Симплексная таблица

Базисные переменные (БП)	Свободный член, b_i	Свободные переменные (СП)		Оценочные отношения
		x_1	x_2	
x_3	66	2	7	66/7
x_4	45	3	5	9
x_5	58	2	4	29/2
x_6	72	1	6	12
x_7	15	1	0	-
x_8	12	0	1	12
F	0	-156	-168	

$x_1 = x_2 = 0$ (как небазисные переменные)
Дополнительные переменные $x_3 = 66$, $x_4 = 45$, $x_5 = 58$, $x_6 = 72$, $x_7 = 15$, $x_8 = 12$
($F = 0$).

Разрешающую строку находим по наименьшему положительному симплексному отношению:

$$\min\left(\frac{66}{7},\frac{44}{5},\frac{58}{4},\frac{72}{6},\frac{15}{0},\frac{12}{1}\right)=\min(9,43;9;14,5;12;-;12)=9.$$

Рассчитаем элементы новой симплексной таблицы (таблица 3).

Таблица 3 – Симплексная

Базисные переменные (БП)	Свободный член, b_i	Свободные переменные (СП)		Оценочные отношения
		x_1	x_4	
x_3	3	-2,2	-7/5	-
x_2	9	3/5	1/5	15
x_5	22	-0,4	-4/5	-
x_6	18	-2,6	-6/5	15
x_7	15	1	0	-
x_8	3	-0,6	-1/5	
F	**1512**	**-55,2**	**168/5**	

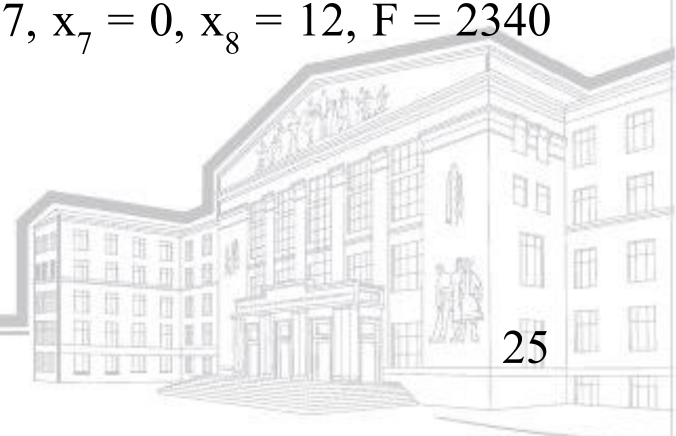
Выпишем решение из таблицы 3:

$x_1 = 0$, $x_2 = 9$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$, $x_5 = 22$, $x_6 = 18$, $x_7 = 15$, $x_8 = 15$, $F = 1512$ (тыс. руб).

Таблица 4 – Симплексная таблица

Базисные переменные (БП)	Свободный член, b_i	Свободные переменные (СП)		Оценочные отношения
		x_7	x_4	
x_3	36	2,2	-1,4	
x_2	0	-0,6	0,2	
x_5	28	0,4	-0,8	
x_6	57	2,6	-1,2	
x_1	15	1	0	
x_8	12	0,6	-0,2	
F	**2340**	**55,2**	**33,6**	

$x_1 = 15$, $x_2 = 0$, $x_3 = 36$, $x_4 = 0$, $x_5 = 28$, $x_6 = 57$, $x_7 = 0$, $x_8 = 12$, $F = 2340$ (тыс. руб).



Из решения видно, что сыр «Нежный» с меньшей прибылью (156 тыс. руб./т) по сравнению с сыром «Петровский» вошел в оптимальное решение задачи. Это связано с тем, что у этого вида сыра низкая норма расхода второго ресурса. Поэтому переход на выпуск только сыра «Нежный» позволило увеличить прибыль по сравнению с предыдущим решением на 828 тыс. руб

УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Спасибо за внимание